

| | | |
|---|---|--------------------------------------|
| Wydział: WIMiIP | Kierunek / Rok: Informatyka Techniczna 2 rok | Grupa laboratoryjna: 8 |
| Imię i nazwisko: Szymon Nowak | Temat: Interpolacja Lagrange'a | Data wykonania: 13.03.2024 |

1. Cel ćwiczenia

Dokonać analizy wyników interpolacji funkcji $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ w zależności od liczby węzłów na przedziale $[-5;5]$. Dokładność wyników sprawdzić przez MAE.

2. Oprogramowanie

Skorzystano z języka Python wraz z pakietami pandas, numpy, matplotlib.

Wartości wyliczono w odstępach 0,1.

W pliku 'zadanie.csv' umieszczono argumenty i wartości $f(x)$, w odstępach 0.1

3. Kod

Funkcja interpolująca:

```
def lagrange(x_n, x_i_n, x):
    l_s = np.zeros(len(x_i_n))
    result = 0
    for i, f_i in enumerate(x_i_n):
        l_s[i] = f_i
        for j, x_m in enumerate(x_n):
            if j != i:
                l_s[i] *= (x - x_m) / (x_n[i] - x_m)
        result += l_s[i]

    return result
```

Funkcja obliczająca MSE:

```
def mse(x, y):
    return sum([(xi - yi) ** 2 for xi, yi in zip(x, y)]) / len(x)
```

Interpolowanie wartości dla $y = \frac{1}{1+x^2}$:

```
x_and_y = pd.read_csv('zadanie.csv')
x = x_and_y['x'].to_numpy()
y = x_and_y['y'].to_numpy()

nodes_num = [4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18]

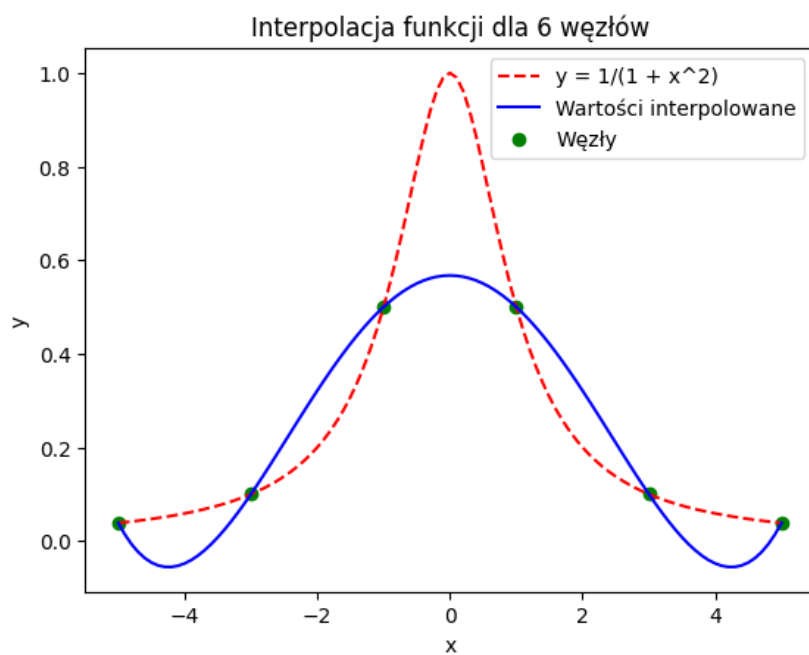
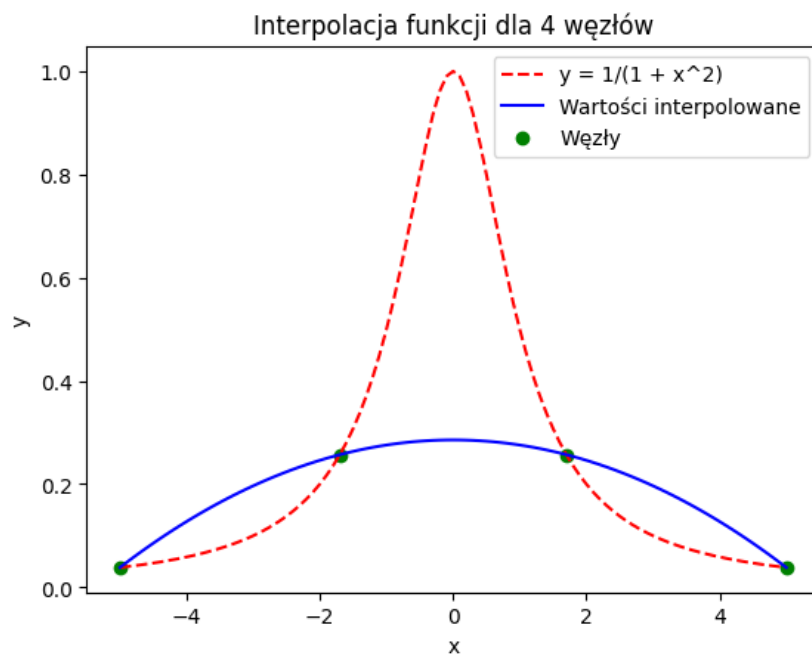
for nodes in nodes_num:
    idx = np.round(np.linspace(0, len(x) - 1, nodes)).astype(int)
    nodes_x = x[idx]
    nodes_y = y[idx]

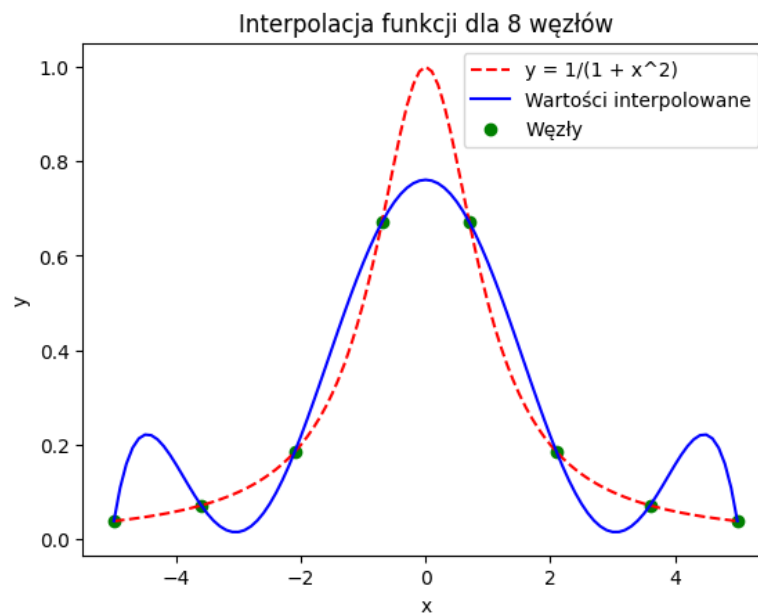
    predictions = np.array([lagrange(nodes_x, nodes_y, x_i) for x_i in x])

    m_s_e = mse(predictions, y)
```

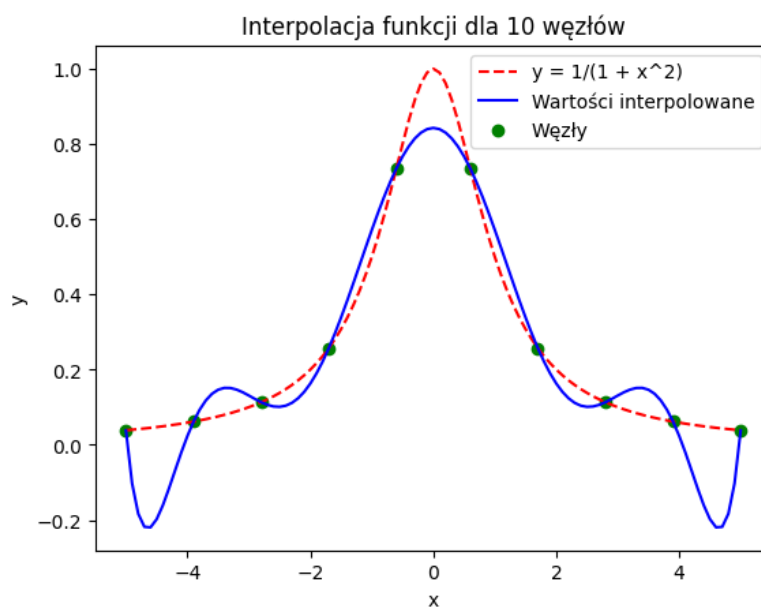
4. Analiza wyników

Obliczenia wykonano dla: 4,6,8,10,12,14,16,18 węzłów. Każdorazowo obliczono MSE.

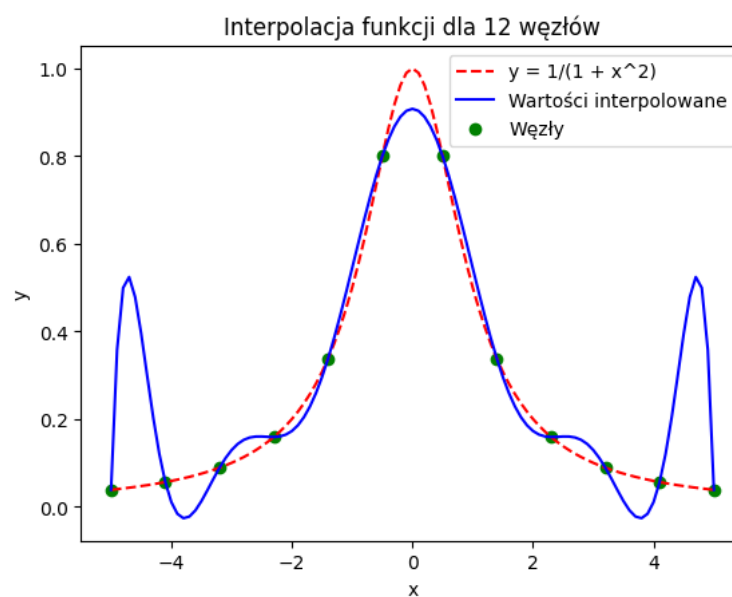




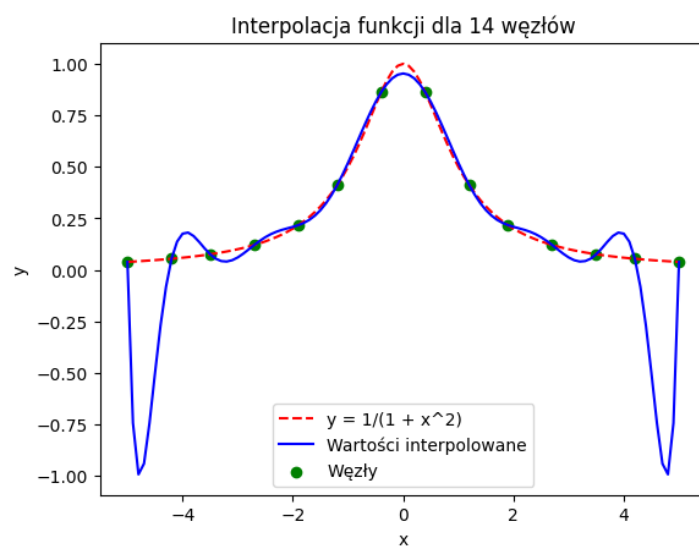
Mean squared error: 0.011



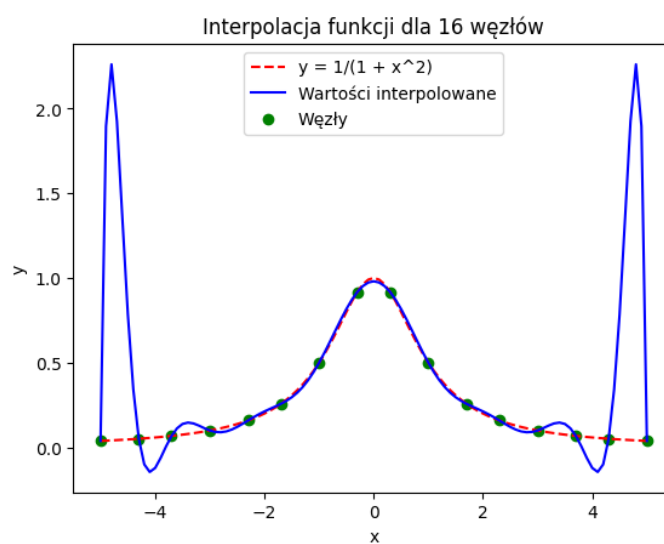
Mean squared error: 0.010



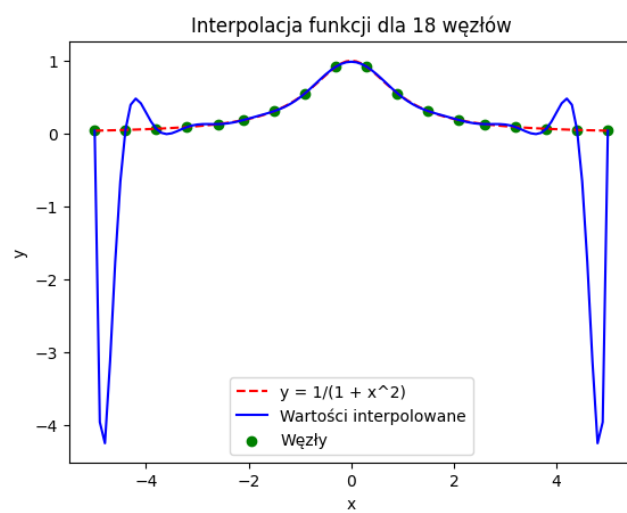
Mean squared error: 0.020



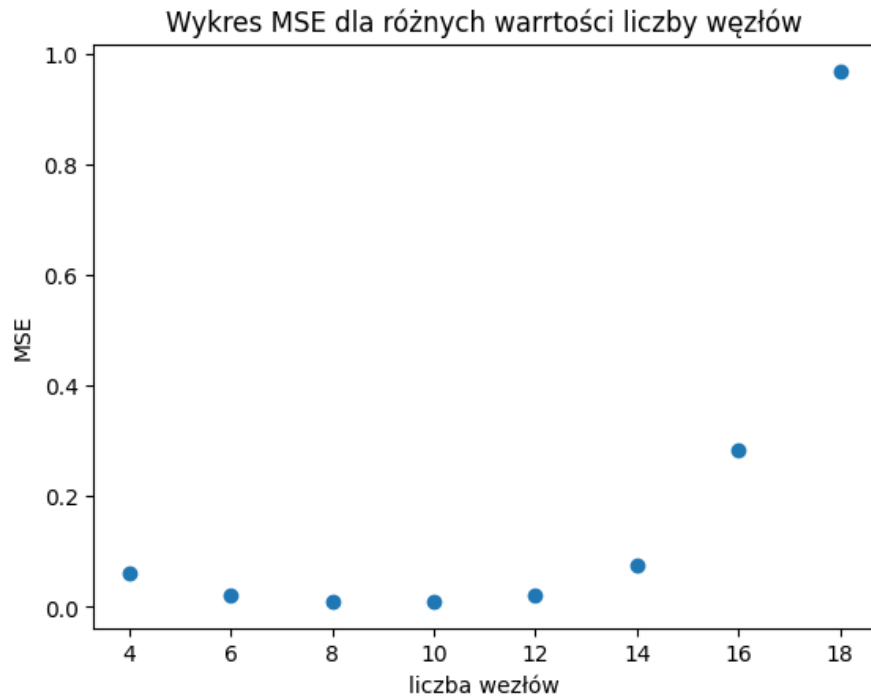
Mean squared error: 0.075



Mean squared error: 0.284



Mean squared error: 0.968



5. Wnioski

MSE (Mean Squared Error) maleje aż do osiągnięcia liczby 10 węzłów. Następnie obserwujemy gwałtowny wzrost tego wskaźnika. Jest to spowodowane odchyleniami na końcach zakresu. Zjawisko to jest znane jako efekt Rungego. Występuje ono, gdy do interpolacji wartości na równomiernie rozłożonych punktach w pewnym zakresie używany jest wielomian wysokiego stopnia. W takiej sytuacji możemy zaobserwować bardzo duże oscylacje na krańcach zakresu, zwłaszcza w pobliżu krawędzi interpolowanego obszaru.