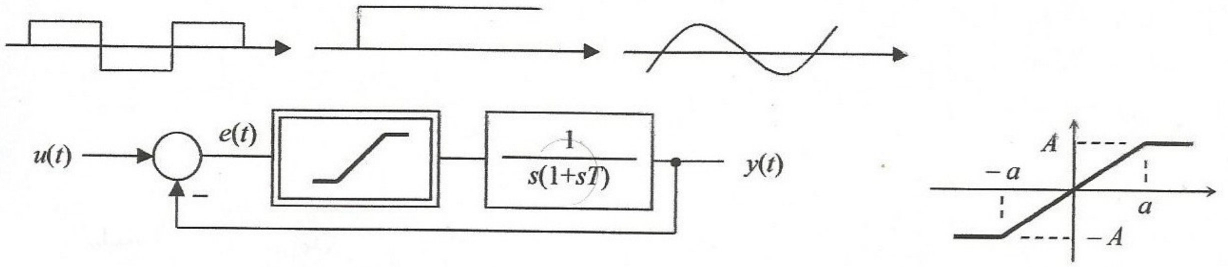
Metody Modelowania Matematycznego
Sprawozdanie z projektu

Wykonawcy :
Szymon Broda 171652 AiR1
Piotr Pietruszka 171842 AiR1

Treść zadanie projektowego :

Projekt 13. (Układ zamknięty z nieliniowością). Zamodelować i przeprowadzić symulację systemu (schemat blokowy). Umożliwić użytkownikowi definiowanie wszystkich parametrów a, A i T (wartości dodatnie) w menu programu. Program powinien wykreślać bieżące wartości wyjścia $y(t)$ i uchybu $e(t)$ systemu. Zaimplementować pobudzenie $u(t)$ w postaci: fali prostokątnej, skoku, sinusoidy.



Naszym zadaniem było zamodelowanie i zasymulowanie działania powyższego układu, z ujemną pętlą sprzężenia zwrotnego oraz z członami liniowym i nieliniowym (typu nasycenie).

Dany układ postanowiliśmy zamodelować używając modelu stanowego i przyjmując fazowe zmienne stanu:

$$X_1 \cdot s = X_2$$
$$X_2(1 + sT) = f(u - X_1)$$

$$X_1 \cdot s = X_2$$
$$X_2 \cdot s = \frac{f(u - X_1)}{T} - \frac{X_2}{T}$$

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = \frac{f(u-x_1)}{T} - \frac{x_2}{T} \end{cases}$$
$$y = x_1$$

gdzie f(x) – nieliniowość typu nasycenie

$$f(x) = \begin{cases} A & gdy\ x \geq a \\ \frac{A}{a} \cdot x & gdy\ -a < x < a \\ -A & gdy\ x \leq a \end{cases}$$

Zaś $f(u - x_1)$ jest wartością sygnału na wyjściu z członu nieliniowego.

Przeprowadzając symulację zakładaliśmy zerowe warunki początkowe i obliczaliśmy kolejne wartości zmiennych x_1 oraz x_2 korzystając z całkowania metodą Rungego-Kuty.

Wartości x_1 i x_2 w kolejnej chwili czasu obliczane są na podstawie wartości poprzedniej próbki i przewidywanego wzrostu funkcji, który uzyskujemy znając jej pochodną. Funkcja na niewielkim przedziale h jest przybliżana funkcją liniową, przy czym jej współczynnik kierunkowy nie jest równy pochodnej w punkcie dla $t = t^0$ (jak w metodzie Eulera), ale jest on obliczany jako średnia ważona pochodnych w punktach pośrednich:

$$Niech$$
$$\begin{cases} \dot{x_1} = f_1(x_1, x_2, t) \\ \dot{x_2} = f_2(x_1, x_2, t) \end{cases}$$

$$Wtedy$$
$$\begin{cases} k_1 = h \cdot f_1(x_1^0, x_2^0, t^0) \\ l_1 = h \cdot f_2(x_1^0, x_2^0, t^0) \\ \\ k_2 = h \cdot f_1(x_1^0 + \frac{k_1}{2}, x_2^0 + \frac{l_1}{2}, t^0 + \frac{h}{2}) \\ l_2 = h \cdot f_1(x_1^0 + \frac{k_1}{2}, x_2^0 + \frac{l_1}{2}, t^0 + \frac{h}{2}) \\ \\ k_3 = h \cdot f_1(x_1^0 + \frac{k_2}{2}, x_2^0 + \frac{l_2}{2}, t^0 + \frac{h}{2}) \\ l_3 = h \cdot f_1(x_1^0 + \frac{k_2}{2}, x_2^0 + \frac{l_2}{2}, t^0 + \frac{h}{2}) \\ \\ k_4 = h \cdot f_1(x_1^0 + \frac{k_3}{2}, x_2^0 + \frac{l_3}{2}, t^0 + h) \\ l_4 = h \cdot f_1(x_1^0 + \frac{k_3}{2}, x_2^0 + \frac{l_3}{2}, t^0 + h) \end{cases}$$

$$x_1(t^0 + h) = x_1(t^0) + \frac{1}{6} \cdot (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$
$$x_2(t^0 + h) = x_2(t^0) + \frac{1}{6} \cdot (l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

W naszym przypadku:

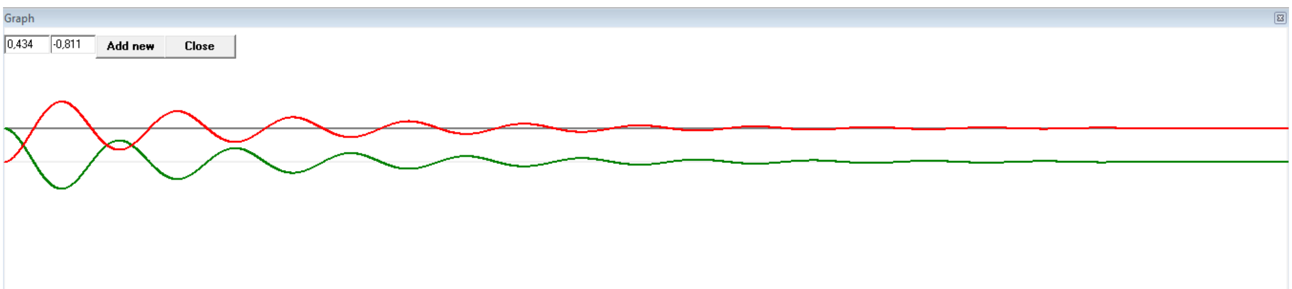
$$f_1 = x_2$$
$$f_2 = \frac{f(u - x_1)}{T} - \frac{x_2}{T}$$

Projekt został wykonany za pomocą środowiska C++ Borland Builder 6 wykorzystującego język programowania C++. Program zawiera dwa pliki projektowe, Project_MMM stanowiący swego rodzaju bazę projektową oraz centrum zarządzania programem, to w nim wprowadzane są wszelkie parametry układu oraz wybierany , a następnie przetwarzany jest sygnał. Drugi plik Unit2.cpp odpowiedzialny jest za wyświetlanie okna wykresu oraz wykreślanie charakterystyk.

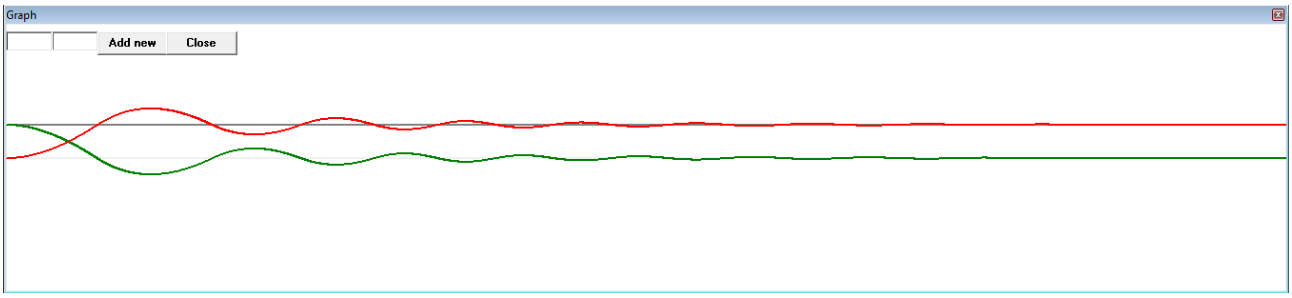
W programie za realizację obliczania kolejnych wartości zmiennych stanu są odpowiedzialne funkcje:

```
double TForm2::cf(double x1, double x2, double t, double K[], double L[])
{
   K[0] = h*f(x2);
   L[0] = h*g(x1, x2, t);

   K[1] = h*f(x2+L[0]/2.0);
   L[1] = h*g(x1+K[0]/2.0, x2+L[0]/2.0, t+h/2.0);

   K[2] = h*f(x2+L[1]/2.0);
   L[2] = h*g(x1+K[1]/2.0, x2+L[1]/2.0, t+h/2.0);

   K[3] = h*f(x2+L[2]);
   L[3] = h*g(x1+K[2], x2+L[2], t+h);

   return 0;
}

double TForm1::func(double t,double x_1[], double x_2[])//zwraca wartosc y (czyli x1)
{
    double K[4], L[4];

    cf(x_1[0], x_2[0], t, K, L);
    x_1[0] += 1.0/6.0 * (K[0] + 2*K[1] + 2*K[2] + K[3]) ;
    x_2[0] += 1.0/6.0 * (L[0] + 2*L[1] + 2*L[2] + L[3])  ;
    return x_1[0];
}
```

Przykładowe charakterystyki układu (szary – sygnał wejściowy, czerwony – odpowiedź, zielony – uchyb) :



rys.1



rys.2

Obydwa przykłady obrazują odpowiedź skokową układu. Dla drugiej odpowiedzi (parametry: alpha = 0.1, A = 5, T = 1, A/alpha = 50) widać wyraźny wpływ nieliniowości typu nasycenie. Sygnał wyjściowy zmienia się zauważalnie wolniej niż w pierwszym przypadku (parametry: alpha = 2, A = 100, T = 1, A/alpha = 50), który możemy traktować jak układ liniowy (błąd nie przekracza wartości alpha). W obydwu rozważanych przypadkach wzmocnienia w obszarze liniowym (stosunek A do alpha) oraz stała czasowa pozostają takie same.

Bibliografia:

http://www.if.pw.edu.pl/~agatka/numeryczne/wyklad_08.pdf

https://zasoby1.open.agh.edu.pl/dydaktyka/matematyka/c_metody_numeryczne/wyklad/mrk.htm