

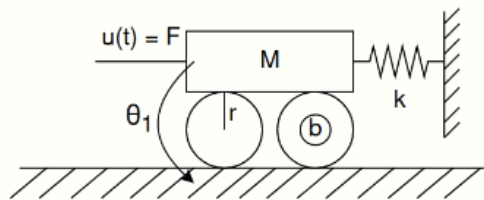
# Sprawozdanie z projektu

## Metody Modelowania Matematycznego

Szymon Kowalski 198055 ACiR2B

Maciej Kotowski 198001 ACiR2B

Projekt 7. Dany jest model wózka na sprężynie z zamontowanym tłumikiem na kołach:



Należy wyprowadzić model układu oraz zaimplementować go w symulacji. Symulator powinien umożliwiać pobudzenie układu przynajmniej trzema rodzajami sygnałów wejściowych (prostokątny o skończonym czasie trwania, trójkątny, harmoniczny). Symulator powinien umożliwiać zmianę wszystkich parametrów układu oraz sygnałów wejściowych. Należy użyć metody Rungego-Kutty 4-go rzędu oraz metody Eulera oraz na wspólnym wykresie pokazać wyniki symulacji (położenia i prędkości wózka) z obu tych metod.

## Oznaczenia symboli:

$M$  - masa wózka

$k$  - współczynnik sprężystości sprężyny

$b$  - współczynnik tłumienia (obrotowy)

$J$  - moment bezwładności koła

$r$  - promień koła

$x$  - położenie wózka

$\dot{x}$  - prędkość wózka

$\ddot{x}$  - przyspieszenie wózka

$\theta$  - kąt obrotu

$\dot{\theta}$  - prędkość kątowna

$\ddot{\theta}$  - przyspieszenie kątowe

## Model Stanowy:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{k}{\frac{J}{r^2} - M} & \frac{-b}{r^1(\frac{J}{r^2} - M)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{\frac{J}{r^2} - M} \end{bmatrix} u(t)$$

## Realizacja:

Projekt został zrealizowany w pythonie z wykorzystaniem bibliotek:

- tkinter - GUI
- numpy - obliczenia numeryczne
- matplotlib - rysowanie wykresów
- scipy - do utworzenia sygnałów wejściowych

Projekt został podzielony na 4 pliki źródłowe:

- main.py - GUI oraz rysowanie wykresów
- rk4.py - obliczenia numeryczne metodą Rungego-Kutty 4-go rzędu
- euler.py - obliczenia numeryczne metodą eulera
- signal\_generator.py - generacja sygnałów wejściowych

Do wykonania projektu wykorzystaliśmy IDE PyCharm Professional oraz GIT

# Interfejs Graficzny:

Umożliwia:

- zmianę parametrów modelu ( $k$ ,  $J$ ,  $r$ ,  $M$ ,  $b$ )
- zmianę parametrów sygnału wejściowego i jego kształt
- zmianę parametrów symulacji (czas trwania symulacji oraz długość kroku)

cart-modeling-simulation

Enter sim values:

Const $k$	10
Const $J$	0.5
Const $r$	2
Const $M$	1
Const $b$	0.1
Discretization time const	0.001
Simulation time	10

Input parameters:

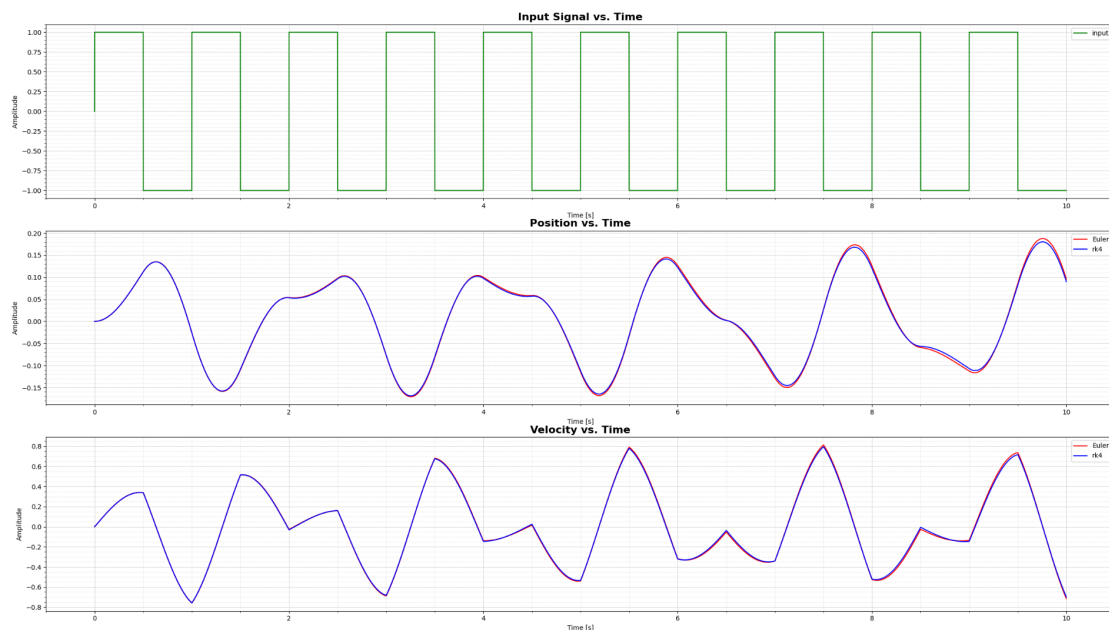
Amplitude	1
Frequency (Hz)	1

Signal type:

☒ rectangular    ☐ triangular    ☐ harmonic

Start

## Przykładowe wyniki symulacji:



## Wnioski:

- Metoda Rungego-Kutty 4-go rzędu jest bardziej precyzyjna
- Metoda Eulera wymaga bardzo małego kroku czasowego, aby uzyskać akceptowalną dokładność.
- Metoda Rungego-Kutty 4-go rzędu zachowuje większą precyzję przy zwiększaniu kroku czasowego symulacji niż metoda eulera
- Zwiększenie współczynnika sprężystości powoduje zwiększenie częstotliwości oscylacji
- Zerowy współczynnik sprężystości niweluje występowanie oscylacji oraz sprawia że wykres pozycji od czasu przypomina funkcję wykładniczą
- Zmniejszanie kroku czasowego symulacji przy metodzie eulera znacząco wpływa na wydłużenie czasu wykonania programu
- Wyniki symulacji w widoczny sposób reagują na zmianę typu funkcji wejściowej oraz jej parametrów
- Dobór metody rozwiązywania równań różniczkowych powinien być dostosowany do badanego układu oraz oczekiwanej precyzji, w prostych układach metoda Eulera może być wystarczająca przy odpowiednio małym kroku, natomiast dla układów o większej dynamice bardziej efektywna jest metoda Rungego-Kutty 4-go rzędu.
- Zwiększanie momentu bezwładności kół J powoduje zauważalne spowolnienie częstotliwości oscylacji i zmniejszenie ich amplitud.