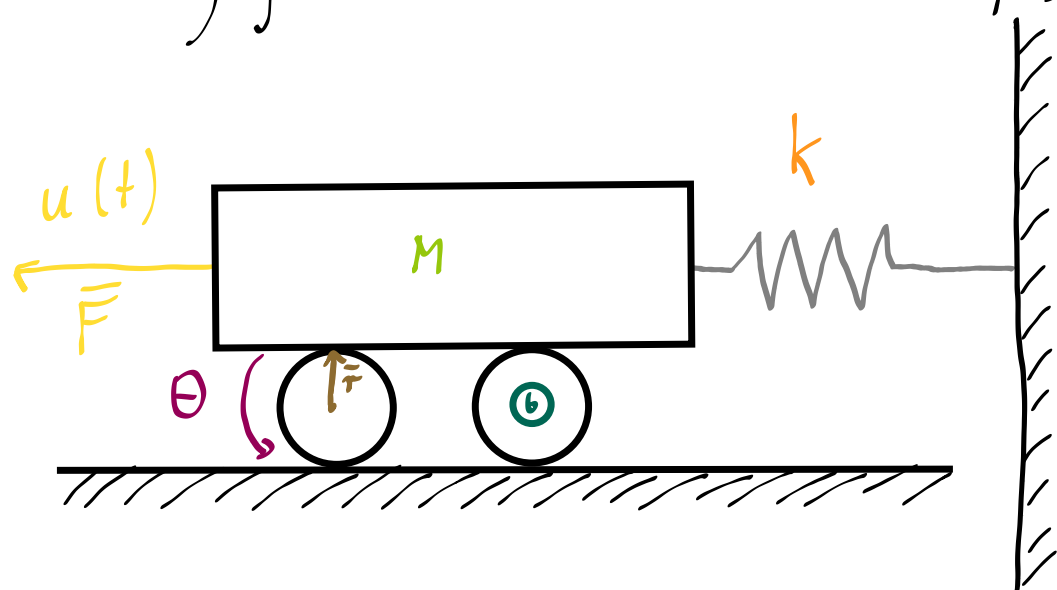


Projekt 7. Dany jest model wózka na sprężynie z zamontowanym tłumikiem na kołach:



Należy wyprocedzić model układu oraz zaimplementować go w symulacji. Symulator powinien umożliwiać pobudzenie układu 3 rodzajami sygnałów wejściowych (prostokątny o skończonym czasie trwania, trójkątny, harmoniczny). Symulator powinien umożliwiać zmiany wszystkich parametrów układu oraz sygnałów wejściowych. Należy użyć metody Rungego-Kutty 4-rzędu oraz metody Eulera oraz na wspólnym wykresie pokazać wyniki symulacji (położenie i prędkość wózka) z obu tych metod.

Na wózek oddziałują:  $F_s$  - siła sprężystości  
 $T_s$  - siła tarcia statycznego  
 $u$  - pobudzenie

$$F_s = -kx(t)$$

$T_s$ :

$$J \ddot{\theta}(t) = T_s(t) \cdot r - b \dot{\theta}(t)$$

$$\text{Ruch bez poślizgu: } \dot{x}(t) = r \dot{\theta}(t) \Rightarrow \ddot{x}(t) = r \ddot{\theta}(t)$$

$$T_s(t) = \frac{1}{r} (J \ddot{\theta}(t) + b \dot{\theta}(t))$$

$$T_s(t) = \frac{J}{r^2} \ddot{x}(t) + \frac{b}{r^2} \dot{x}(t)$$

II zasada dynamiki Newtona:

$$M \ddot{x}(t) = u(t) - kx + \frac{J}{r^2} \ddot{x}(t) + \frac{b}{r^2} \dot{x}(t)$$

$$\ddot{x}(t) \left( \frac{J}{r^2} - M \right) + \frac{b}{r^2} \dot{x}(t) - kx + u(t) = 0$$

$x_1$  - położenie wózka

$x_2$  - prędkość wózka

$$x_1 = x$$

$$x_2 = \dot{x} = \dot{x}_1$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{x}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2(t) \left( \frac{J}{r^2} - M \right) + \frac{b}{r^2} x_2(t) - kx_1(t) + u(t) = 0 \\ \dot{x}_1 = x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2(t) = \frac{-b}{r^2 \left( \frac{J}{r^2} - M \right)} x_2(t) + \frac{k}{\frac{J}{r^2} - M} x_1(t) - \frac{1}{\frac{J}{r^2} - M} u(t) \\ \dot{x}_1(t) = x_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{k}{\frac{J}{r^2} - M} & \frac{-b}{r^2 \left( \frac{J}{r^2} - M \right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{\frac{J}{r^2} - M} \end{bmatrix} u(t)$$

Jeśli wyjściem układu jest położenie:

$$y(t) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0] u(t)$$

$M$  - masa wózka

$k$  - współczynnik sprężystości sprężyny

$b$  - współczynnik tłumienia (obrotowy)

$J$  - moment bezwładności kół

$r$  - promień koła

$x$  - położenie wózka

$\dot{x}$  - prędkość wózka

$\ddot{x}$  - przyspieszenie wózka

$\theta$  - kąt obrotu

$\dot{\theta}$  - prędkość kątowa

$\ddot{\theta}$  - przyspieszenie kątowe