Zad. 1 (PGo)

Możemy wylosować k kul spośród n kul na tyle sposobów:
$|\Omega| = \binom{n}{k}$
Wyróżnioną kulę możemy wybrać na 1 sposób, pozostałe na $\binom{n-1}{k-1}$ sposobów.
$P = \frac{\binom{n-1}{k-1}}{\binom{n}{k}} = \frac{\frac{(n-1)!}{(k-1)!\cdot(n-k)!}}{\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}} = \frac{k}{n}$

Zad. 2 (PGo)

Losowy dobór oznacza tyle możliwości umieszczenia w pokojach:
$|\Omega| = \binom{40}{2} \cdot \binom{38}{2} \cdot ... \cdot \binom{2}{2} = \frac{40!}{2^{20}}$
Ilość umieszczeń w pokojach osobno księży, osobno zakonnic:
$|A| = \left(\binom{20}{2} \cdot \binom{18}{2} \cdot ... \cdot \binom{2}{2}\right)^2 \cdot \frac{20!}{10!^2} = \frac{20!^3}{2^{20} \cdot 10!^2}$
Czynnik $\frac{20!}{10!^2}$ odpowiada za "wymieszanie pokoi".
$P(A) = \frac{20!^3}{40! \cdot 10!^2} \approx 0,00013\%$
Ilość takich umieszczeń w pokojach, że występuje dokładnie 2i mieszanych par:
$|B| = \left(\binom{20-2i}{2} \cdot \binom{18-2i}{2} \cdot ... \cdot \binom{2}{2}\right)^2 \cdot \left(\binom{4i}{2} \cdot \binom{4i-2}{2} \cdot ... \cdot \binom{2}{2}\right) \cdot \frac{10!}{2i! \cdot (10-i)!^2} = \frac{(20-2i)!^2 \cdot 4i! \cdot 10!}{2^{20} \cdot 2i! \cdot (10-i)!^2}$
$P(B) = \frac{\frac{(20-2i)!^2 \cdot 4i! \cdot 10!}{2^{20} \cdot 2i! \cdot (10-i)!^2}}{\frac{40!}{2^{20}}} = \frac{(20-2i)!^2 \cdot 4i! \cdot 10!}{40! \cdot 2i! \cdot (10-i)!^2}$