

„geometry

Zad. 1 (KO)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Prawdopodobieństwo dowolnego rzutu $\frac{1}{4}$.

B - wypadła 2 orły, $P(B) = \frac{1}{4}$.

a) A - wypadnie orzeł, $P(A) = \frac{3}{4}$;

$$P(A|B) = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{4}$$

b) A - w dowolnym rzucie wypadł orzeł, $P(A) = 1 - (\frac{1}{4})^2 = \frac{15}{16}$. Ponieważ zdarzenia są zależne:

$$P(A|B) = \frac{1}{3}$$

Zad. 2 (KO)

Po rozdaniu dla pierwszych 2 graczy zostaje 26 kart, w nich 5 trefli. Gracz E może wylosować swoje 13 kart na $\binom{26}{13}$. Żeby wśród wylosowanych kart mieć 3 trefli na $\binom{5}{3} \cdot \binom{23}{10}$

$$P = \frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{23}{10}}{\binom{26}{13}}$$

Zad. 3 (MM)

Zad. 3 (MM)

a) Nie są.

$$P(E_1) = \frac{5}{36}, P(F) = \frac{1}{6}, P(E_1 \cap F) = \frac{1}{36}$$

$$P(E_1 \cap F) \neq P(E_1)P(F)$$

b) Są.

$$P(E_2) = \frac{1}{6}, P(E_2 \cap F) = \frac{1}{36}$$

$$P(E_2 \cap F) = P(E_2)P(F)$$

Zad. 4 (MK)

0.8 - moduł nie przeszedł inspekcji

0.2 - moduł przeszedł inspekcję

$P(A) = 0.2 \cdot 0.95 = 0.19$ - moduł bez wad po inspekcji

$P(B) = 0.8 \cdot 0.7 = 0.56$ - moduł bez wad bez inspekcji

$P(C) = 0.2 - 0.19 = 0.01$ - moduł wadliwy po inspekcji

$P(D) = 0.8 - 0.56 = 0.24$ - moduł wadliwy bez inspekcji

$P(E) = \frac{P(C)}{P(C) + P(D)}$ - szansa na to, aby moduł wadliwy był po inspekcji

$$\frac{0.01}{0.25} = 0.04$$

Zad. 7 (MM) Prawdopodobieństwo że informacja nie dojdzie do celu:

$$\begin{aligned} P(E \cap (A \cup B \cup (C \cap D))) &= P(E)P(A \cup B \cup (C \cap D)) = \\ &= P(E)(P(A) + P(B) + P(C \cap D) - P(A \cap B) - P(A \cap (C \cap D)) - P(B \cap (C \cap D)) + P(A \cap B \cap (C \cap D))) = \\ &= P(E)(P(A) + P(B) + P(C)P(D) - P(A)P(B) - P(A)P(C)P(D) - P(B)P(C)P(D) + P(A)P(B)P(C)P(D)) = \\ &= 0.01 \cdot (0.05 + 0.1 + 0.05 \cdot 0.01 - 0.05 \cdot 0.1 - 0.05 \cdot 0.05 \cdot 0.01 - 0.1 \cdot 0.05 \cdot 0.01 + 0.05 \cdot 0.1 \cdot 0.05 \cdot 0.01) = 0.001454275 \\ 1 - 0.001454275 &= 0.998545725 \end{aligned}$$

Zad. 8 (MK)

A - moduł A zawiera błędy

B - moduł B zawiera błędy

AB - oba moduły zawierają błędy

$$P(A) = 0.2 \quad P(B) = 0.4$$

wydarzenia A i B są od siebie niezależne

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0.2 \cdot 0.4 = 0.08$$

AwA - awaria wywołana błędem w samym A

AwB - awaria wywołana błędem w samym B

AwAB - awaria wywołana wadliwością obu modułów

$$P(AwA) = 0.5$$

$$P(AwB) = 0.8$$

$$P(AwAB) = 0.9$$

moduł A był wadliwy i wywołał awarię:

$$P(A) \cdot P(AwA) = 0.1$$

moduł B był wadliwy i wywołał awarię:

$$P(B) \cdot P(AwB) = 0.32$$

oba moduły były wadliwe i nastąpiła awaria:

$$P(AB) \cdot P(AwAB) = 0.08 \cdot 0.9 = 0.072$$

zatem:

$$\frac{0.072}{0.1+0.32+0.072} = \frac{0.072}{0.492} = 0.146$$

Odpowiedź: 0.146

Zad. 9 (SS)

1) Strategia: liczymy na to, że ostatnia karta to as pik.

Prawdopodobieństwo, że w ostatnia karta to as pik wynosi: $\frac{1}{n}$

2) Strategia: liczymy na to, że kolejna karta to as pik. Więc:

$$E_1 = \frac{1}{n+1-1}$$

$$E_2 = \frac{1}{n+1-2}$$

...

$$E_n = \frac{1}{n+1-n}$$

Z reguły łańcuchowej:

$$P(E_1 E_2 \dots E_N) = P(E_1) \cdot P(E_2 | E_1) \cdot P(E_3 | E_1 E_2) \cdot \dots \cdot P(E_n | E_1 \dots E_{n-1})$$

$$P(E_1 E_2 \dots E_N) = \frac{1}{n} \cdot \frac{\frac{1}{n-1}}{\frac{1}{n}} \cdot \dots \cdot \frac{\frac{1}{n}}{P(E_1 \dots E_{n-1})}$$

$P(E_1 E_2 \dots E_N) < \frac{1}{n}$ Więc, lepiej przyjąć strategię 1).

Zad. 10 (SS)

Wybieramy k mężczyzn, do których trafi ich kapuś (k punktów stałych permutacji): $\binom{n}{k}$

Wybieramy n - k mężczyzn do których nie trafi ich kapuś:

$$\sum_{i=0}^{n-k} \binom{n-k}{i} \cdot (n-k-i)! \cdot (-1)^{i-1}$$

$$P = \frac{\binom{n}{k} \cdot \sum_{i=0}^{n-k} \binom{n-k}{i} \cdot (n-k-i)! \cdot (-1)^{i-1}}{n!}$$