

Zad. 1 (PGo)a) $X \in \mathbb{N}_n$

b) Prawdopodobieństwa wynoszą:

- $P\{X = 1\} = p$
- $P\{X = 2\} = (1 - p) \cdot p$
- ...
- $P\{X = i\} = (1 - p)^{i-1} \cdot p$
- ...
- $P\{X = n - 1\} = (1 - p)^{n-2} \cdot p$
- $P\{X = n\} = (1 - p)^{n-1}$

c) Można to udowodnić indukcyjnie.

Dla $n = 1$ - $P\{X = 1\} = 1$ Dla $n = 2$ - $P\{X = 1\} = p$, $P\{X = 2\} = 1 - p$. Ich suma jest równa 1.Zakładamy, że dla $n = k$ suma prawdopodobieństw wynosi $\sum_{j=1}^{k-1} (1 - p)^{j-1} \cdot p + (1 - p)^{k-1} = 1$.Zatem dla $n = k + 1$ wynosi $\sum_{j=1}^k (1 - p)^{j-1} \cdot p + (1 - p)^k = 1 + (1 - p)^{k-1} \cdot (p - 1) + (1 - p)^k = 1$.**Zad. 2 (VB)**

3 białe (+1\$), 3 czerwone(-1\$), 5 czarnych(+0\$).

Losujemy 3 kule, to żeby całkowita suma była dodatnia, jest 3 opcji:

1) 1\$: $1b+2czar = \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{2}$; $2b+1czar = \binom{3}{2} \cdot \binom{3}{1}$;2) 2\$: $2b+1czar = \binom{3}{2} \cdot \binom{5}{1}$;3) 3\$: $3b = \binom{3}{3}$;Ilość wszystkich możliwych kombinacji wynosi $\binom{11}{3}$.

Prawdopodobieństwo wygranej wynosi:

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{5}{2} + \binom{3}{2} \cdot \binom{3}{1} + \binom{3}{2} \cdot \binom{5}{1} + 1}{\binom{11}{3}}$$