„geometry

**Zad. 1 (KO)**

B - wypadną 2 orły, $P(B) = \frac{1}{4}$.

a) A - wypadnie orzeł w pierwszym rzucie, $P(A) = \frac{1}{2}$;

$$P(A|B) = \frac{1}{2}$$

b) A - w dowolnym rzucie wypadł orzeł, $P(A) = \frac{3}{4}$.

$$P(A|B) = \frac{1}{3}$$

**Zad. 2 (KO)**

Po rozdaniu dla pierwszysch 2 graczy zostaje 26 kart, w nich 5 trefli. Gracz E moze wylosowac swoje 13 kart na $\binom{26}{13}$. Żeby wsród wylosowanych kart mieć 3 trefli na $\binom{5}{3} \cdot \binom{23}{10}$

$$P = \frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{23}{10}}{\binom{26}{13}}$$

**Zad. 3 (MM)**

a) Nie sa.

P(E$_1$) $= \frac{5}{36}, P(F) = \frac{1}{6}, P(E_1 \cap F) = \frac{1}{36}$

$P(E_1 \cap F) \neq P(E_1)P(F)$

$b)Sa.$

$P(E_2) = \frac{1}{6}, P(E_2 \cap F) = \frac{1}{36}$

$P(E_2 \cap F) = P(E_2)P(F)$

**Zad. 4 (MK)**

0.8 - moduł nie przeszedł inspekcji

0.2 - moduł przeszedł inspekcję

$P(A) = 0.2 \cdot 0.95 = 0.19$ - moduł bez wad po inspekcji

$P(B) = 0.8 \cdot 0.7 = 0.56$ - moduł bez wad bez inspekcji

$P(C) = 0.2 - 0.19 = 0.01$ - moduł wadliwy po inspekcji

$P(D) = 0.8 - 0.56 = 0.24$ - moduł wadliwy bez inspekcji

$P(E) = \frac{P(C)}{P(C)+(P(D)}$ - szansa na to, aby moduł wadliwy był po inspekcji

$\frac{0.01}{0.25} = 0.04$

**Zad. 5 (IS)**

a)

$$\frac{\frac{(2n-1)!}{n! \cdot (n-1)!}}{2^{2n}}$$

b)

$$\frac{\frac{(b_1+b_2+r_1+r_2-1)!}{(b_1+b_2)! \cdot (r_1+r_2)!}}{2^{b_1+b_2+r_1+r_2}}$$

**Zad. 6 (IS)**

Klasyczny problem Monty Halla psychopatycznie sprowadzony do zabijania wiezniow...

Musimy udowodnić, że niezależnie od tego co mówi więzień, szansa na przezycie to zawsze $\frac{1}{3}$

Zalozmy ze A bedzie oznaczało sytuacje, kiedy wiezien 1 jest ulaskawiony, a B bedzie oznaczac sytuacje kiedy straznik powie, że inny wiezien bedzie skazany.

Z twierdzenia Bayesa:

$$\mathsf{P}(A \mid B) = \frac{\mathsf{P}(B \mid A)\,\mathsf{P}(A)}{\mathsf{P}(B \mid A)\mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B \mid A')\mathsf{P}(A')}.$$

$P(A)$ to prawdopodobienstwo z jakim ulaskawiony jest pierwszy wiezen bez zadnych informacji - $\frac{1}{3}$

$P(A')$ to prawdopodobiensto z jakim pierwszy wiezien umiera (bez zadnych informacji) - $\frac{2}{3}$

$P(B \mid A)$ to prawdopodobienstwo ze straznik powie, ze inny wiezen umiera, jesli pierwszy przezywa. Straznik zawsze mowi ze inny umiera - prawdopodobienstwo wynosi 1

$P(B \mid A')$ to prawdopodobienstwo ze straznik powie, ze inny wiezen umiera, jesli pierwszy tez umrze. Straznik zawsze mowi ze inny umiera - prawdopodobienstwo wynosi 1

Podstawiajac wszystko do wzoru:

$$P(A|B) = \frac{1 \cdot \frac{1}{3}}{1 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$$

**Zad. 7 (MM)** Prawdopodobienstwo ze informacja nie dojdze do celu:

P(E $\cap (A \cup B \cup (C \cap D))) = P(E)P(A \cup B \cup (C \cap D)) =$
$= P(E)(P(A) + P(B) + P(C \cap D) - P(A \cap B) - P(A \cap (C \cap D)) - P(B \cap (C \cap D)) + P(A \cap B \cap (C \cap D))) =$
$= P(E)(P(A)+P(B)+P(C)P(D)-P(A)P(B)-P(A)P(C)P(D)-P(B)P(C)P(D)+P(A)P(B)P(C)P(D)) = 0.01 \cdot (0.05 + 0.1 + 0.05 \cdot 0.01 - 0.05 \cdot 0.1 - 0.05 \cdot 0.05 \cdot 0.01 - 0.1 \cdot 0.05 \cdot 0.01 + 0.05 \cdot 0.1 \cdot 0.05 \cdot 0.01) = 0.001454275 Odpowiedzto :$
$1 - 0.001454275 = 0.998545725$

**Zad. 8 (MK)**

A - moduł A zawiera błędy
B - moduł B zawiera błędy
AB - oba moduły zawierają błędy
$P(A) = 0.2$ $P(B) = 0.4$
wydarzenia A i B są od siebie niezależne
$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0.2 \cdot 0.4 = 0.08$

AwA - awaria wywołana błędem w samym A
AwB - awaria wywołana błędem w samym B
AwAB - awaria wywołana wadliwościa obu modułów
$P(AwA) = 0.5$
$P(AwB) = 0.8$
$P(AwAB) = 0.9$
moduł A był wadliwy i wywołał awarię:
$P(A) \cdot P(AwA) = 0.1$
moduł B był wadliwy i wywołał awarię:
$P(B) \cdot P(AwB) = 0.32$
oba moduły były wadliwe i nastąpiła awaria:
$P(AB) \cdot P(AwAB) = 0.08 \cdot 0.9 = 0.072$
zatem:
$\frac{0.072}{0.1+0.32+0.072} = \frac{0.072}{0.492} = 0.146$
Odpowiedź: 0.146

**Zad. 9 (SS)**

1) Strategia: liczymy na to, że ostatnia karta to as pik.
Prawdopodobieństwo, że w ostatnia karta to as pik wynosi: $\frac{1}{n}$

2) Strategia: liczymy na to, że kolejna karta to as pik. Więc:
$E_1 = \frac{1}{n+1-1}$
$E_2 = \frac{1}{n+1-2}$
...
$E_n = \frac{1}{n+1-n}$

Z reguły łańcuchowej:
P($\mathrm{E}_1 E_2 ... E_N) = P(E_1) \cdot P(E_2|E_1) \cdot P(E_3|E_1E_2) \cdot ... \cdot P(E_n|E_1...E_{n-1})$
P($\mathrm{E}_1 E_2 ... E_N) = \frac{1}{n} \cdot \frac{\frac{1}{n-1}}{\frac{1}{n}} \cdot ... \cdot \frac{\frac{n}{n}}{P(E_1...E_{n-1})}$
$P(E_1E_2...E_N) < \frac{1}{n}$ Więc, lepiej przyjąć strategie 1).

**Zad. 10 (SS)**
Wybieramy k mężczyzn, do których trafi ich kapulesz (k punktów stałych permutacji): $\binom{n}{k}$
Wybieramy n - k mężczyzn do których nie trafi ich kapelusz:
$\sum_{i=0}^{n-k} \binom{n-k}{i} \cdot (n-k-i)! \cdot (-1)^{i-1}$
P $= \frac{\binom{n}{k} \cdot \sum_{i=0}^{n-k} \binom{n-k}{i} \cdot (n-k-i)! \cdot (-1)^{i-1}}{n!}$