

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA

WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI, INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ



TEORIA STEROWANIA II: ĆWICZENIA LABORATORYJNE

Sprawozdanie: Ćwiczenie 2.

Temat Częstotliwościowe kryteria stabilności

Szymon Tokarz

Kraków, 3 kwietnia 2024

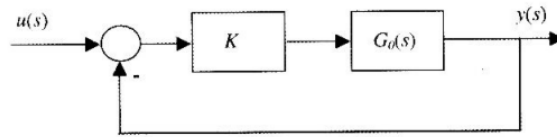
1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było zapoznanie się z częstotliwościowymi kryteriami stabilności, w szczególności z kryterium Nyquista. Należało przeprowadzić symulację dla obiektu o podanej transmitancji, zbadać przedziały współczynnika wzmocnienia oraz przeanalizować odpowiedź obiektu na skok jednostkowy (funkcję Heaviside'a).

2 Przebieg ćwiczenia

2.1 Zadanie 2.1

Pierwszym etapem była analiza stabilności obiektu o poniższym schemacie.



Rysunek 1: Schemat układu zamkniętego

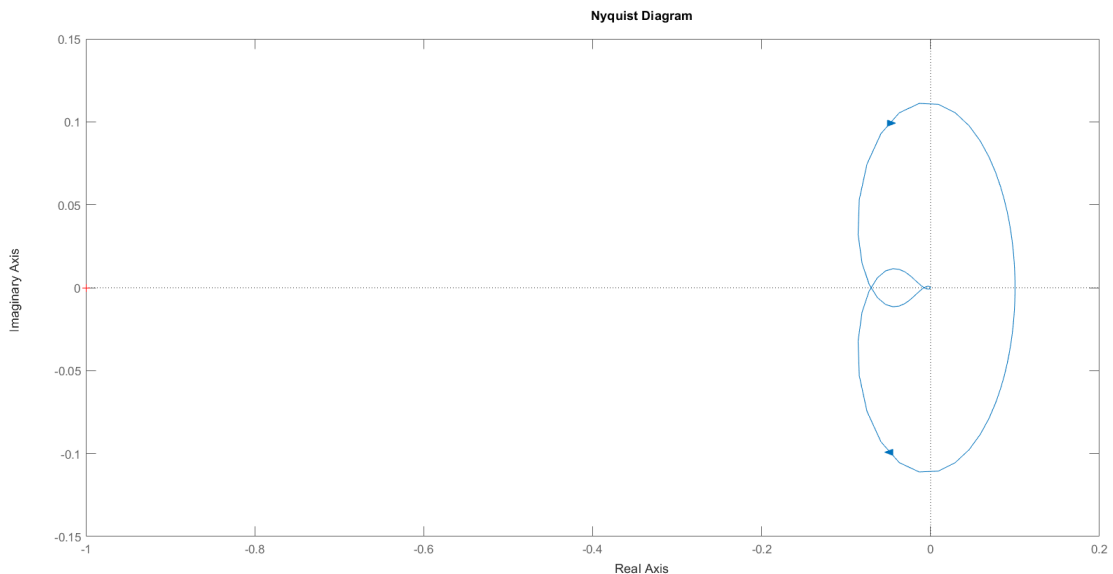
,gdzie transmitancja G_0 wynosi:

$$G_0 = \frac{s + 1}{0.01s^4 + 0.5s^3 + 3s^2 + -10s + 10} \quad (1)$$

Bieguny transmitancji wynoszą:

$$\begin{bmatrix} -42.34 \\ -10.24 \\ 1.29 + 0.79i \\ 1.29 - 0.79i \end{bmatrix}$$

Można wywnioskować, że układ otwarty jest niestabilny, ponieważ części rzeczywiste dwóch biegunów są dodatnie. Wrysowano również charakterystykę Nyquista dla podanej transmitancji G_0 .



Rysunek 2: Charakterystyka Nyquista dla zadanej transmitancji

Następnie wyznaczono przedziały współczynnika wzmocnienia k w zależności od tego ile razy wykres okrąży punkt $-\frac{1}{k}$.

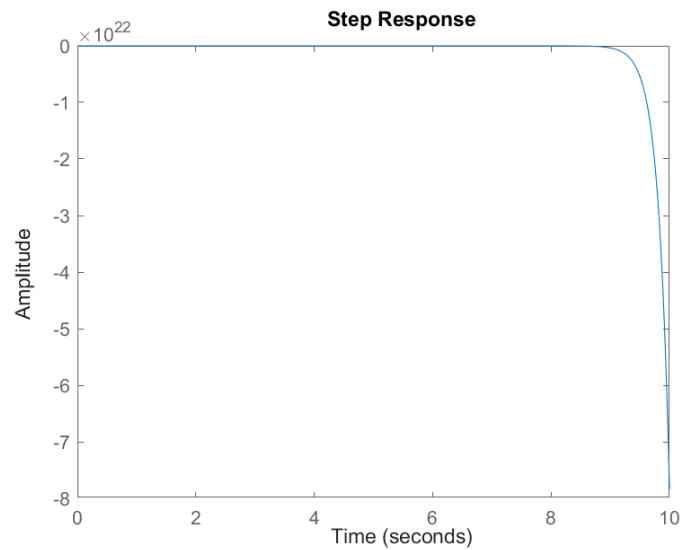
Tabela 1: Przedziały wzocnienia.

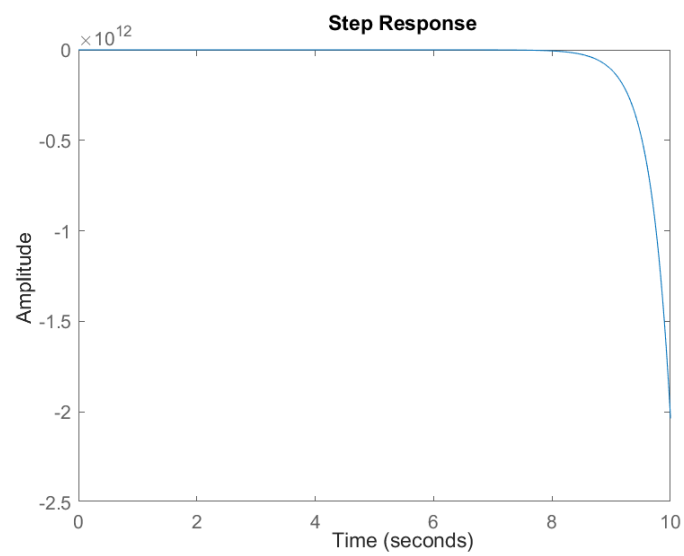
Liczba dodatnich biegunów	Przedział k	Ilość okrążeń
2	$k \in (-\infty, -10)$	-1
2	$k \in [-10, 0)$	0
2	$k \in (0, 14.1)$	0
2	$k \in [14.1, 130.5]$	-2
2	$k \in (130.5, \infty)$	0

Następnym krokiem było zbadanie odpowiedzi układu na skok jednostkowy przy różnych wartościach wzocnienia k z poszczególnych przedziałów.

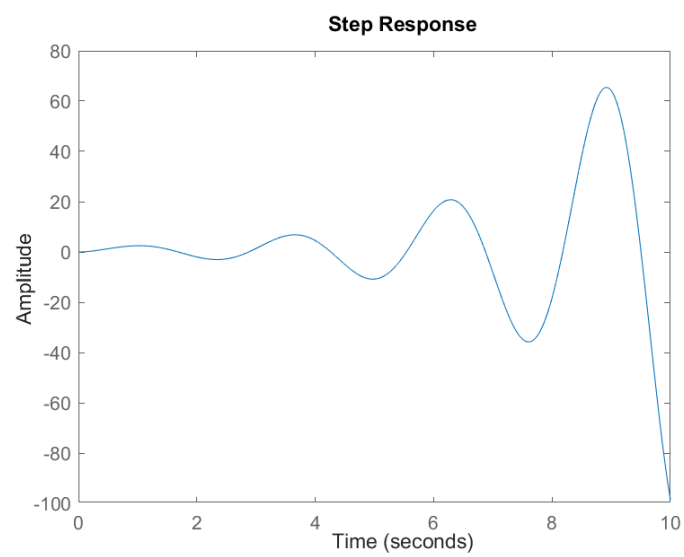
Tabela 2: Układ zamknięty

Współczynnik wzocnienia k	Suma P + N	Bieguny dodatnie układu zamkniętego
20	0	0
150	2	2
-20	1	1
10	2	2
-5	2	2

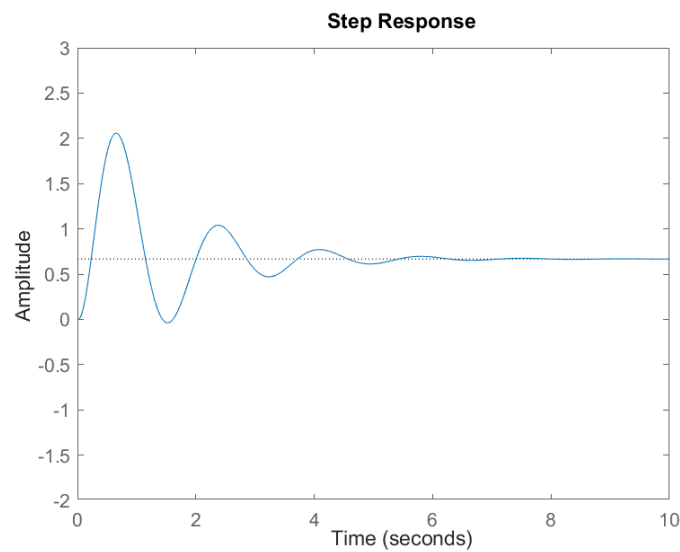
**Rysunek 3: Odpowiedź skokowa dla k=-20**



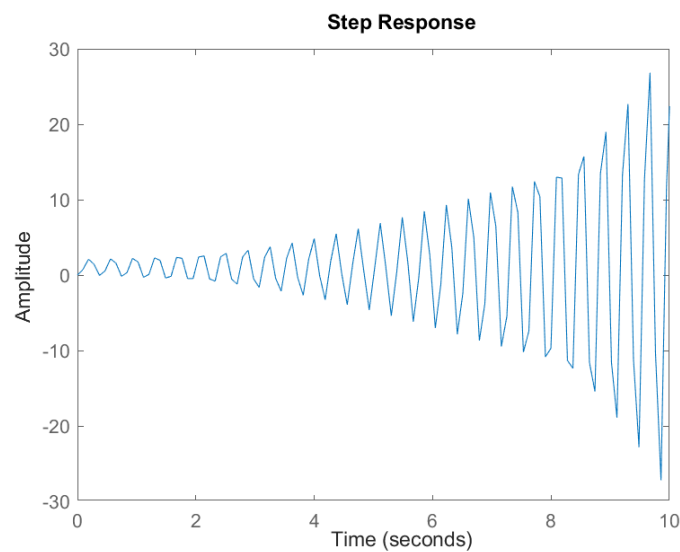
Rysunek 4: Odpowiedź skokowa dla $k=-5$



Rysunek 5: Odpowiedź skokowa dla $k=10$



Rysunek 6: Odpowiedź skokowa dla $k=20$

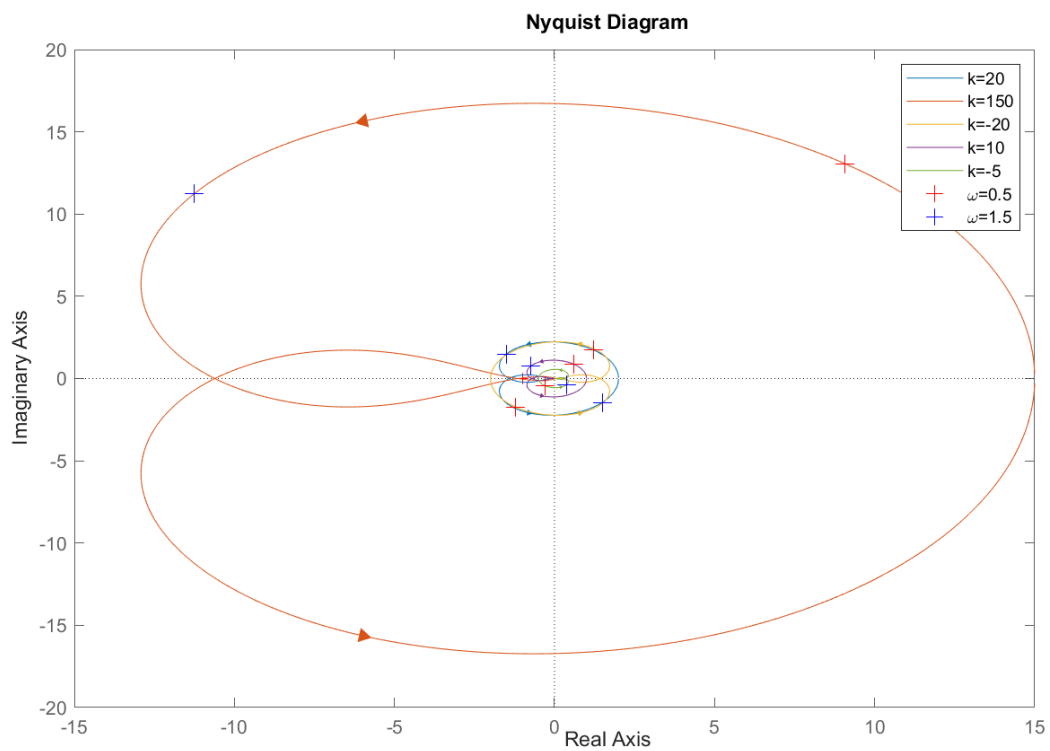


Rysunek 7: Odpowiedź skokowa dla $k=150$

Układ jest stabilny wtedy, gdy wartość $P + N$ jest równa 0. W pozostałych przypadkach występują rosnące oscylacje lub wartość zmierza do nieskończoności. Dzieje się tak, ponieważ w przypadku, gdy $k=20$, transmisja ma tylko bieguny niedodatnie.

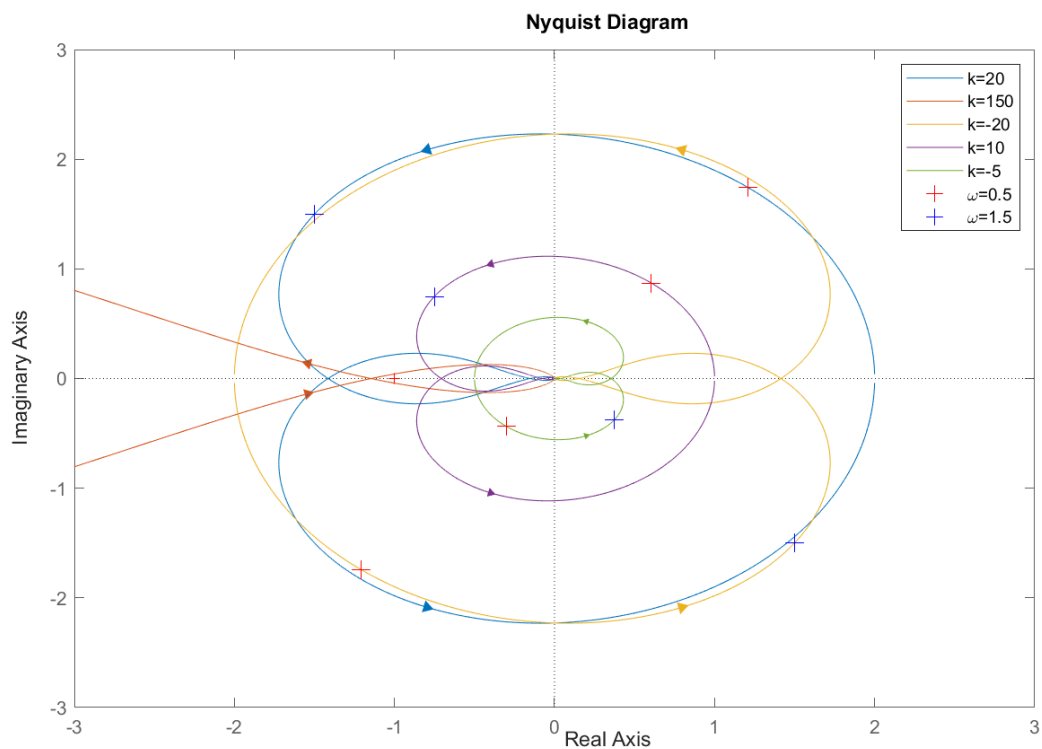
2.2 Wykres zbiorowy Nyquista

Stworzono zbiorowy wykres Nyquista dla wartości wzmocnienia z poprzedniej części ćwiczeń z zaznaczonymi miejscami pulsacji $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$ oraz $\omega = 1.5 \text{ rad/s}$



Rysunek 8: Zbiorowy wykres Nyquista

W celu lepszej widoczności danych na wykresie wykonano również powiększenie, ponieważ dla $k=150$ wartości charakterystyki są znacznie większe.



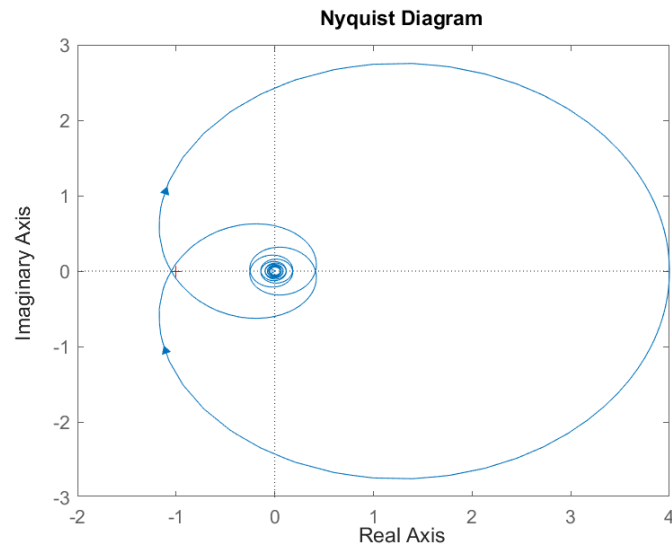
Rysunek 9: Zbiorowy wykres Nyquista powiększony

Po analizie wykresów można zauważyć, że punkty dla poszczególnych pulsacji leżą na tej samej prostej, co oznacza, że są zgodne w fazie. Dla różnych wartości wzmocnień charakterystyki Nyquista mają różne kształty.

2.3 Zadanie 2.2

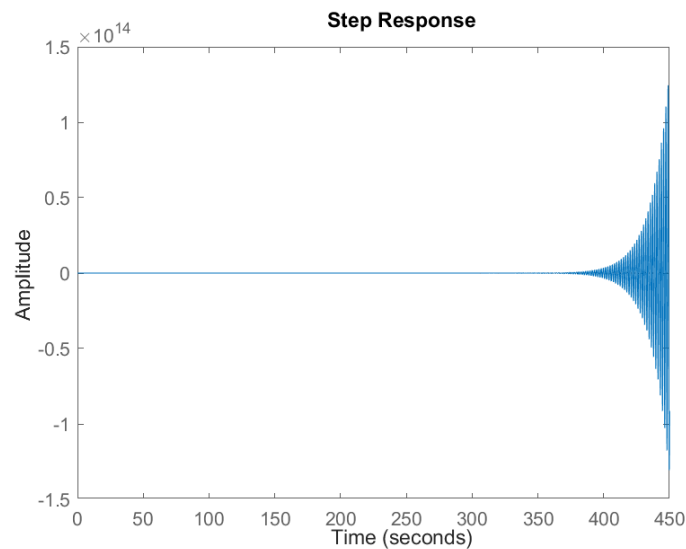
Kolejną częścią ćwiczenia była analiza obiektu z opóźnieniem o zadanej transmitancji G_0 .

$$G_0 = \frac{4e^{-0.5s}}{s+1} \quad (2)$$



Rysunek 10: Wykres Nyquista dla transmitancji z opóźnieniem

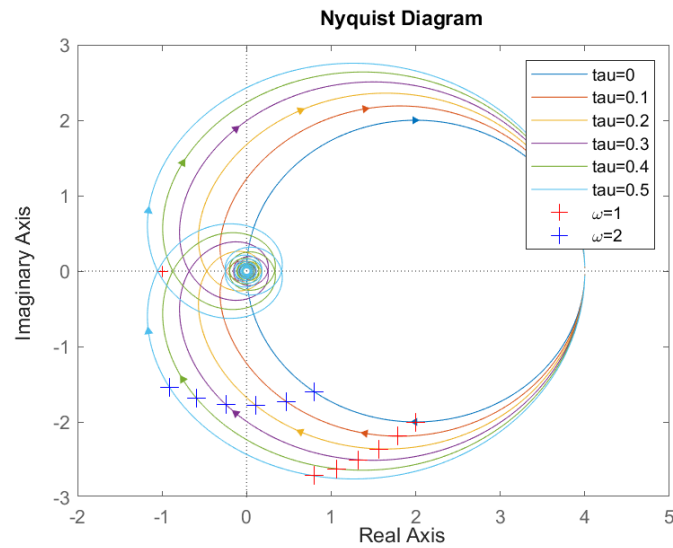
Układ jest niestabilny, ponieważ przecięcie wykresu z osią rzeczywistą jest po lewej stronie od punktu $(-1, j0)$. Powodem dla czego ważne jest sprawdzenie pierwszego przecięcia jest to, że przecięcie odpowiada częstotliwości kiedy faza jest równa -180 . Jest to częstotliwość kiedy układ przechodzi ze stabilności w niestabilność. Jeśli przecięcie następuje po prawej stronie od punktu $(-1, j0)$ to częstotliwość jest dodatnia i oznacza ona stabilność a jeśli po lewej stronie to częstotliwość jest ujemna i oznacza niestabilność.



Rysunek 11: Odpowiedź skokowa dla transmitancji z opóźnieniem

Układ jest niestabilny, ponieważ oscylacje ciągle rosną.

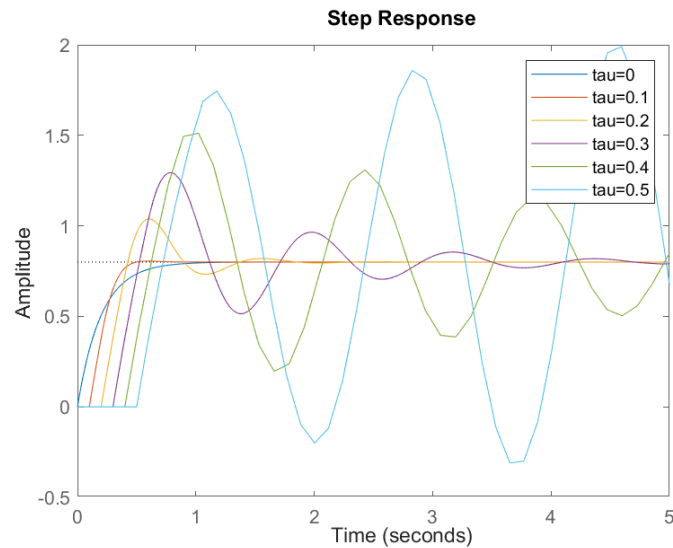
Następną częścią było utworzenie wykresu dla różnych wartości opóźnienia z zakresu od 0 do 0.5 z krokiem 0.1 oraz zaznaczenie pulsacji $\omega = 1 \text{ rad/s}$ oraz $\omega = 2 \text{ rad/s}$.



Rysunek 12: Wykresy Nyquista dla różnych opóźnień

Dodanie opóźnienia powoduje obrót wykresu. Jest to spowodowane przesunięciem fazowym, które powoduje ruch pulsacji o podanych wartościach po okręgu zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

Ostatnim etapem ćwiczeń była analiza odpowiedzi skokowych obiektów z różnym opóźnieniem z poprzedniej części.



Rysunek 13: Odpowiedzi skokowe dla różnych opóźnień

Można zauważyć, że układ jest niestabilny tylko, gdy $\tau = 0.5$, co zgadza się z charakterystykami Nyquista umieszczonymi wyżej na rysunku 12, ponieważ tylko ta charakterystyka obejmuje punkt $(-1, j0)$.

3 Opis wniosków i obserwacji

Analiza Nyquista jest niezwykle przydatna do oceny stabilności systemów dynamicznych. Pozwala ona ocenić, czy system jest stabilny, niestabilny lub granicznie stabilny. Najtrudniejszą częścią ćwiczeń było dobre dopasowanie przedziałów wzmocnienia k , ale bardzo ułatwiło sprawę użycie pulsacji ω w przedziale $(-\infty, \infty)$, dzięki czemu można było wykorzystać metodę rysowania prostej przez charakterystykę. Przewidywania odnośnie stabilności układu na podstawie wykresów Nyquista zostały potwierdzone na odpowiedziach skokowych.