

Geodezja wyższa

Ćwiczenie 1

Układy współrzędnych na elipsoidzie

Szymon Turzański 305412

Spis treści

1	Teoria	
	Układy odniesienia na Ziemi	3
	Cel projektu	5
2	Przebieg pracy	
	Przygotowanie	6
	Wczytanie danych.....	6
	Transformacja xyz	7
	Transformacja neu	7
	Dodatkowe obliczenia	8
3	Analiza wyników	9-11
4	Wnioski	11

Teoria

Układy odniesienia na Ziemi

- **Układ $\phi\lambda h$** zwany również układem współrzędnych geodezyjnych (elipsoidalnych, krzywoliniowych) jest podstawą pomiarów geodezyjnych. Powierzchnią odniesienia jest elipsoida obrotowa, jako przybliżenie kształtu kuli ziemskiej.

Wielkościami charakteryzującymi rozmiar i kształt elipsoidy są długości dłuższej półosi (półosi równikowej; symbol: „a” i krótszej półosi (półosi biegunowej; symbol: „b”. Na ich podstawie wyznacza się pozostałe wielkości, takie jak spłaszczenie, ekscentryczność (pierwszy mimośród; e^2) czy eliptyczność (drugi mimośród; e'^2).

Globalnym układem odniesienia jest elipsoida GRS80 ($a = 6\,378\,137\text{m}$, $b = 6\,356\,752\text{m}$). Wcześniej stosowano lokalne modele z punktami przyłożenia w określonych obszarach. Dla układu GRS80 wartość pierwszego mimośrodu wynosi:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 0.00669438002290$$

Wartościami definiującymi położenie w układzie $\phi\lambda h$ są:

- szerokość geodezyjna (wyrażona symbolem ϕ); jej wartość jest kątem nachylenia normalnej do powierzchni elipsoidy, przechodzącej przez punkt pomiaru, a płaszczyznę równika. Wartości na równiku wynoszą 0° , a na biegunach odpowiednio -90° na biegunie południowym i 90° na biegunie północnym
- długość geodezyjna (wyrażona symbolem λ); jej wartość jest kątem dwuściennym między płaszczyznami południków. Południk zerowy przechodzi przez Greenwich w Wielkiej Brytanii, a wartość długości rośnie do 360° w kierunku wschodnim
- wysokość nad powierzchnią elipsoidy (wyrażona symbolem h); mierzy się ją wzdłuż normalnej do powierzchni elipsoid

Układ xyz (współrzędnych prostokątnych przestrzennych) nawiązuje do trójwymiarowego układu kartezjańskiego. Środkiem jest środek geometryczny elipsoidy. Płaszczyzna xy pokrywa się z płaszczyzną równika (oś x przechodzi przez płaszczyznę południka zerowego, a jej wartości rosną w stronę jego łuku; wartości osi y rosną w kierunku południka 90 °). Oś z pokrywa się z osią obrotu Ziemi, a jej wartości rosną w kierunku bieguna północnego. Transformacja współrzędnych między układami zachodzi według następujących zależności:

$$x = (N + h)\cos\phi\cos\lambda \quad y = (N + h)\cos\phi\sin\lambda \quad z = [N(1 - e^2) + h]\sin\phi$$

Układ neu (pomiarowy horyzontalny geodezyjny) ma swój środek w miejscu przyłożenia do danego punktu na powierzchni Ziemi. Płaszczyzna ne jest prostopadła do normalnej w punkcie, do którego planuje się odnosić. Wartości n rosną w kierunku bieguna północnego, a e w kierunku wschodnim. Wartości u rosną wraz z wysokością nad punktem.

Wartości w tym układzie uzyskuje się z następującej zależności:

$$\begin{bmatrix} n_{ij} \\ e_{ij} \\ u_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\phi\cos\lambda & -\sin\phi\sin\lambda & \cos\phi \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ \cos\phi\cos\lambda & \cos\phi\sin\lambda & \sin\phi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix}$$

Gdzie wartości w ostatniej macierzy są przyrostami odpowiednich wartości między mierzonym punktem, a początkiem układu.

Cel projektu

Celem projektu było wstępne zapoznanie się z wyżej wymienionymi układami odniesienia oraz sprawdzenie, które lepiej służą do konkretnych warunków, a które gorzej. Cały projekt wykonano w środowisku MATLAB, który posiadał wbudowane funkcje graficzne przydatne do wyświetlania wyników. Dane są pobrane z lotu z Portu lotniczego w Barcelonie do Portu lotniczego w Kopenhadze. Dane na temat lotu pobrano ze strony flightaware.com



Przebieg pracy

Przygotowanie

Z zakładki Flight Track Log znajdującej się w prawym górnym rogu pobrano trasę lotu, która wciąż wymagała selekcji danych. Posłużył do tego program MS Excel, za pomocą którego wybrano jedynie kolumny z wartościami długości i szerokości geograficznej, a także wysokość samolotu nad poziomem morza. Tak wyselekcjonowane dane wklejono do pliku tekstowego, będącego plikiem źródłowym dla skryptu w środowisku MATLAB.

Wczytanie danych

Do ćwiczenia użyto wartości elipsoidy GRS80 (wartości a i e^2). Dane lotu wczytano z pliku dane2.txt, a dane lotniska zostały utworzone w kodzie. Następnie otrzymaną macierz odpowiednio zamieniono na wektory wartości. Na przestrzeni całego ćwiczenia wartości odnoszące się do lotniska były dodatkowo oznaczane wielką literą B.

```
clear;
a=6378137;
e2=0.00669437999013;
macierzDane= load('dane2.txt');
phiB = 41.297445;
lambdaB = 2.0832941;
hB = 4;

phi=macierzDane(:,1); % wszystkie el z kolumny nr1
lambda=macierzDane(:,2);% wszystkie el z kolumny nr2
h=macierzDane(:,3);% wszystkie el z kolumny nr3

% ...
```

Transformacja xyz

Na podstawie treści teoretycznej utworzono funkcje odpowiedzialne za transformację z układu współrzędnych geodezyjnych na współrzędne prostokątne. Konieczna do tego jest wartość pierwszego wertykału (oznaczona literą N) dla wszystkich punktów w trakcie lotu oraz dla lotniska. Następnie wykorzystano zależności między wartościami z układu współrzędnych geodezyjnych do utworzenia wektorów współrzędnych prostokątnych zarówno dla samolotu, jak i lotniska.

```
% współrzędne samolotu

N_lotnisko = (a./sqrt(1-e2 .* sind(phi) .* sind(phi)));
x = (N_lotnisko+h).*cosd(phi).*cosd(lambda);
y = (N_lotnisko+h).*cosd(phi).*sind(lambda);
z = (N_lotnisko.*(1-e2)+h).*sind(phi);

% lotniska współrzędne
N_lotnisko = (a./sqrt(1-e2*sind(phiB)));
XB = (N_lotnisko+hB).*cosd(phiB).*cosd(lambdaB);
YB = (N_lotnisko+hB).*cosd(phiB).*sind(lambdaB);
ZB = (N_lotnisko.*(1-e2)+hB).*sind(phiB);
```

Transformacja neu

Mając już współrzędne prostokątne zarówno dla lotniska, jak i każdego pomierzonego punktu lotu, możliwa jest transformacja do układu pomiarowego horyzontalnego z punktem przyłożenia w lotnisku.

```
n = ((-sind(phi)) .* cosd(lambda)) .* (x - XB)
+ (-sind(phi) .* sind(lambda)) .* (y - YB)
+ cosd(phi) .* (z - ZB);

e = (-sind(lambda)) .* (x - XB) + cosd(lambda) .* (y - YB);

u = (cosd(phi) .* cosd(lambda)) .* (x - XB)
+ (cosd(phi) .* sind(lambda)) .* (y - YB)
+ sind(phi) .* (z - ZB);
```

Dodatkowe obliczenia

Do dodatkowej analizy wyników stworzono również formuły liczące odległość skośną (s), azymut (azymut), oraz kąt zenitalny (zenit) między samolotem a lotniskiem. Do obliczenia azymutu potrzebne było stworzenie funkcji warunkowej, aby odpowiednio interpretować wyniki z funkcji arcus tangens.

```
% tworzymy macierz
xyz = [x y z];
neu = [n e u];

s = sqrt(n.*n + e.*e + u.*u);

pomocniczyZenit = u ./ sqrt(n.*n + e.*e + u.*u);
zenit = acosd(pomocniczyZenit);

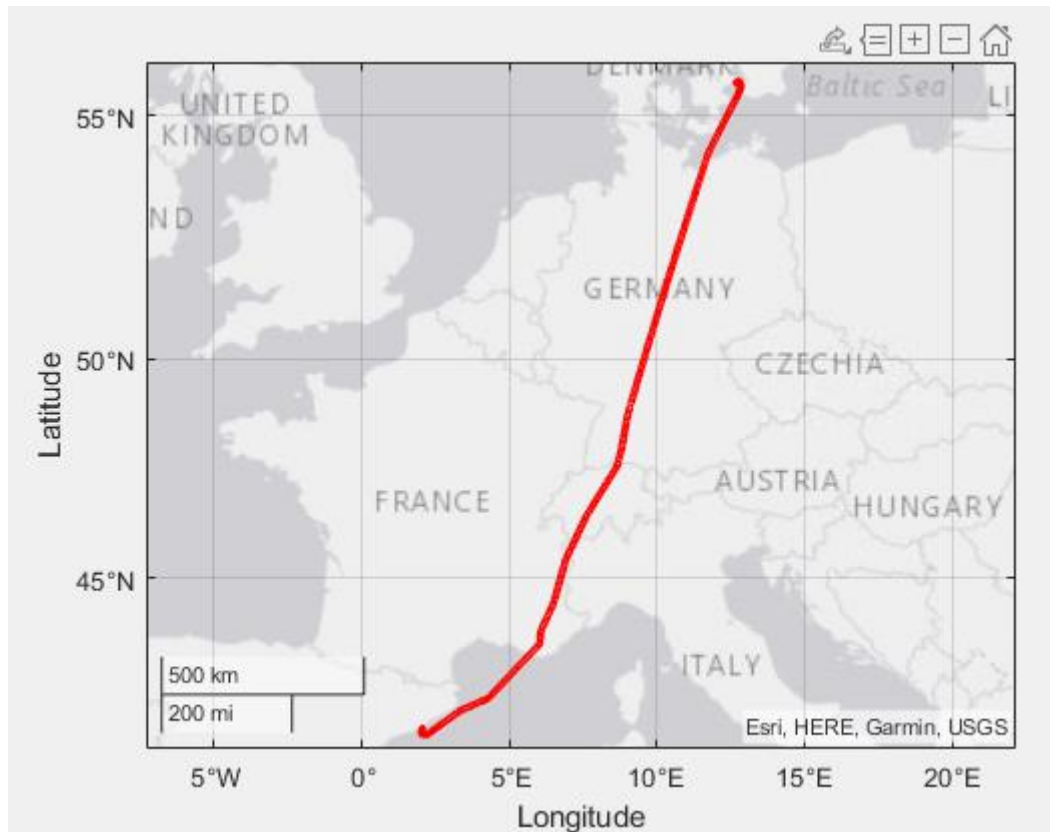
pomocniczyAzymut = e ./ n;
azymut = atand(pomocniczyAzymut);

geoscatter(phi,lambda,5,'ro');

plot3(x,y,z);
plot3(n,e,h);
for i = 1:size(neu, 1)
    if ((n(i, 1) < 0) && (e(i, 1) > 0)) || ((n(i, 1) < 0) && (e(i, 1) < 0))
        azymut(i, 1) = azymut(i, 1) + 180
    elseif ((n(i, 1) > 0) && (e(i, 1) < 0))
        azymut(i, 1) = azymut(i, 1) + 360
    end
end
```

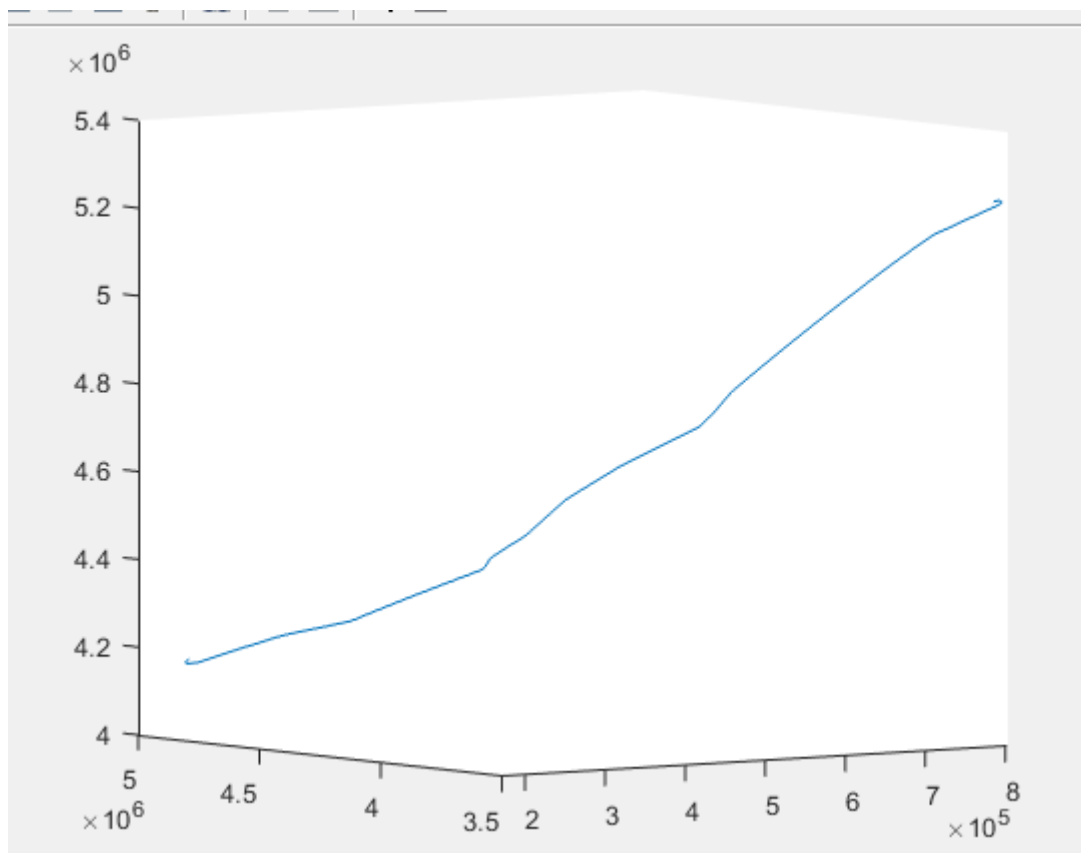

Analiza wyników

Za pomocą poleceń graficznych środowiska MATLAB wykonano kilka wizualizacji dotyczących trasy lotu. Używając polecenia `geoscatter(phi,lambda,5,'ro')` otrzymano następujący obraz:



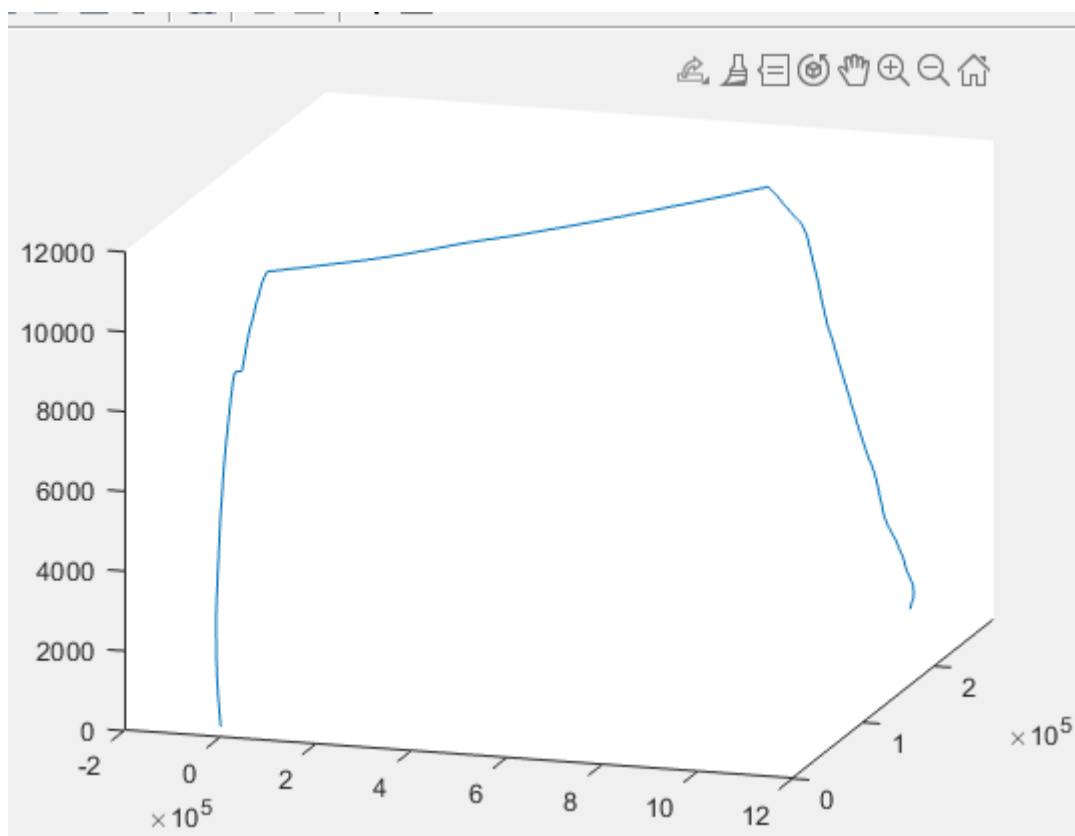
Jest to wizualizacja trasy lotu na mapie w pewnym odwzorowaniu kartograficznym z naniesioną siatką. Podobny obraz można było zauważyć na stronie FlightAware jako prezentacja drogi pokonywanej przez samolot.

Kolejnym poleceniem poddanym analizie jest wykres wynikający z odwzorowania xyz, który uzyskuje się poleceniem `plot3(x,y,z);`



Wynikiem tego polecenia jest trójwymiarowy model trasy lotu. Warto zwrócić uwagę, że rzut prostokątny na płaszczyznę YZ znowu przedstawia podobny obraz do uzyskanego w poleceniu `geoscatter`.

Ostatnim poleceniem graficznym poddanym analizie było `plot3(n,e,h);`



Dzięki temu poleceniu można zobaczyć zmiany wysokości w trakcie lotu. Wyraźnie widać fazę podnoszenia pułapu lotu, jego stabilizację, oraz obniżanie wysokości wraz z lądowaniem.

Wnioski

- Układ współrzędnych geodezyjnych pozwala na wierne wyznaczenie trasy bez konieczności ustalania punktu odniesienia
- Układ neu jest mało praktyczny do śledzenia całej trasy lotu, ponieważ odnosi się do konkretnego punktu na Ziemi. Można znaleźć jednak dla niego zastosowanie przy starcie i lądowaniu, aby odpowiednio śledzić położenie samolotu względem lotniska
- Układ neu przydaje się do analizy obiektów znajdujących się nad horyzontem i rozpatrywania takich parametrów jak kąt horyzontalny czy też azymut pod jakim dany obiekt się znajduje
- Do globalnych analiz lotów najbardziej przydatny jest układ xyz, ze względu na to, że jego punktem odniesienia jest geometryczny środek elipsoidy, dzięki czemu dane uzyskane poprzez transformację do tego układu stają się uniwersalne w każdym miejscu na Ziemi
- Dysponując zaledwie jednym typem współrzędnych można do końca odpowiedniej transformacji, aby otrzymane dane poddać analizie zależnie od potrzeb

