Wykład 2.
Reprezentacja komputerowa grafów

WYDZIAŁ MATEMATYKI
i INFORMATYKI
Uniwersytet Łódzki

Macierz incydencji

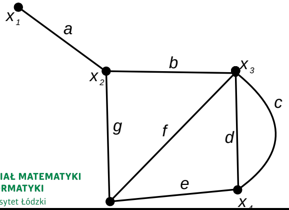
Niech graf G będzie grafem nieskierowanym bez pętli o n wierzchołkach $(x_1, x_2, ..., x_n)$ i m krawędziach $(e_1, e_2, ..., e_m)$.

Definicja

Określmy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n \times m}$ dla $i = 1, ..., n$, $j = 1, ..., m$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{krawędź } e_j \text{ jest incydentna do } i-\text{tego wierzchołka } x_i, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Tak określona macierz $A(G)$ nazywa się *macierzą incydencji.*



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} a & b & c & d & e & f & g \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Macierz incydencji

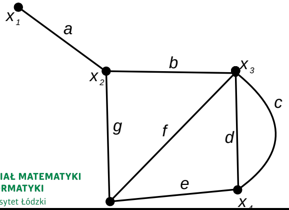
Niech graf G będzie grafem nieskierowanym bez pętli o n wierzchołkach $(x_1, x_2, ..., x_n)$ i m krawędziach $(e_1, e_2, ..., e_m)$.

Definicja

Określmy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n \times m}$ dla $i = 1, ..., n$, $j = 1, ..., m$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{krawędź } e_j \text{ jest incydentna do } i-\text{tego wierzchołka } x_i, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Tak określona macierz $A(G)$ nazywa się ***macierzą incydencji***.



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} a & b & c & d & e & f & g \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Macierz incydencji

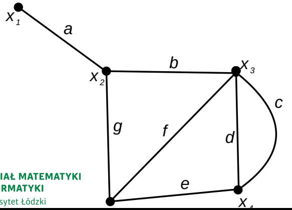
Niech graf G będzie grafem nieskierowanym bez pętli o n wierzchołkach $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ i m krawędziach $(e_1, e_2, \ldots, e_m)$.

Definicja

Określmy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n \times m}$ dla $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{krawędź } e_j \text{ jest incydentna do } i - \text{tego wierzchołka } x_i, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Tak określona macierz $A(G)$ nazywa się ***macierzą incydencji***.



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} a & b & c & d & e & f & g \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Macierz incydencji

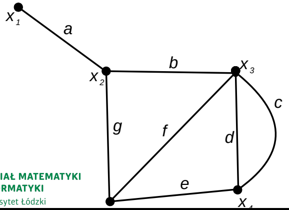
Niech graf G będzie grafem nieskierowanym bez pętli o n wierzchołkach $(x_1, x_2, ..., x_n)$ i m krawędziach $(e_1, e_2, ..., e_m)$.

Definicja

Określmy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n \times m}$ dla $i = 1, ..., n$, $j = 1, ..., m$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{krawędź } e_j \text{ jest incydentna do } i-\text{tego wierzchołka } x_i, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Tak określona macierz $A(G)$ nazywa się ***macierzą incydencji***.



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} a & b & c & d & e & f & g \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Macierz incydencji

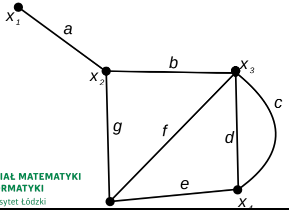
Niech graf G będzie grafem nieskierowanym bez pętli o n wierzchołkach $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ i m krawędziach $(e_1, e_2, \ldots, e_m)$.

Definicja

Określmy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n \times m}$ dla $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{krawędź } e_j \text{ jest incydentna do } i - \text{tego wierzchołka } x_i, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Tak określona macierz $A(G)$ nazywa się ***macierzą incydencji***.



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} a & b & c & d & e & f & g \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Macierz incydencji

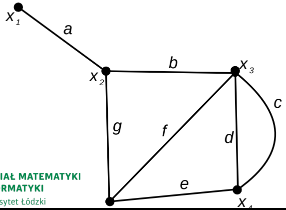
Niech graf G będzie grafem nieskierowanym bez pętli o n wierzchołkach $(x_1, x_2, ..., x_n)$ i m krawędziach $(e_1, e_2, ..., e_m)$.

Definicja

Określmy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n \times m}$ dla $i = 1, ..., n$, $j = 1, ..., m$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{krawędź } e_j \text{ jest incydentna do } i-\text{tego wierzchołka } x_i, \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

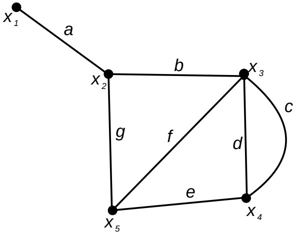
Tak określona macierz $A(G)$ nazywa się ***macierzą incydencji***.



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} a & b & c & d & e & f & g \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Własności macierzy incydencji

- każda kolumna $A(G)$ zawiera dokładnie dwie jedynki, ponieważ każda krawędź jest incydentna do dokładnie dwóch wierzchołków
- liczba jedynek w każdym wierszu równa się stopniowi odpowiadającego mu wierzchołka
- wiersz złożony z samych zer reprezentuje wierzchołek izolowany
- krawędzie równoległe tworzą identyczne kolumny

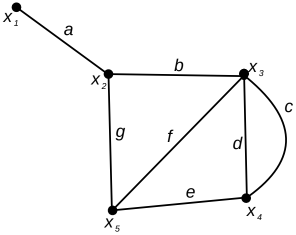


$$
\begin{array}{c}
 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} a & b & c & d & e & f & g \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
$$

Krawędź a jest incydentna do wierzchołków x_1 i x_2.

Własności macierzy incydencji

- każda kolumna $A(G)$ zawiera dokładnie dwie jedynki, ponieważ każda krawędź jest incydentna do dokładnie dwóch wierzchołków
- liczba jedynek w każdym wierszu równa się stopniowi odpowiadającego mu wierzchołka
- wiersz złożony z samych zer reprezentuje wierzchołek izolowany
- krawędzie równoległe tworzą identyczne kolumny

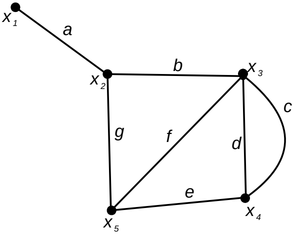


$$deg(x_2) = 3$$

$$\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} a & b & c & d & e & f & g \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Własności macierzy incydencji

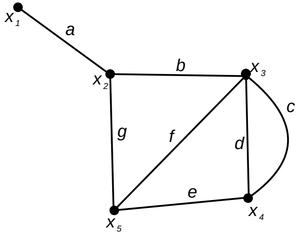
- każda kolumna $A(G)$ zawiera dokładnie dwie jedynki, ponieważ każda krawędź jest incydentna do dokładnie dwóch wierzchołków
- liczba jedynek w każdym wierszu równa się stopniowi odpowiadającego mu wierzchołka
- wiersz złożony z samych zer reprezentuje wierzchołek izolowany
- krawędzie równoległe tworzą identyczne kolumny



$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccccc} a & b & c & d & e & f & g \end{array} \\
\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} &
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Własności macierzy incydencji

- każda kolumna $A(G)$ zawiera dokładnie dwie jedynki, ponieważ każda krawędź jest incydentna do dokładnie dwóch wierzchołków
- liczba jedynek w każdym wierszu równa się stopniowi odpowiadającego mu wierzchołka
- wiersz złożony z samych zer reprezentuje wierzchołek izolowany
- krawędzie równoległe tworzą identyczne kolumny



Krawędzie c i d są równoległe

$$\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} a & b & {\color{red}c} & {\color{red}d} & e & f & g \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccccc}
1 & 0 & {\color{red}0} & {\color{red}0} & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & {\color{red}0} & {\color{red}0} & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & {\color{red}1} & {\color{red}1} & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & {\color{red}1} & {\color{red}1} & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & {\color{red}0} & {\color{red}0} & 1 & 1 & 1
\end{array}\right]
\end{array}$$

Własności macierzy incydencji c.d.

Z algorytmicznego punktu widzenia macierz incydencji jest najgorszą formą reprezentacji grafu.

1. wymaga zdefiniowania tablicy o $n \cdot m$ komórkach, z których większość jest wypełniona zerami,
2. odpowiedź na pytanie, czy istnieje krawędź łącząca konkretne wierzchołki wymaga wykonania m kroków (przeszukania m kolumn).

Własności macierzy incydencji c.d.

Z algorytmicznego punktu widzenia macierz incydencji jest najgorszą formą reprezentacji grafu.

1. wymaga zdefiniowania tablicy o $n \cdot m$ komórkach, z których większość jest wypełniona zerami,
2. odpowiedź na pytanie, czy istnieje krawędź łącząca konkretne wierzchołki wymaga wykonania m kroków (przeszukania m kolumn).

Własności macierzy incydencji c.d.

Z algorytmicznego punktu widzenia macierz incydencji jest najgorszą formą reprezentacji grafu.

1. wymaga zdefiniowania tablicy o $n \cdot m$ komórkach, z których większość jest wypełniona zerami,
2. odpowiedź na pytanie, czy istnieje krawędź łącząca konkretne wierzchołki wymaga wykonania m kroków (przeszukania m kolumn).

Modyfikacje macierzy incydencji

W przypadku, gdy graf G ma pętle, wówczas macierz incydencji $A(G)$ można zdefiniować następująco:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jeśli krawędź } e_j \text{ jest incydentna do} \\ & i - \text{tego wierzchołka } x_i \\ & \text{i nie jest pętlą przy } x_i, \\ 2 & \text{jeśli krawędź } e_j \text{ jest pętlą przy wierzchołku } x_i, \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

Modyfikacje macierzy incydencji

W przypadku, gdy graf G ma pętle, wówczas macierz incydencji $A(G)$ można zdefiniować następująco:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \begin{array}{l} \text{jeśli krawędź } e_j \text{ jest incydentna do} \\ i - \text{tego wierzchołka } x_i \\ \text{i nie jest pętlą przy } x_i, \end{array} \\ \\ 2 & \text{jeśli krawędź } e_j \text{ jest pętlą przy wierzchołku } x_i, \\ \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

Macierz sąsiedztwa

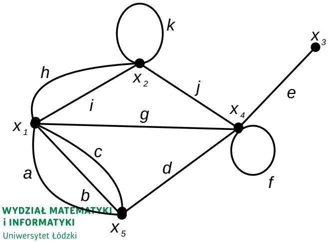
Niech będzie dany graf G nieskierowany o n wierzchołkach $(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Definicja

Określamy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n\times n}$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{liczbie krawędzi łączących wierzchołek } x_i \text{ z wierzchołkiem } x_j \\ 0 \text{ jeśli nie istnieje krawędź od } x_i \text{ do } x_j \end{cases}$$

Tak określoną macierz kwadratową stopnia n nazywamy ***macierzą sąsiedztwa (przyległości)***.



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

WYDZIAŁ MATEMATYKI i INFORMATYKI
Uniwersytet Łódzki

Macierz sąsiedztwa

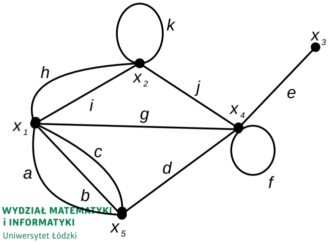
Niech będzie dany graf G nieskierowany o n wierzchołkach $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Definicja

Określamy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n \times n}$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{liczbie krawędzi łączących wierzchołek } x_i \text{ z wierzchołkiem } x_j \\ 0 \text{ jeśli nie istnieje krawędź od } x_i \text{ do } x_j \end{cases}$$

Tak określoną macierz kwadratową stopnia n nazywamy ***macierzą sąsiedztwa (przyległości)***.



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Macierz sąsiedztwa

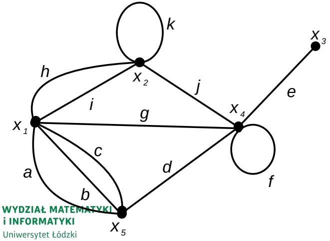
Niech będzie dany graf G nieskierowany o n wierzchołkach $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Definicja

Określamy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n \times n}$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{liczbie krawędzi łączących wierzchołek } x_i \text{ z wierzchołkiem } x_j \\ 0 \text{ jeśli nie istnieje krawędź od } x_i \text{ do } x_j \end{cases}$$

Tak określoną macierz kwadratową stopnia n nazywamy ***macierzą sąsiedztwa (przyległości)***.



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

WYDZIAŁ MATEMATYKI i INFORMATYKI
Uniwersytet Łódzki

Macierz sąsiedztwa

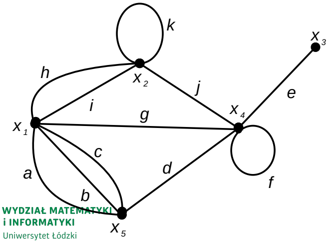
Niech będzie dany graf G nieskierowany o n wierzchołkach $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Definicja

Określamy macierz $A(G) = [a_{ij}]_{n \times n}$ w następujący sposób:

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{liczbie krawędzi łączących wierzchołek } x_i \text{ z wierzchołkiem } x_j \\ 0 \text{ jeśli nie istnieje krawędź od } x_i \text{ do } x_j \end{cases}$$

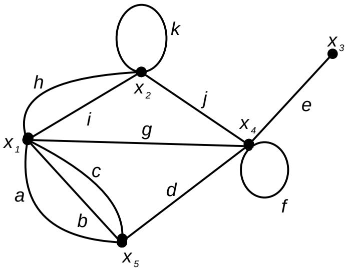
Tak określoną macierz kwadratową stopnia n nazywamy ***macierzą sąsiedztwa (przyległości)***.



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Własności macierzy sąsiedztwa

- elementy wzdłuż głównej przekątnej są wszystkie zerami wtedy i tylko wtedy, gdy graf nie ma pętli.
- jeżeli graf nie ma pętli (albo na przekątnej ma 0), to stopień wierzchołka jest równy sumie elementów w odpowiednim wierszu lub kolumnie macierzy $A(G)$
- macierz sąsiedztwa grafu nieskierowanego jest macierzą symetryczną

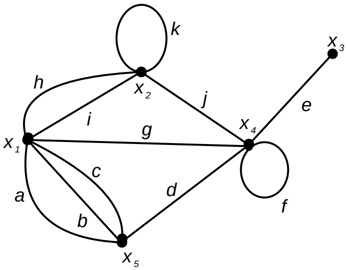


Krawędź f jest pętlą przy wierzchołku x_4, więc $a_{44} = 1$ oraz k jest pętlą przy wierzchołku x_2, więc $a_{22} = 1$.

$$\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Własności macierzy sąsiedztwa

- elementy wzdłuż głównej przekątnej są wszystkie zerami wtedy i tylko wtedy, gdy graf nie ma pętli.
- jeżeli graf nie ma pętli (albo na przekątnej ma 0), to stopień wierzchołka jest równy sumie elementów w odpowiednim wierszu lub kolumnie macierzy $A(G)$
- macierz sąsiedztwa grafu nieskierowanego jest macierzą symetryczną

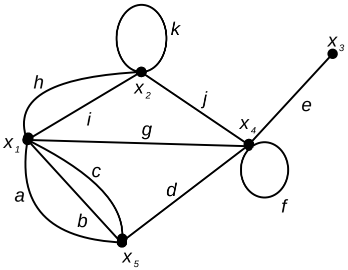


$$deg(x_5) = 4$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Własności macierzy sąsiedztwa

- elementy wzdłuż głównej przekątnej są wszystkie zerami wtedy i tylko wtedy, gdy graf nie ma pętli.
- jeżeli graf nie ma pętli (albo na przekątnej ma 0), to stopień wierzchołka jest równy sumie elementów w odpowiednim wierszu lub kolumnie macierzy $A(G)$
- macierz sąsiedztwa grafu nieskierowanego jest macierzą symetryczną

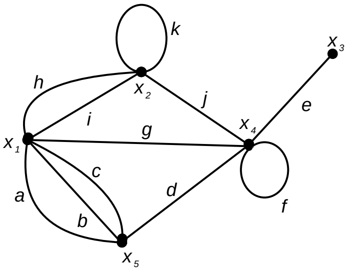


$$deg(x_5) = 4$$

$$\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Własności macierzy sąsiedztwa

- elementy wzdłuż głównej przekątnej są wszystkie zerami wtedy i tylko wtedy, gdy graf nie ma pętli.
- jeżeli graf nie ma pętli (albo na przekątnej ma 0), to stopień wierzchołka jest równy sumie elementów w odpowiednim wierszu lub kolumnie macierzy $A(G)$
- macierz sąsiedztwa grafu nieskierowanego jest macierzą symetryczną



$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{array} \\
\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} &
\left[\begin{array}{ccccc}
0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\
2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
3 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}\right]
\end{array}
$$

Własności macierzy sąsiedztwa

Zaleta

Odpowiedź na pytanie, czy istnieje krawędź z x_i do x_j dostajemy po jednym kroku.

Wada

Niezależnie od ilości krawędzi w grafie macierz zajmuje n^2 jednostek pamięci.

Twierdzenie

Niech $A(G)$ będzie macierzą sąsiedztwa grafu G. Wówczas liczba dróg długości k pomiędzy wierzchołkami x_i i x_j jest równa b_{ij}, gdzie $B = A^k$.

Własności macierzy sąsiedztwa

Zaleta

Odpowiedź na pytanie, czy istnieje krawędź z x_i do x_j dostajemy po jednym kroku.

Wada

Niezależnie od ilości krawędzi w grafie macierz zajmuje n^2 jednostek pamięci.

Twierdzenie

Niech $A(G)$ będzie macierzą sąsiedztwa grafu G. Wówczas liczba dróg długości k pomiędzy wierzchołkami x_i i x_j jest równa b_{ij}, gdzie $B = A^k$.

Własności macierzy sąsiedztwa

Zaleta

Odpowiedź na pytanie, czy istnieje krawędź z x_i do x_j dostajemy po jednym kroku.

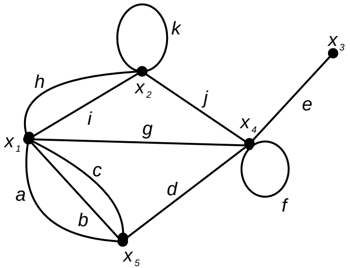
Wada

Niezależnie od ilości krawędzi w grafie macierz zajmuje n^2 jednostek pamięci.

Twierdzenie

Niech $A(G)$ będzie macierzą sąsiedztwa grafu G. Wówczas liczba dróg długości k pomiędzy wierzchołkami x_i i x_j jest równa b_{ij}, gdzie $B = A^k$.

Przykład



Na przykład

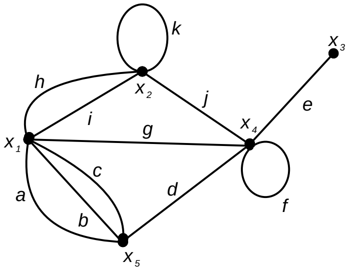
$$b_{42} = a_{41}a_{12} + a_{42}a_{22} + a_{43}a_{32} + a_{44}a_{42} + a_{45}a_{52} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 4$$

Są to drogi gh, gi, jk, fj

Drogi długości 2 obliczamy wyznaczając A^2.

$$B = A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 3 & 1 & 6 & 1 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 7 & 1 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

Przykład



Na przykład

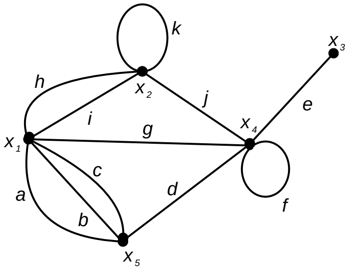
$$b_{42} = a_{41}a_{12} + a_{42}a_{22} + a_{43}a_{32} + a_{44}a_{42} + a_{45}a_{52} = 1\cdot 2 + 1\cdot 1 + 1\cdot 0 + 1\cdot 1 + 1\cdot 0 = 4$$

Są to drogi gh, gi, jk, fj

Drogi długości 2 obliczamy wyznaczając A^2.

$$B = A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 3 & 1 & 6 & 1 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 7 & 1 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

Przykład



Na przykład

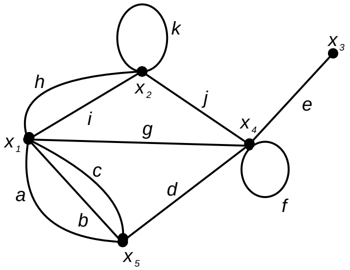
$$b_{42} = a_{41}a_{12} + a_{42}a_{22} + a_{43}a_{32} + a_{44}a_{42} + a_{45}a_{52} = 1\cdot 2 + 1\cdot 1 + 1\cdot 0 + 1\cdot 1 + 1\cdot 0 = 4$$

Są to drogi *gh*, *gi*, *jk*, *fj*

Drogi długości 2 obliczamy wyznaczając A^2.

$$B = A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 3 & 1 & 6 & 1 \\ 3 & 6 & 1 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 4 \\ 1 & 7 & 1 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

Przykład



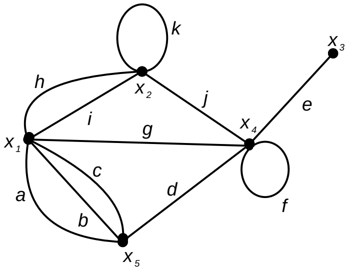
Nie są to najkrótsze drogi.

Wykonując odpowiednie działania otrzymujemy

$$A^3 = \begin{bmatrix} 15 & 37 & 6 & 25 & 48 \\ 37 & 16 & 4 & 21 & 13 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 4 \\ 25 & 21 & 5 & 20 & 23 \\ 48 & 13 & 4 & 23 & 7 \end{bmatrix} A^4 = \begin{bmatrix} 243 & 92 & 25 & 131 & 70 \\ 92 & 111 & 21 & 91 & 132 \\ 25 & 21 & 5 & 20 & 23 \\ 131 & 91 & 20 & 94 & 95 \\ 70 & 132 & 23 & 95 & 167 \end{bmatrix}$$

WYDZIAŁ MATEMATYKI I INFORMATYKI
Uniwersytet Łódzki

Przykład



Nie są to najkrótsze drogi.

Wykonując odpowiednie działania otrzymujemy

$$A^3 = \begin{bmatrix} 15 & 37 & 6 & 25 & 48 \\ 37 & 16 & 4 & 21 & 13 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 4 \\ 25 & 21 & 5 & 20 & 23 \\ 48 & 13 & 4 & 23 & 7 \end{bmatrix} A^4 = \begin{bmatrix} 243 & 92 & 25 & 131 & 70 \\ 92 & 111 & 21 & 91 & 132 \\ 25 & 21 & 5 & 20 & 23 \\ 131 & 91 & 20 & 94 & 95 \\ 70 & 132 & 23 & 95 & 167 \end{bmatrix}$$

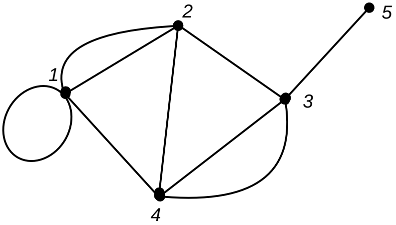
Lista krawędzi

Rozważmy graf G o n krawędziach.

Lista krawędzi grafu G implementujemy w postaci dwóch tablic

$$F = (f_1, f_2, \ldots, f_m)\,,$$
$$H = (h_1, h_2, \ldots, h_m)\,.$$

gdzie $\{f_i, h_i\}$ reprezentuje krawędź grafu G (łączącą wierzchołki f_i i g_i).



Mamy

$$F = (1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3)\,,$$
$$H = (1, 2, 2, 4, 3, 4, 4, 4, 5)\,.$$

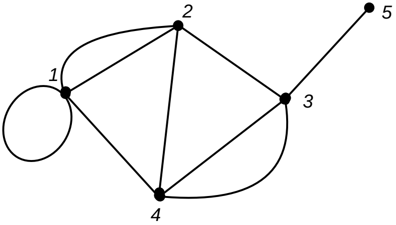
Lista krawędzi

Rozważmy graf G o n krawędziach.

Lista krawędzi grafu G implementujemy w postaci dwóch tablic

$$F = (f_1, f_2, ..., f_m)\,,$$
$$H = (h_1, h_2, ..., h_m)\,.$$

gdzie $\{f_i, h_i\}$ reprezentuje krawędź grafu G (łączącą wierzchołki f_i i g_i).



Mamy

$$F = (1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3)\,,$$
$$H = (1, 2, 2, 4, 3, 4, 4, 4, 5)\,.$$

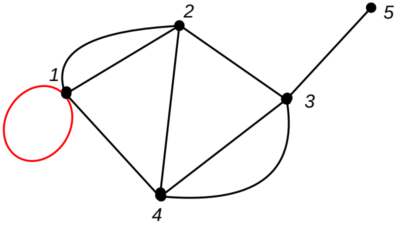
Listy krawędzi

Rozważmy graf G o m krawędziach.

Listy krawędzi grafu G implementujemy w postaci dwóch tablic

$$F = (f_1, f_2, \ldots, f_m)\,,$$
$$H = (h_1, h_2, \ldots, h_m)\,.$$

gdzie $\{f_i, h_i\}$ reprezentuje krawędź grafu G (łączącą wierzchołki f_i i g_i).



Mamy

$$F = ({\color{red}1}, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3)\,,$$
$$H = ({\color{red}1}, 2, 2, 4, 3, 4, 4, 4, 5)\,.$$

np. pętla - krawędź $\{1\}$, jest pamiętana jako $\{f_1, h_1\}$

Własności listy krawędzi

Zaleta

Do reprezentacji grafu potrzebujemy $2m$ jednostek pamięci (wygodne dla grafów rzadkich, gdzie liczba krawędzi jest znacznie mniejsza od liczby wierzchołków).

Wada

Do uzyskania zbioru wierzchołków, do którego prowadzą krawędzie z danego wierzchołka potrzeba, w najgorszym przypadku, m kroków.

Własności listy krawędzi

Zaleta

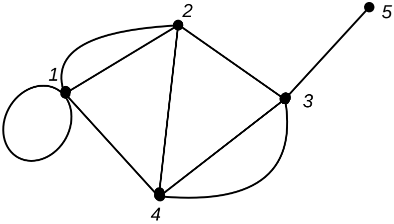
Do reprezentacji grafu potrzebujemy $2m$ jednostek pamięci (wygodne dla grafów rzadkich, gdzie liczba krawędzi jest znacznie mniejsza od liczby wierzchołków).

Wada

Do uzyskania zbioru wierzchołków, do którego prowadzą krawędzie z danego wierzchołka potrzeba, w najgorszym przypadku, m kroków.

Listy incydencji

Listę incydencji budujemy dla każdego z wierzchołków grafu.
Lista incydencji dla wierzchołka $x_i \in V$ zawiera listę takich wierzchołków u, że $\{x_i, u\}$ jest krawędzią w grafie.



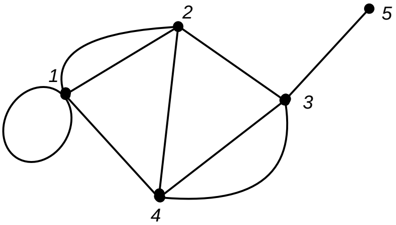
Lista incydencji dla grafu

1 :	1	2	2	4
2 :	1	1	3	4
3 :	2	4	4	5
4 :	1	2	3	3
5 :	3			

WYDZIAŁ MATEMATYKI i INFORMATYKI
Uniwersytet Łódzki

Listy incydencji

Listę incydencji budujemy dla każdego z wierzchołków grafu.
Lista incydencji dla wierzchołka $x_i \in V$ zawiera listę takich wierzchołków u, że $\{x_i, u\}$ jest krawędzią w grafie.

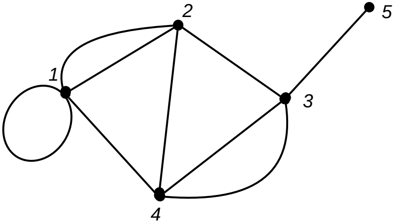


Lista incydencji dla grafu

1 :	1	2	2	4
2 :	1	1	3	4
3 :	2	4	4	5
4 :	1	2	3	3
5 :	3			

Listy incydencji

Listę incydencji budujemy dla każdego z wierzchołków grafu.
Lista incydencji dla wierzchołka $x_i \in V$ zawiera listę takich wierzchołków u, że $\{x_i, u\}$ jest krawędzią w grafie.

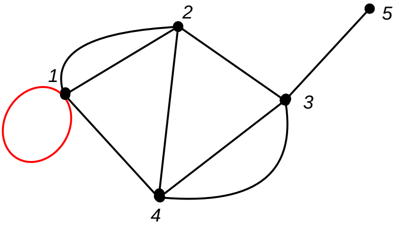


Lista incydencji dla grafu

1 :	1	2	2	4
2 :	1	1	3	4
3 :	2	4	4	5
4 :	1	2	3	3
5 :	3			

Listy incydencji

Listę incydencji budujemy dla każdego z wierzchołków grafu.
Lista incydencji dla wierzchołka $x_i \in V$ zawiera listę takich wierzchołków u, że $\{x_i, u\}$ jest krawędzią w grafie.



Lista incydencji dla grafu

1 :	1	2	2	4
2 :	1	1	3	4
3 :	2	4	4	5
4 :	1	2	3	3
5 :	3			

Własności list incydencji

- lista incydencji składa się z wektora list
- każdą krawędź, w grafach nieskierowanych, musimy pamiętać w dwóch różnych miejscach, jeżeli rozważymy krawędź $\{u, w\}$, to wierzchołek w znajduje się na liście incydencji wierzchołka v i na odwrót (powyższe spostrzeżenie nie dotyczy pętli)

Zalety

- liczba komórek potrzebnych do zapamiętania grafu o n wierzchołkach i m krawędziach jest, w najgorszym wypadku, proporcjonalna do $m + n$ (na ogół wystarczy $2m$ komórek pamięci),
- testowanie istnienia pojedynczej krawędzi, w reprezentacji przy pomocy listy incydencji, pochłania czas proporcjonalny do n,
- listy incydencji umożliwiają śledzenie wszystkich połączeń wychodzących z wierzchołka.

Własności list incydencji

- lista incydencji składa się z wektora list
- każdą krawędź, w grafach nieskierowanych, musimy pamiętać w dwóch różnych miejscach, jeżeli rozważymy krawędź $\{u, w\}$, to wierzchołek w znajduje się na liście incydencji wierzchołka v i na odwrót (powyższe spostrzeżenie nie dotyczy pętli)

Zalety

- liczba komórek potrzebnych do zapamiętania grafu o n wierzchołkach i m krawędziach jest, w najgorszym wypadku, proporcjonalna do $m + n$ (na ogół wystarczy $2m$ komórek pamięci),
- testowanie istnienia pojedynczej krawędzi, w reprezentacji przy pomocy listy incydencji, pochłania czas proporcjonalny do n,
- listy incydencji umożliwiają śledzenie wszystkich połączeń wychodzących z wierzchołka.

Własności list incydencji

- lista incydencji składa się z wektora list
- każdą krawędź, w grafach nieskierowanych, musimy pamiętać w dwóch różnych miejscach, jeżeli rozważymy krawędź $\{u, w\}$, to wierzchołek w znajduje się na liście incydencji wierzchołka v i na odwrót (powyższe spostrzeżenie nie dotyczy pętli)

Zalety

- liczba komórek potrzebnych do zapamiętania grafu o n wierzchołkach i m krawędziach jest, w najgorszym wypadku, proporcjonalna do $m + n$ (na ogół wystarczy $2m$ komórek pamięci),
- testowanie istnienia pojedynczej krawędzi, w reprezentacji przy pomocy listy incydencji, pochłania czas proporcjonalny do n,
- listy incydencji umożliwiają śledzenie wszystkich połączeń wychodzących z wierzchołka.

Własności list incydencji

- lista incydencji składa się z wektora list
- każdą krawędź, w grafach nieskierowanych, musimy pamiętać w dwóch różnych miejscach, jeżeli rozważymy krawędź $\{u, w\}$, to wierzchołek w znajduje się na liście incydencji wierzchołka v i na odwrót (powyższe spostrzeżenie nie dotyczy pętli)

Zalety

- liczba komórek potrzebnych do zapamiętania grafu o n wierzchołkach i m krawędziach jest, w najgorszym wypadku, proporcjonalna do $m + n$ (na ogół wystarczy $2m$ komórek pamięci),
- testowanie istnienia pojedynczej krawędzi, w reprezentacji przy pomocy listy incydencji, pochłania czas proporcjonalny do n,
- listy incydencji umożliwiają śledzenie wszystkich połączeń wychodzących z wierzchołka.

Własności list incydencji

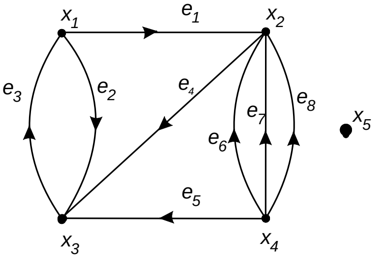
- lista incydencji składa się z wektora list
- każdą krawędź, w grafach nieskierowanych, musimy pamiętać w dwóch różnych miejscach, jeżeli rozważymy krawędź $\{u, w\}$, to wierzchołek w znajduje się na liście incydencji wierzchołka v i na odwrót (powyższe spostrzeżenie nie dotyczy pętli)

Zalety

- liczba komórek potrzebnych do zapamiętania grafu o n wierzchołkach i m krawędziach jest, w najgorszym wypadku, proporcjonalna do $m + n$ (na ogół wystarczy $2m$ komórek pamięci),
- testowanie istnienia pojedynczej krawędzi, w reprezentacji przy pomocy listy incydencji, pochłania czas proporcjonalny do n,
- listy incydencji umożliwiają śledzenie wszystkich połączeń wychodzących z wierzchołka.

Macierz incydencji

Niech graf G będzie grafem skierowanym bez pętli o wierzchołkach $x_1, x_2, \ldots, x_n$ i krawędziach $e_1, e_2, \ldots, e_m$.



Macierz incydencji $A(G) = [a_{ij}]_{n \times m}$ dla $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$ określamy jako:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } x_i \text{ jest początkiem } e_j \\ -1 & \text{jeśli } x_i \text{ jest końcem } e_j \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

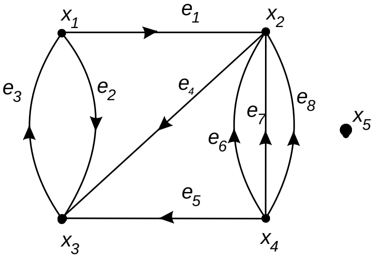
$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Macierz incydencji

Niech graf G będzie grafem skierowanym bez pętli o wierzchołkach $x_1, x_2, \ldots, x_n$ i krawędziach $e_1, e_2, \ldots, e_m$.

Macierz incydencji $A(G) = [a_{ij}]_{n \times m}$ dla $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$ określamy jako:

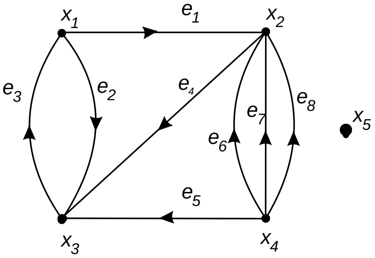
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } x_i \text{ jest początkiem } e_j \\ -1 & \text{jeśli } x_i \text{ jest końcem } e_j \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$



$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

Macierz incydencji

Niech graf G będzie grafem skierowanym bez pętli o wierzchołkach $x_1, x_2, \dots, x_n$ i krawędziach $e_1, e_2, \dots, e_m$.



Macierz incydencji $A(G) = [a_{ij}]_{n\times m}$ dla $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$ określamy jako:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } x_i \text{ jest początkiem } e_j \\ -1 & \text{jeśli } x_i \text{ jest końcem } e_j \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

$$A(G) = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Macierz sąsiedztwa

Macierz sąsiedztwa dla grafu skierowanego definiujemy identycznie jak dla grafu nieskierowanego. Przypomnijmy więc, że

Definicja

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{liczbie krawędzi łączących wierzchołek } x_i \text{ z wierzchołkiem } x_j \\ 0 \text{ jeśli nie istnieje krawędź od } x_i \text{ do } x_j \end{cases}$$

Macierz sąsiedztwa

Macierz sąsiedztwa dla grafu skierowanego definiujemy identycznie jak dla grafu nieskierowanego. Przypomnijmy więc, że

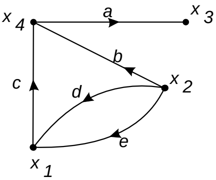
Definicja

$$a_{ij} = \begin{cases} \text{liczbie krawędzi łączących wierzchołek } x_i \text{ z wierzchołkiem } x_j \\ 0 \text{ jeśli nie istnieje krawędź od } x_i \text{ do } x_j \end{cases}$$

Przykład

Analogicznie jak dla grafów nieskierowanych, kolejne potęgi macierzy sąsiedztwa digrafu, odpowiadają macierzy zawierającej liczbę dróg pomiędzy wierzchołkami.

Macierz sąsiedztwa dla grafu jest postaci



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

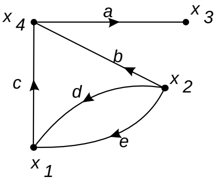
Wówczas

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Przykład

Analogicznie jak dla grafów nieskierowanych, kolejne potęgi macierzy sąsiedztwa digrafu, odpowiadają macierzy zawierającej liczbę dróg pomiędzy wierzchołkami.

Macierz sąsiedztwa dla grafu jest postaci



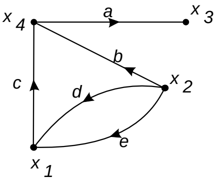
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Wówczas

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Przykład

Analogicznie jak dla grafów nieskierowanych, kolejne potęgi macierzy sąsiedztwa digrafu, odpowiadają macierzy zawierającej liczbę dróg pomiędzy wierzchołkami.



Macierz sąsiedztwa dla grafu jest postaci

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Są 4 drogi długości 2:

$a^2_{13} = 1$ - droga *ca*
$a^2_{23} = 1$ - droga *ba*
$a^2_{24} = 2$ - dwie drogi *dc* i *ec*

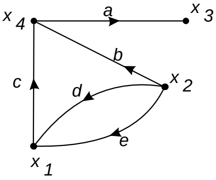
Wówczas

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Przykład

Analogicznie jak dla grafów nieskierowanych, kolejne potęgi macierzy sąsiedztwa digrafu, odpowiadają macierzy zawierającej liczbę dróg pomiędzy wierzchołkami.

Macierz sąsiedztwa dla grafu jest postaci



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Są 2 drogi długości 3:

$a_{23}^3 = 2$ - dwie drogi *dca* i *eca*

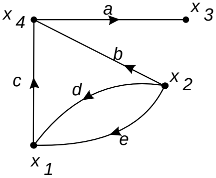
Wówczas

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Przykład

Analogicznie jak dla grafów nieskierowanych, kolejne potęgi macierzy sąsiedztwa digrafu, odpowiadają macierzy zawierającej liczbę dróg pomiędzy wierzchołkami.

Macierz sąsiedztwa dla grafu jest postaci



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

W grafie nie ma dróg długości 4 i więcej

Wówczas

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} A^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

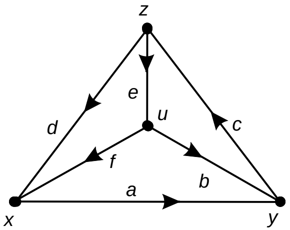
Lista incydencji

Podobnie jak dla grafu nieskierowanego, listę incydencji dla digrafu budujemy dla każdego z jego wierzchołków.
Lista incydencji dla wierzchołka $x_i \in V$, zawiera listę takich wierzchołków u, że (x_i, u) jest krawędzią w grafie.

WYDZIAŁ MATEMATYKI
i INFORMATYKI
Uniwersytet Łódzki

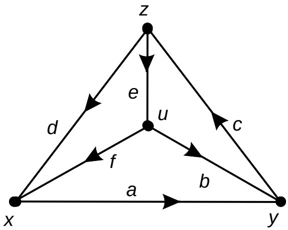
Lista incydencji

Podobnie jak dla grafu nieskierowanego, listę incydencji dla digrafu budujemy dla każdego z jego wierzchołków.
Lista incydencji dla wierzchołka $x_i \in V$, zawiera listę takich wierzchołków u, że (x_i, u) jest krawędzią w grafie.



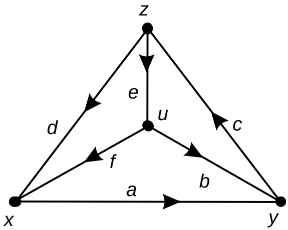
$x :\quad y$
$y :\quad z$
$z :\quad x, u$
$u :\quad x, y$

W listach incydencji dla digrafów, każda krawędź pamiętana jest tylko raz.



$$
\begin{array}{ll}
x: & y \\
y: & z \\
z: & x, u \\
u: & x, y
\end{array}
$$

W listach incydencji dla digrafów, każda krawędź pamiętana jest tylko raz.



$$\begin{array}{ll} x: & y \\ y: & z \\ z: & x, u \\ u: & x, y \end{array}$$

W listach incydencji dla digrafów, każda krawędź pamiętana jest tylko raz.

Dziękuję za uwagę!!!