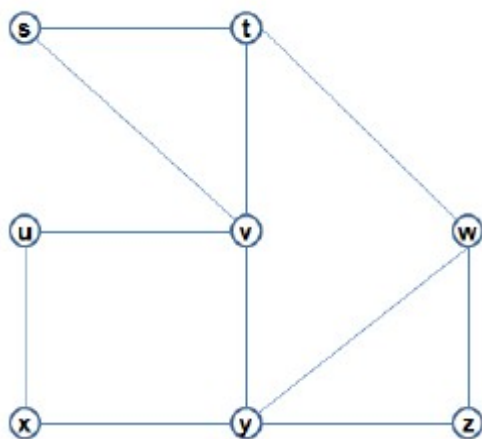


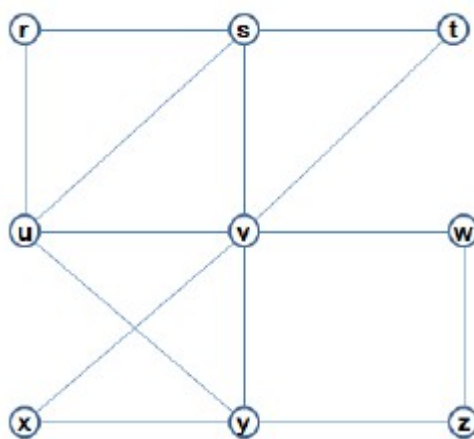
**Zadanie 1.** Podaj:

- (a) przykład grafu spójnego, który nie ma cyklu Eulera,
- (b) przykład grafu o wierzchołkach parzystego stopnia, który ma cykl Eulera,
- (c) przykład grafu o wierzchołkach parzystego stopnia, który nie ma cyklu Eulera.

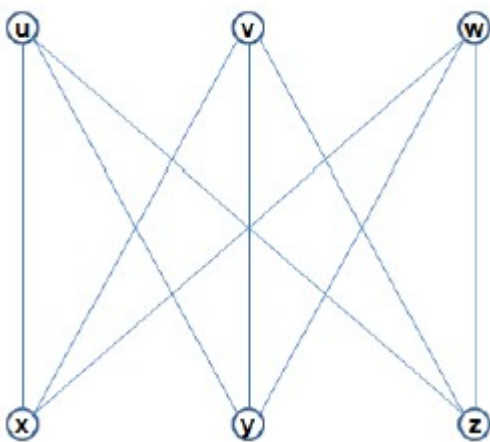
**Zadanie 2.** Które z grafów mają cykle Eulera, a które nie mają i dlaczego? Podaj przykładowy cykl Eulera dla grafów, które je posiadają.



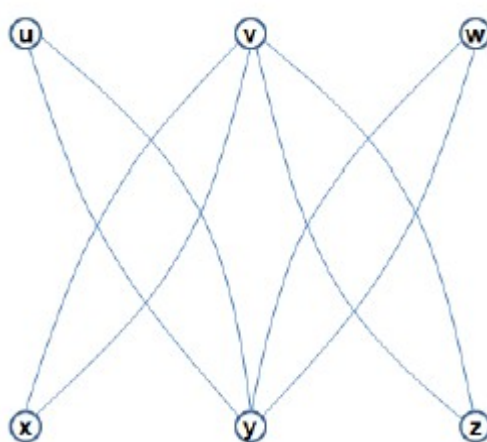
(a)



(b)



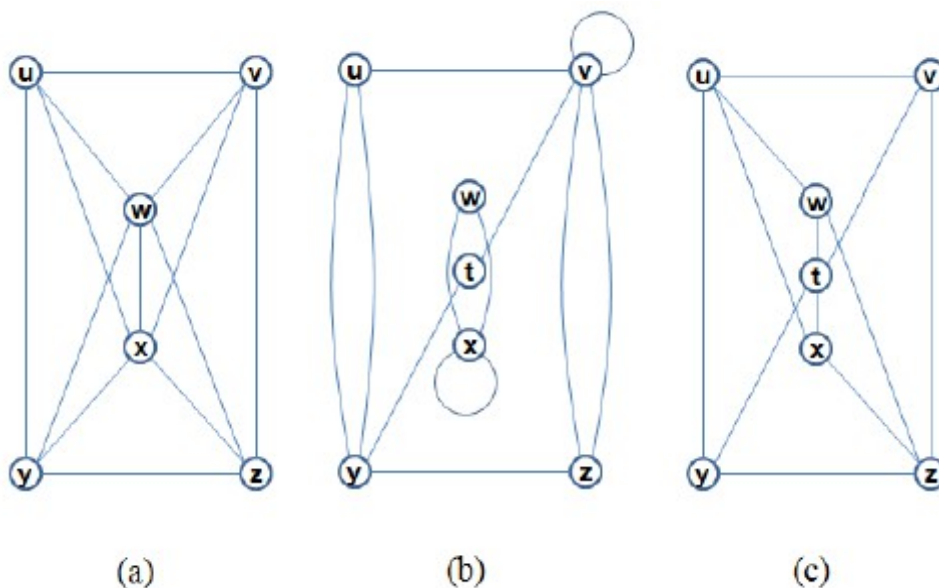
(c)



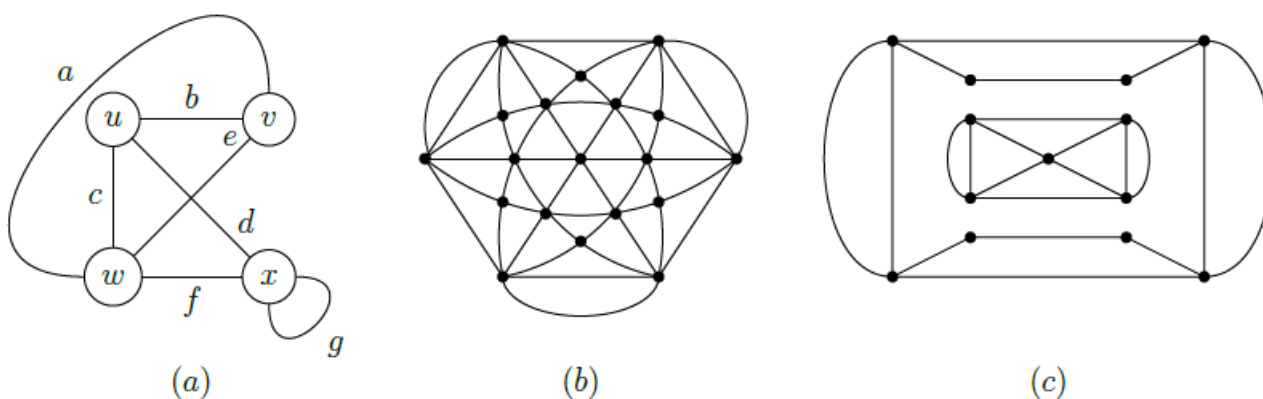
(d)

**Zadanie 3.** Niech dany będzie graf  $G$ :  $V(G) = \{u, v, w, x, y, z\}$ ,  $E(G) = \{\{u, w\}, \{w, w\}, \{w, x\}, \{x, y\}, \{y, y\}, \{y, v\}, \{v, x\}, \{v, z\}, \{u, z\}\}$ . Czy graf  $G$  ma drogę lub cykl Eulera? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 4.** Które z grafów mają drogi Eulera, a które nie mają i dlaczego? Podaj przykładową drogę Eulera dla grafów, które je posiadają.

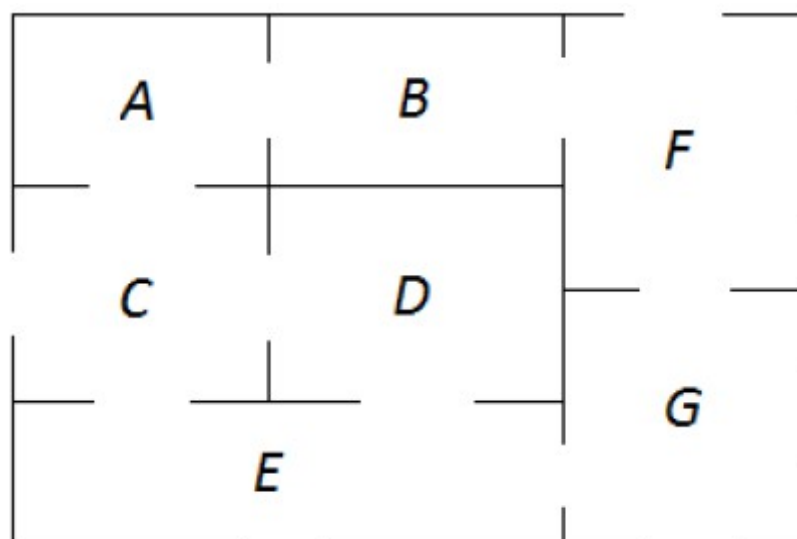


**Zadanie 5.** Które z poniższych grafów są spójne? Które mają cykl Eulera? Które mają drogę Eulera?

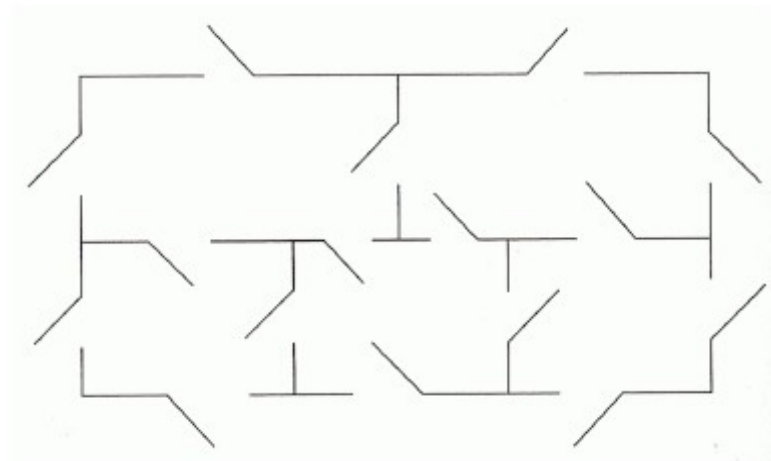


**Zadanie 6.** Czy można tak przejść dany dom, aby przez każde drzwi przejść dokładnie raz? Odpowiedź uzasadnij. Jak zmieni się odpowiedź w podpunkcie b), jeśli drzwi między dwoma dużymi pokojami będą zamknięte?

a)



b)



**Zadanie 7.** Narysuj grafy wielościanów foremnych: czworościanu, sześcianu, ośmiościanu. Które z tych grafów są eulerowskie, które zaś hamiltonowskie.  
Dla którego z powyższych grafów kryterium Diraca nie jest rozstrzygające?

**Zadanie 8.**

a) Narysuj grafy będące kołem dla  $3 \leq n \leq 6$ . Które grafy  $W_n$  (koła) są eulerowskie, które zaś hamiltonowskie.

b) Narysuj grafy pełne  $K_n$  dla  $n \leq 6$ , które są eulerowskie, a które hamiltonowskie.

**Zadanie 9.** Narysuj dwa grafy dwudzielne: jeden, który nie jest pełny i drugi, który jest pełny:

(a) o sześciu wierzchołkach, które nie mają drogi Hamiltona,

(b) o siedmiu wierzchołkach, które mają drogę Hamiltona, ale nie mają cyklu Hamiltona,

(c) o sześciu wierzchołkach, które mają cykl Hamiltona.

W podpunktach (b) i (c) wyznacz odpowiednio jedną drogę i jeden cykl Hamiltona.

**Zadanie 10.** Czy istnieje graf eulerowski (hamiltonowski), który ma:

a) nieparzystą liczbę wierzchołków i nieparzystą liczbę krawędzi

b) nieparzystą liczbę wierzchołków i parzystą liczbę krawędzi

c) parzystą liczbę wierzchołków i nieparzystą liczbę krawędzi

d) parzystą liczbę wierzchołków i parzystą liczbę krawędzi.

**Zadanie 11.** Znajdź lub uzasadnij, że nie istnieje graf, który:

a) nie ma cyklu Eulera i nie ma cyklu Hamiltona

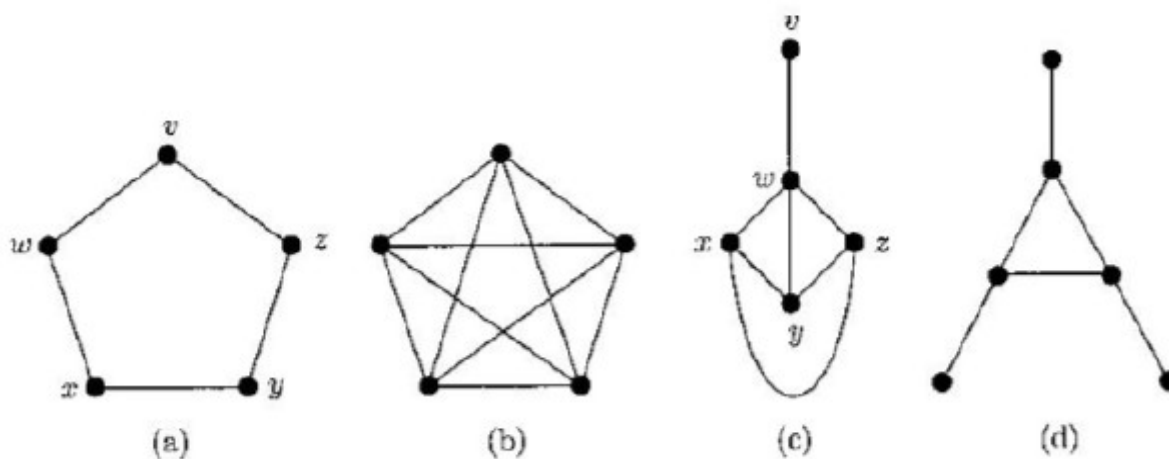
b) nie ma cyklu Eulera i ma cykl Hamiltona

c) ma cykl Eulera i nie ma cyklu Hamiltona

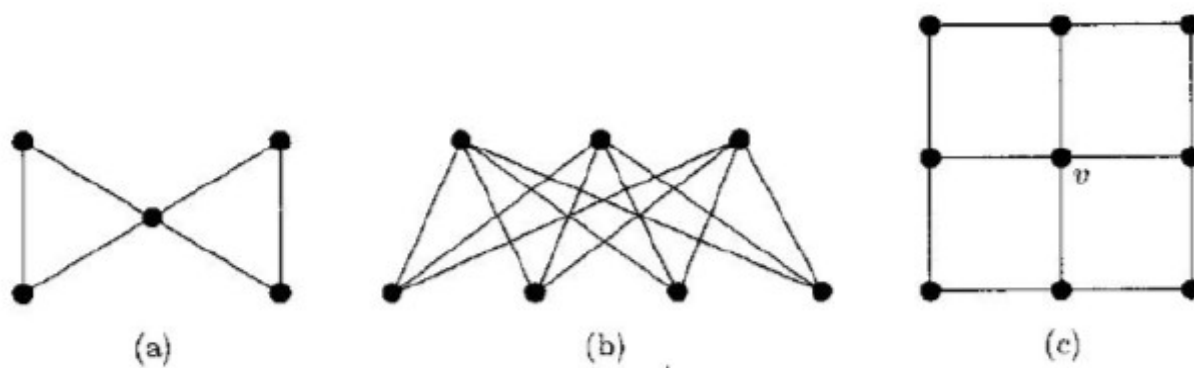
d) ma cykl Eulera i ma cykl Hamiltona.

**Zadanie 12.** Rozpatrzmy grafy z poniższego rysunku.

Zestaw I:



Zestaw II:



a) Podaj cykl Hamiltona lub wyjaśnij, dlaczego żaden taki cykl nie istnieje.

b) Czy grafy, które nie są tu hamiltonowskie mają drogę Hamiltona?

c) Który z grafów jest dwudzielny?