Przekształcenia morfologiczne

Morfologia

- *Morfologia* – gałąź biologii zajmująca się formą i strukturą roślin i zwierząt.
- *Morfologia matematyczna* – zbiór narzędzi służących do ekstrakcji z obrazów komponentów przydatnych w reprezentacji i opisie kształtów znajdujących się w nich regionów.

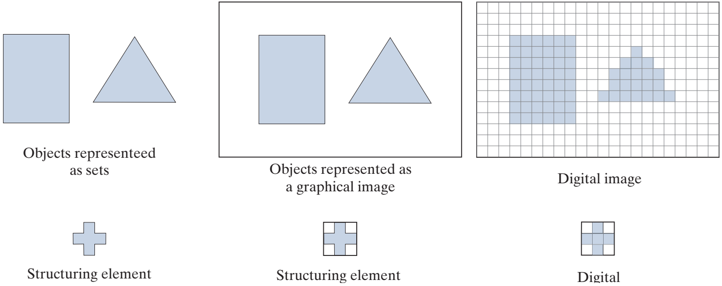
- granica
- szkielet
- otoczka wypukła
- filtrowanie
- *thinning*
- przycinanie

- Przekształcenia morfologiczne definiujemy przez operacje na zbiorach.
- W przetwarzaniu obrazów wydzielamy dwa takie zbiory:
  - **Obiekty** – zbiory punktów pozytywnych.
  - **Elementy strukturalne** – zbiory zarówno punktów pozytywnych, jak negatywnych.

  × *czasem jest też trzeci rodzaj punktu, tzw. nieistotny, oznaczany przez* ×

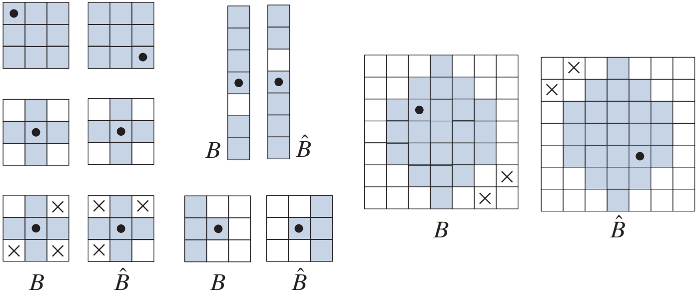
  × *jak zauważymy później, elementy strukturalne wyglądają i zachowują się bardzo podobnie do* ***jąder konwolucji*** *przestrzennej*

- Jako, że w przetwarzaniu cyfrowym, obrazy podlegają próbkowaniu, tak samo podlegają im zarówno **obiekty**, jak i **elementy strukturalne**.



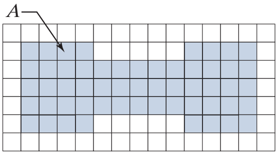
- Dodatkowo, czasem będziemy wspominać też o **odbiciach elementów strukturalnych**, gdzie istotna jest ich **kotwica**.

× *odbicie elementu strukturalnego to obrócenie go wobec kotwicy o 180 stopni*

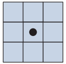


- Dysponujemy obrazem binarnym I, w którym znajduje się obiekt A.

× *obiekt to zbiór punktów pozytywnych*

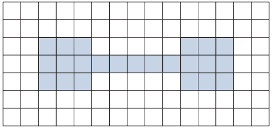


- Dysponujemy również elementem strukturalnym B, który w przykładzie składa się wyłącznie z punktów pozytywnych.



B

- Procedurą naszego przekształcenia jest:
  - Konstrukcja pustego obrazu I', tej samej wielkości, co obraz I.
  - Translacja (przesunięcie) elementu B nad obrazem I.
  - Dla każdego z kolejnych punktów translacji, jeżeli B w całości znajduje się w A, zaznaczenie jako pozytywnego, odpowiadającego mu punktu w obrazie I'.



- Taką operację możemy zdefiniować jako *zawieranie się elementu strukturalnego B w zbiorze A.*

TRANSLACJA	$(B)_z = \{c \mid c = b + z,\ dla\ b \in B\}$	Przenosi kotwicę B do punktu z.
ODBICIE	$\hat{B} = \{w \mid w = -b,\ dla\ b \in B\}$	Odbija B względem kotwicy.
UZUPEŁNIENIE	$A^c = \{w \mid w \notin A\}$	Zbiór punktów nie znajdujących się w A.
RÓŻNICA	$A - B = \{w \mid w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$	Zbiór punktów znajdujących się w A, ale nie znajdujących się w B.

Erozja i dylatacja

- Podstawowymi dwiema operacjami morfologicznymi są **erozja** i **dylatacja**.

- *Co do zasady, większość przekształceń morfologicznych polega na odpowiedniej kombinacji tych dwóch operacji*

- **Erozja**.
  - *erozję A przez B zdefiniujemy jako*

$$A \ominus B = \{z | (B)_z \subseteq A\}$$

Zbiór wszystkich punktów z dla których B poddane translacji przez z jest podzbiorem A.

$$A \ominus B = \{z | (B)_z \subseteq A\}$$

A – zbiór punktów pozytywnych w obrazie I, a więc obiekt.
B – element strukturalny.

- A i B są zbiorami zawartymi w Z^2.
- *Zapis taki zakłada, że B ma wyłącznie* ***elementy pozytywne****.*
- *Mimo tego, możemy go użyć, ponieważ w erozji i tak wykorzystujemy wyłącznie pozytywne części elementu strukturalnego.*

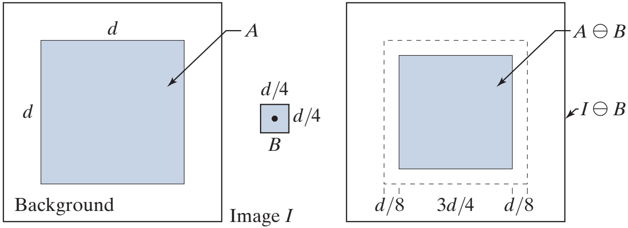
- Wykorzystując wyłącznie pozytywne części elementu strukturalnego, operujemy na obiekcie (np. $A \ominus B$).
- Wykorzystując wszystkie trzy możliwe stany elementu strukturalnego, operujemy na obrazie zawierającym ten obiekt (np. $I \circledast B$).

$$A \ominus B = \{z | (B)_z \subseteq A\}$$

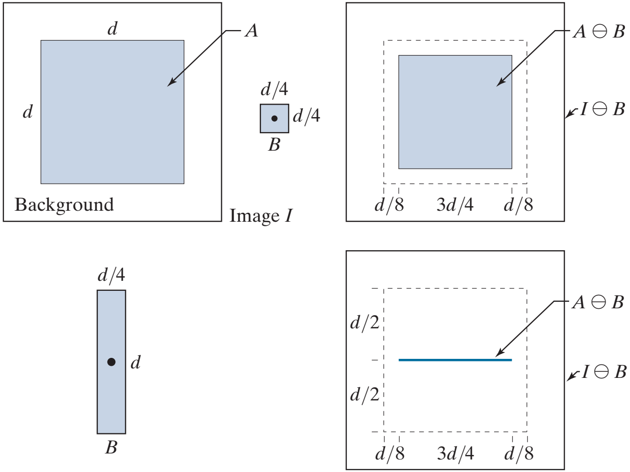
jest zapisem tożsamym z

$$A \ominus B = \{z | (B)_z \cap A^c = \varnothing\}$$

- Przykład **erozji** dla obrazu ciągłego.

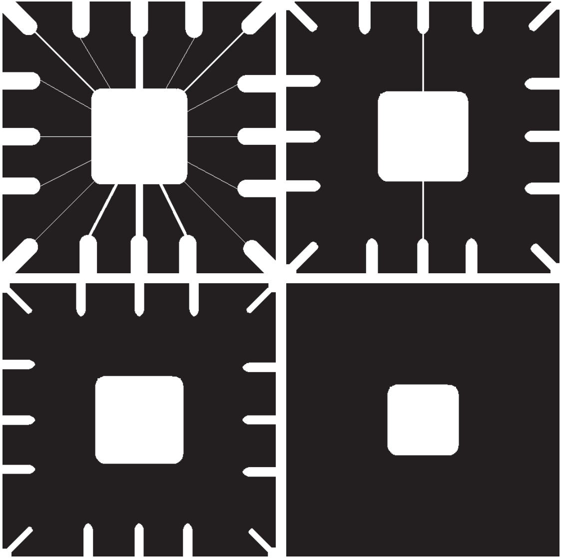


- Przykład **erozji** dla obrazu ciągłego.



- Wykorzystanie erozji do usuwania elementów obrazu, kolejno, kwadratowymi elementami strukturalnymi o wielkości:

  11×11
  15×15
  45×45



- **Dylatacja.**

× *dylatację* A *przez* B *zdefiniujemy jako*

$$A \oplus B = \{z | [(\hat{B})_z \cap A] \subseteq A\}$$

Zbiór wszystkich punktów z *dla których* B *poddane translacji przez* z *ma co najmniej jeden element wspólny z* A.

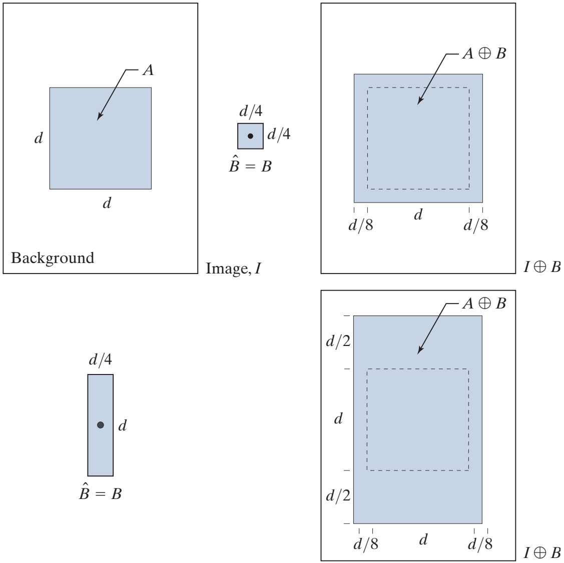
$$A \oplus B = \{z | [(\hat{B})_z \cap A] \subseteq A\}$$

jest zapisem tożsamym z

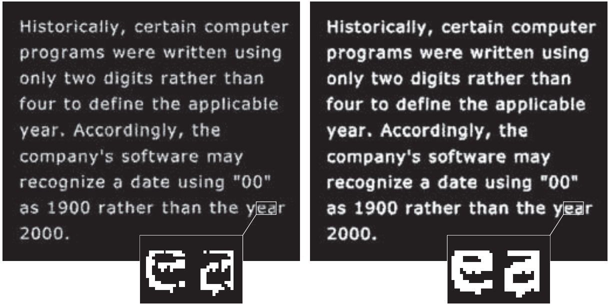
$$A \oplus B = \{z | (\hat{B})_z \cap A \neq \varnothing\}$$

- W przeciwieństwie do **erozji**, która *pocienia obraz*, **dylatacja** służy do *pogrubienia obrazu*.

- Przykład **dylatacji** dla obrazu ciągłego.



- Wykorzystanie dylatacji uzupełnienia elementów obrazu.
- Dysponujemy obrazem, w którym wyraźnie widoczne są przerwania znaków.
- Wiemy, że największe odstępy dają dwupikselowe przerwanie w ciągłości znaku.
- Do rozwiązania używamy elementu strukturalnego o wymiarach 3×3.



1	1	1
1	1	1
1	1	1

Dualizm erozji i dylatacji

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

Uzupełnienie ***erozji*** *A przez B równe jest*
dylatacji *uzupełnienia A z odbiciem B.*

$$(A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$$

Uzupełnienie ***dylatacji*** *A przez B równe jest*
erozji *uzupełnienia A z odbiciem B.*

* *Oznacza to, że możemy dokonać erozji obiektu A przez dylatację jego tła i uzupełnienie rezultatu. Odpuśćmy sobie jednak dowody matematyczne.*

Otwarcie i zamknięcie

- **Dylatacja** rozszerza elementy zbioru, a **erozja** je pomniejsza.
- **Otwarcie** i **zamknięcie** wygładza kontury obiektu, jakkolwiek:
  - **Otwarcie** pozbywa się małych przesmyków i usuwa niewielkie występy.
  - **Zamknięcie** zamyka wąskie przełamania i zatoki, pozbywa się niewielkich otworów i zapełnia wyrwy w konturach.

- **Otwarcie.**
  - *otwarcie A przez B zdefiniujemy jako*

$$A \circ B = \{(A \ominus B) \oplus B\}$$

Erozja A przez B, której wynik podlega dylatacji przez B.

- **Zamknięcie.**
  - *zamknięcie A przez B zdefiniujemy jako*

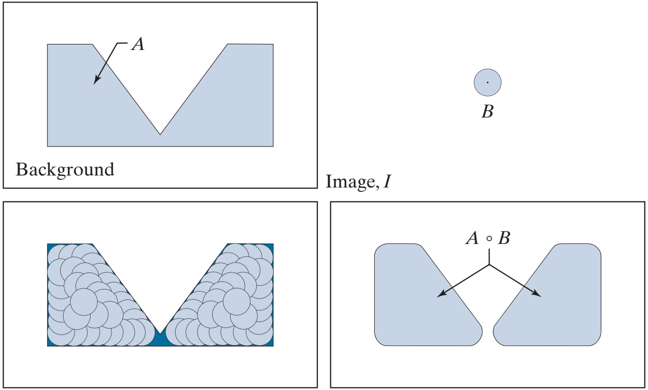
$$A \bullet B = \{(A \oplus B) \ominus B\}$$

Dylatacja A przez B, której wynik podlega erozji przez B.

- Przykład **otwarcia** dla obrazu ciągłego.

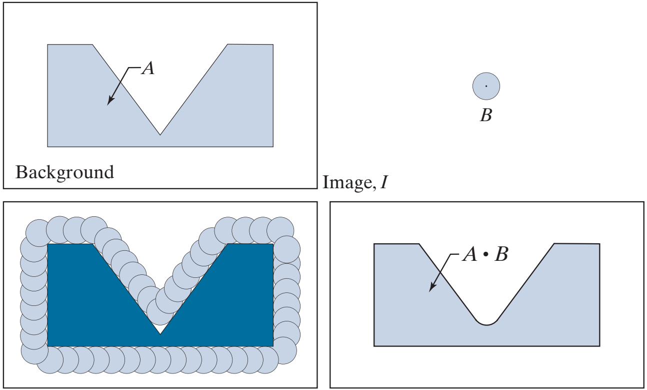
- W obrazie wynikowym **otwarcia** znajdują się wszystkie punkty obrazu, w którym B *zmieściło się* w A.

- Nie jest to już tylko kotwica, a cała pozytywna zawartość elementu strukturalnego.



- Przykład **zamknięcia** dla obrazu ciągłego.

- W obrazie wynikowym **otwarcia** znajdują się wszystkie punkty obrazu, do których B może dosięgnąć, ale nie uzyskuje żadnych elementów wspólnych z A.



Dualizm otwarcia i zamknięcia

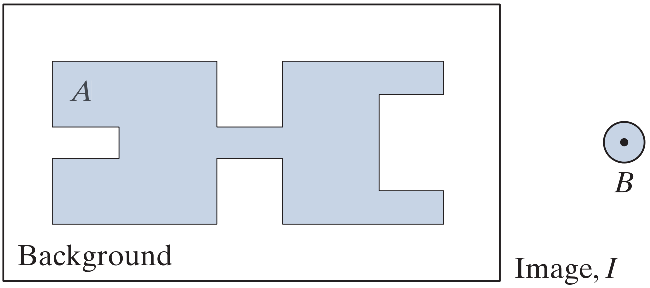
$$(A \circ B)^c = (A^c \bullet \hat{B})$$

Uzupełnienie ***otwarcia*** *A przez B równe jest* ***zamknięciu*** *uzupełnienia A z odbiciem B.*

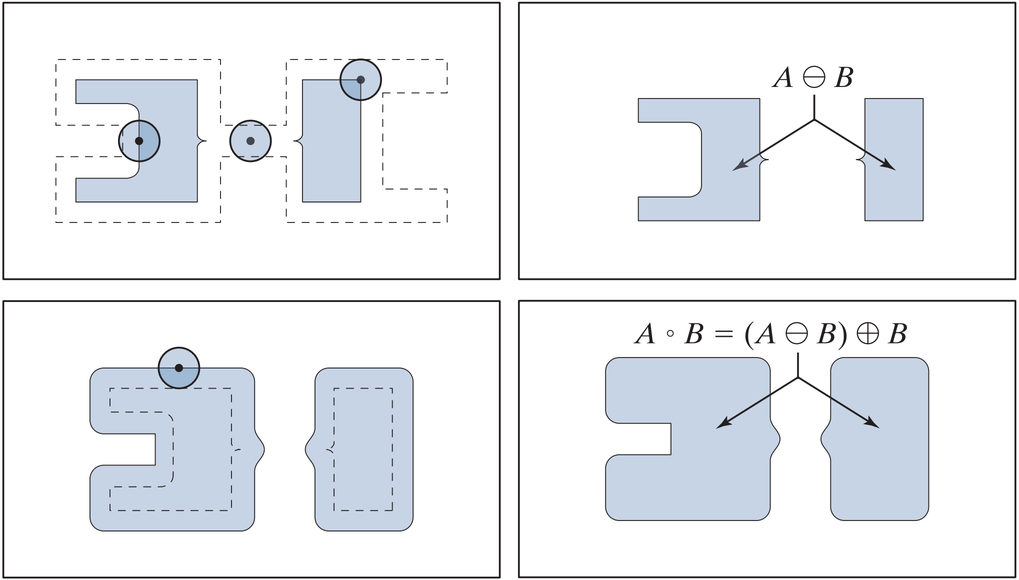
$$(A \bullet B)^c = (A^c \circ \hat{B})$$

Uzupełnienie ***zamknięcia*** *A przez B równe jest* ***erozji*** *uzupełnienia A z odbiciem B.*

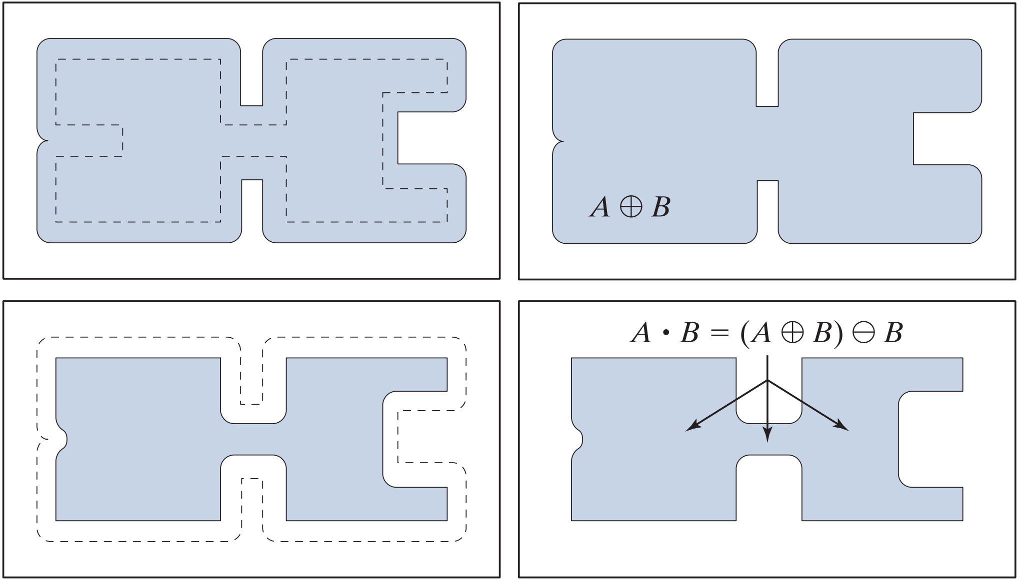
* *Tu również odpuśćmy sobie dowody.*



A
Background
Image, I
B



$A \ominus B$
$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$



$A \oplus B$
$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$

Właściwości otwarcia i zamknięcia morfologicznego

1. $A \circ B$ jest podzbiorem A.
2. Jeżeli C jest podzbiorem D, to $C \circ B$ jest podzbiorem $D \circ B$.
3. $(A \circ B) \circ B = A \circ B$

1. A jest podzbiorem $A \bullet B$.
2. Jeżeli C jest podzbiorem D, to $C \circ B$ jest podzbiorem $D \circ B$.
3. $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$

** Zgodnie z punktem 3. zauważmy i zapamiętajmy, że jakiekolwiek powtórzenia tak otwarcia, jak zamknięcia nie przynoszą już modyfikacji w obrazie.*

- $\ominus$ Erozja

  $A \ominus B$

- $\oplus$ Dylatacja erozji (otwarcie)

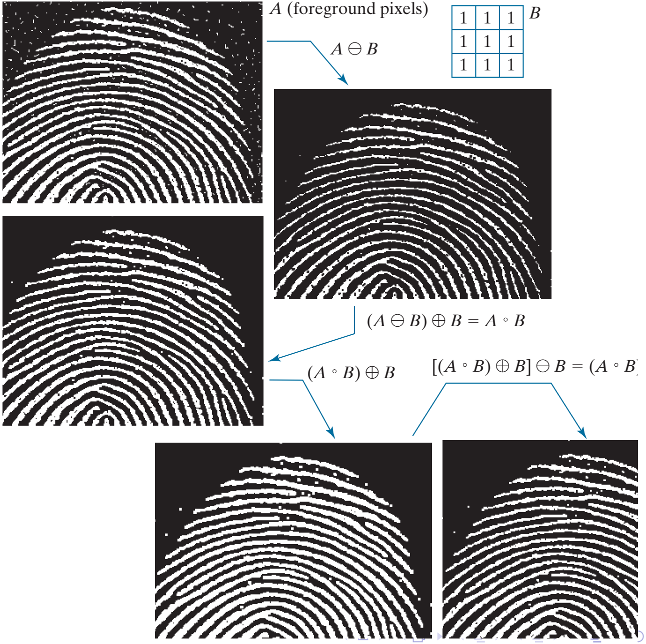
  $(A \ominus B) \oplus B = A \circ B$

- $\ominus$ Dylatacja otwarcia

  $(A \circ B) \oplus B$

- $\oplus$ Erozja dylatacji otwarcia (zamknięcie otwarcia)

  $[(A \circ B) \oplus B] \ominus B = (A \circ B) \bullet B$



EROZJA	$A \ominus B = \{z \mid (B_z) \subseteq A\}$	Dokonuje erozji A przez B.
DYLATACJA	$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \varnothing\}$	Dokonanie dylatacji A przez B.
OTWARCIE	$A \circ B = \{(A \ominus B) \oplus B\}$	Wygładza kontury, przecina wąskie elementy obiektu i usuwa małe wyspy piksel.
ZAMKNIĘCIE	$A \bullet B = \{(A \oplus B) \ominus B\}$	Wygładza kontury, łączy elementy obiektu o niedużym oddaleniu i zapełnia małe braki w obrazach.

hit-or-miss

▶ ***hit-or-miss.***

× *operację hit-or-miss I przez $B_{1,2}$ zdefiniujemy jako*

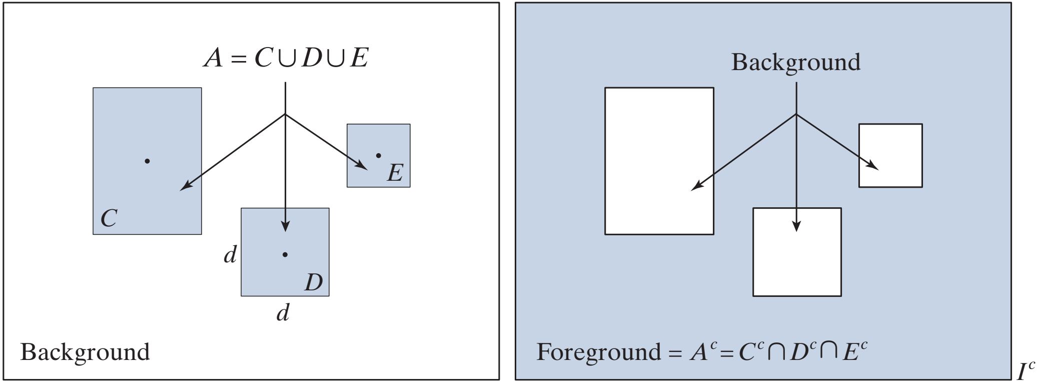
$$\begin{aligned} I \circledast B_{1,2} &= \{z | (B_1)_z \subseteq A \textit{ oraz } (B_2)_z \subseteq A^c\} \\ &= (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2) \end{aligned}$$

× *W przeciwieństwie do dotychczasowych metod, hit-or-miss używa dwóch elementów strukturalnych:*

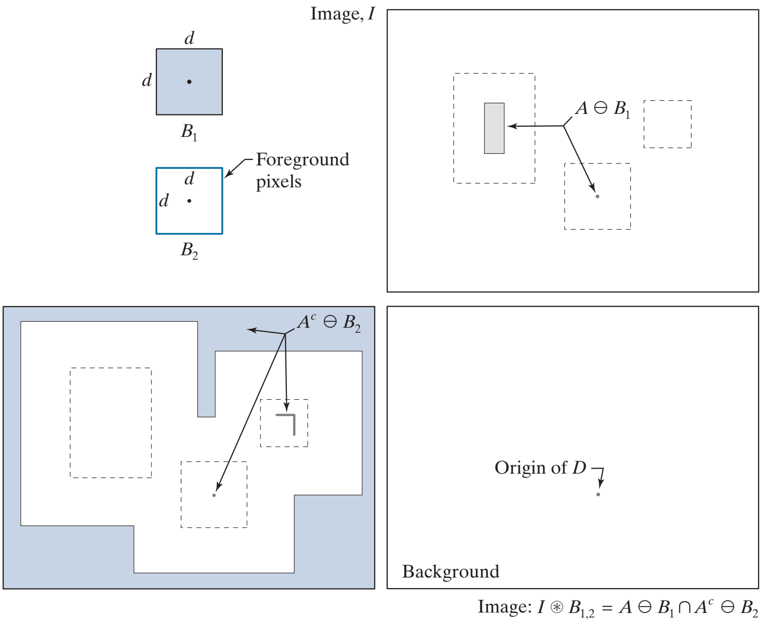
B_1 Do pozytywnych elementów obrazu.
B_2 Do negatywnych elementów obrazu.

× *Co do zasady, zwraca on zbiór tych translacji z, które dla elementów strukturalnych B_1 i B_2, które *jednocześnie odnajdywane są (przez **erozję**) w punktach negatywnych, jak i pozytywnych.*

* Jednocześnie oznacza nie połączenie wynikowych obrazów dla dwóch erozji, a znalezienie tych przekształceń z, które odnajdują dopasowanie w B_1 dla punktów pozytywnych i dla B_2 w negatywnych.



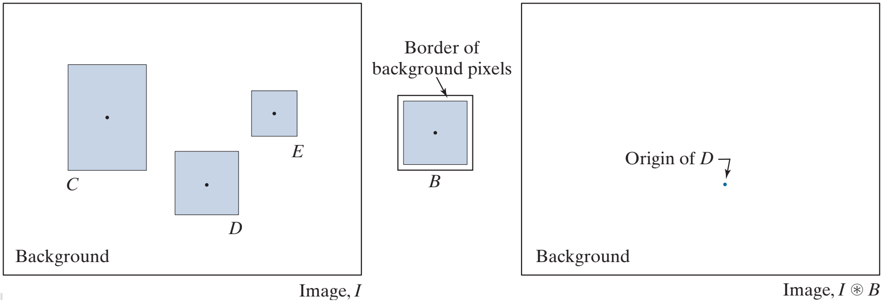
$A = C \cup D \cup E$
C
E
d
D
d
Background
Background
Foreground = $A^c = C^c \cap D^c \cap E^c$
I^c


Image, I
d
d
B1
Foreground
pixels
d
d
B2
A ⊖ B1
Ac ⊖ B2
Origin of D
Background
Image: I ⊛ B1,2 = A ⊖ B1 ∩ Ac ⊖ B2

▶ ***hit-or-miss*** z pojedynczym elementem strukturalnym

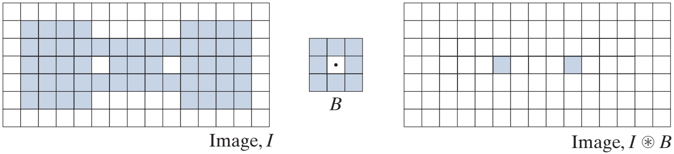
$$I \circledast B = \{z | (B)_z \subseteq I\}$$

× *W elemencie strukturalnym uwzględniamy już jego potencjalnie różne wartości.*

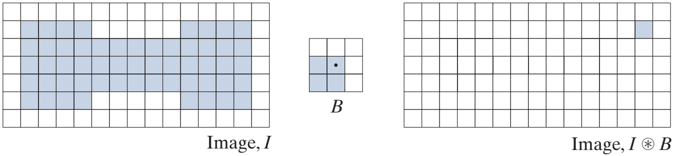


Wykorzystanie hit-or-miss w detekcji atrybutów

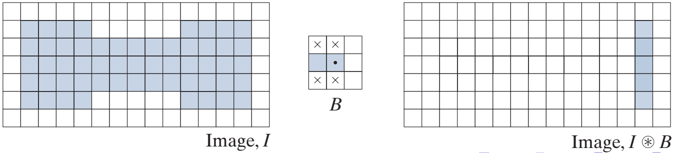
- *Wykrywanie jednopikselowych braków*



- *Wykrywanie prawego górnego narożnika*



- *Wykrywanie prawej ściany*



Hit-or-miss	$I \circledast B = \{z \vert (B)_z \subseteq I\}$	Odnajduje instancje B w obrazie I. B zawiera zarówno elementy pozytywne, jak negatywne

Proste algorytmy morfologiczne

Ekstrakcja krawędzi $\beta(A) = A - (A \ominus B)$ Zbiór punktów w konturach obrazu A.