

Data oddania sprawozdania: 14.11.2017

Termin zajęć: WT 730- 900

Sala: L2.6 (C-16)

**SPRAWOZDANIE**

**Projektowanie Efektywnych Algorytmów**

**Prowadzący:** Dr inż. Łukasz Jeleń

**Autor:** Paweł Szynal 226026

226026@student.pwr.edu.pl

**Problem 1 – Problem komiwojażera**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

### Wrocław 2017

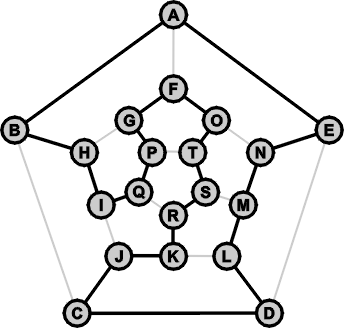
# Wstęp

Celem projektu było zaimplementowanie algorytmu branch and bound. Należało dokonać pomiarów dla poszczególnych instancji oraz porównać wyniki z specjalistyczną literaturą.

# Przyjęte założenia

* Wszystkie struktury danych są alokowane dynamicznie
* Do reprezentacji odległości między miastami użyta została macierz sąsiedztwa.
* Wszystkie liczby są liczbami naturalnymi.
* Ponieważ pojedynczy pomiar czasu jest obarczony dużym błędem pomiaru, pomiary wykonane są wielokrotnie (100 razy).
* Językiem programowania w jakim napisany jest program jest C#
* Visual Studio 2017 Community jest środowiskiem programistycznym (IDE) w jakim pisany jest program.
* Algorytm komiwojażera działa dla metody symetrycznej i niesymetrycznej.

# Cykl Hamiltona

Jest to śceiżka w grafie która odwiedza każdy jego wierzchołek dokładnie raz. Problem ten zalicza się to tzw. problemów NP zupełnych. Dla dużej liczby wierzchołków jest on praktycznie nierozwiązywalny w sensownym czasie.

Rysunek 1 Cykl Hamiltona:

A B H I Q P G F O T S R K J C D L M N E A

# Problem Komiwojażera

Problem komiwojażera przedstawiony jest następująco: dana jest liczba miast. Komiwojażer musi odwiedzić każde miasto dokładnie jeden raz, a następnie wrócić do punktu początkowego. Znany jest koszt przejazdu między każdą parą miast. Należy zaplanować drogę komiwojażera tak, aby każde miasto zostało odwiedzone dokładnie jeden raz oraz by całkowity koszt przejazdu był jak najmniejszy. Problem ten można przestawić za pomocą grafu pełnego, tzn. grafu o stuprocentowym nasyceniu krawędziowym, co oznacza, że każda para wierzchołków jest połączona krawędzią. Miasta, które musi odwiedzić komiwojażer są wierzchołkami, a drogi łączące te miasta to krawędzie z wagami, symbolizującymi koszt podróży daną drogą. Rozwiązanie tego problemu istnieje zawsze, ponieważ dowolny graf pełny posiada co najmniej jeden cykl Hamiltona. Ponieważ graf ma skończona liczbę wierzchołków, to w zbiorze cykli Hamiltona istnieje taki (niekoniecznie jedyny), który posiada minimalna sumę wag krawędzi.



## Symetryczny problem komiwojażera

Dla dowolnych miast A i B odległość z A do B jest taka sama jak z B do A.



## Asymetryczny problem komiwojażera

O między miastami A i B może być różna niż odległość z miasta B do miasta A.

# Rozwiązanie problemu komiwojażera

## Metoda podziału i ograniczeń

Metoda podziału i ograniczeń służy do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych. Opiera się na analizie drzewa przestrzeni stanów. Drzewo to jest reprezentacją wszystkich ścieżek jakimi może pójść algorytm rozwiązując dany problem. Metoda podziału i ograniczeń w każdym węźle oblicza granicę, która pozwala określić go jako obiecujący bądź nie, ponieważ Przeglądanie całego drzewa byłoby bardzo kosztowne ze względu na jego wykładniczy rozmiar. W dalszej fazie algorytm przegląda tylko potomków węzłów obiecujących.

# Złożoność obliczeniowa



# Metoda podziału i ograniczeń (Branch and bound)

Teoretyczna złożność metody podziału i ograniczeń algorytmem branch and bound w najgorszym przypadku wynosi O( n2∗2n). W rzeczywistości uzyskiwane wyniki są dużo lepsze, jednak problem komiwojażera wciąż pozostaje problemem wykładniczym..

# Pomiary

## Dla generowanych miast:

|  |  |
| --- | --- |
| BNB | |
| Liczba miast | czas[ms] |
| 6 | 0,02 |
| 10 | 3,55 |
| 12 | 18,81 |
| 13 | 38,17 |
| 14 | 83,50 |
| 15 | 133,82 |
| Tabela 1. Uśrednione wyniki 100 prób algorytmu komiwojażera dla metody branch and bound dla różnych ilości miast | |

Wykres 2. Zestawienie uśrednionych wyników dla algorytmu komiwojażera dla metody BnB

# Wnioski

Metoda podziału i ograniczeń zazwyczaj pomaga znacznie ograniczyć czas wykonywała obliczeń dla problemu komiwojażera. Metoda ta jest również precyzyjna, dostarczane przez nią rozwiązania są optymalne, co widać w tabelkach powyżej. Niestety wciąż występuje bardzo szybki wzrost czasu obliczeń, ponieważ złożoność obliczeniowa pozostaje wykładnicza. Aktualnie najszybszym, a zarazem precyzyjnym sposobem rozwiązywania problemu jest metoda dynamiczna (O(2n\*n2)), jednakże ma ona dużą złożoność pamięciową (O(2n\*n)).

# Literatura

[1] Cykl Hamiltona <https://pl.wikipedia.org/wiki/Cykl_Hamiltona> z dnia 11.11.2017r

[2] Algorytmy podziału I ogarniczeń Jens Clausen : Branch and Bound Algorithms – Principles and Examples z 1999 roku

[3] Pliki do testów :  
 <http://jaroslaw.mierzwa.staff.iiar.pwr.wroc.pl/pea-stud/tsp/>

[http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/XML- TSPLIB/instances/?C=S;O=A](http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/XML-%09TSPLIB/instances/?C=S;O=A)