Obliczanie grafu widoczności
Sprawozdanie

Dominik Adamczyk
Szymon Nowak-Trzos
grupa nr 2
Algorytmy geometryczne 2022/2023

Spis treści

1 Specyfikacja techniczna

Projekt został stworzony w języku JavaScript przy użyciu biblioteki p5.js w wersji 1.5.0. Wszystkie testy przeprowadzono na komputerach, następującej specyfikacji technicznej, różniących się jedynie systemem operacyjnym:

- procesor: Intel Core i5-1135G7
- pamięć ram: 16 GB
- system operacyjny: Windows 10 Home x64 / Windows 11 Home x64.

Program napisany został w środowisku Visual Studio Code, a jego testy przeprowadzono poprzez uruchomienie go na lokalnym i zewnętrznym serwerze przy pomocy przeglądarek Google Chrome i Brave.

2 Wstęp teoretyczny i opis problemu

2.1 Cel zadania

Celem ćwiczenia było zaimplementowanie algorytmu pozwalającego znajdować graf widoczności dla zbioru rozłącznych wielokątów zadanych przez użytkownika, a także stworzenie wizualizacji pozwalających przedstawić działanie implementowanego algorytmu, z uwzględnieniem poszczególnych kroków.

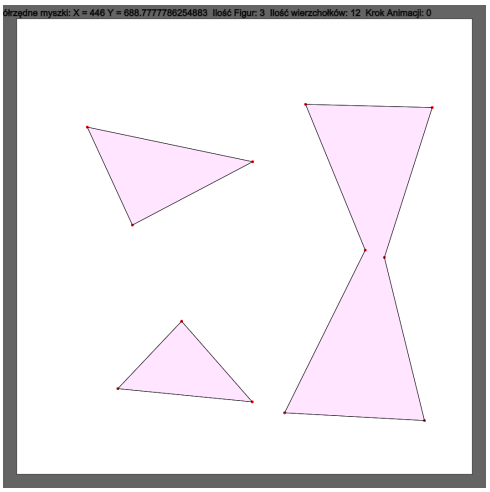
2.2 Opis zagadnienia

Graf widoczności to graf, który dla zadanego zbioru rozłącznych wielokątów określa wszystkie połączenia między "widzącymi się" wierzchołkami. Są to takie wierzchołki, pomiędzy którymi można przeprowadzić odcinek taki, że ten nie będzie przecinał żadnej krawędzi wielokąta. Na potrzeby tego zadania przyjmujemy, że zadany zbiór wielokątów jest zbiorem otwartym (wierzchołki ani krawędzie tworzące wielokąty nie należą do nich), czyli punkty będące sąsiadującymi wierzchołkami wielokąta "widzą się" wzajemnie (ponieważ krawędź nie jest elementem wielokąta). Takie podejście skutkuje tym, że w wynikowym grafie widoczności zawarte zostają wszystkie krawędzie należące do zbioru wielokątów wejściowych. Rozwiązanie to, chociaż przydatne w kontekście zastosowań algorytmu, niesie za sobą pewne konsekwencje implementacyjne, które będą opisywane w dalszej części sprawozdania.

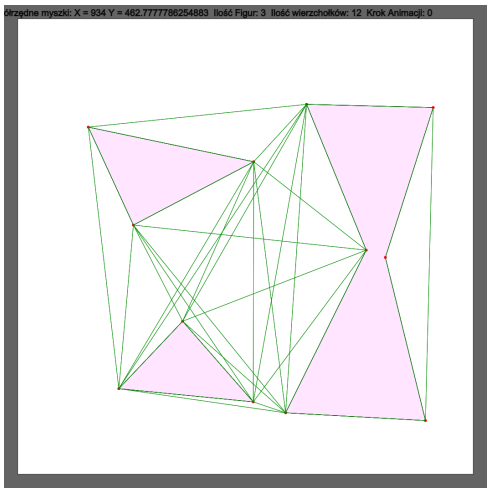
Naiwny algorytm rozwiązujący powyższy problem nie jest skomplikowany - do jego wykonania wystarczy dla każdej pary wierzchołków sprawdzić, czy istnieje krawędź przecinająca odcinek tworzony przez te wierzchołki. Przedstawiony algorytm ma mało zadowalającą złożoność - $O(n^3)$, gdzie n to liczba krawędzi zbioru wejściowego - takie oznaczenie przyjęte jest w całym sprawozdaniu. Implementowany w tym projekcie algorytm osiąga złożoność $O(n^2 * log(n))$.

Rysunek 1

(a) Przykładowy zestaw danych wejściowych



(b) Graf widoczności dla przykładowego zbioru



3 Opis algorytmu

3.1 Główny algorytm

Główna część algorytmu nie jest skomplikowana (na potrzeby sprawozdania nazwiemy ją **grafWidoczności**). Idea wyznaczenia grafu widoczności polega na wyznaczeniu wszystkich widocznych wierzchołków dla każdego z wierzchołków należących do danych wejściowych. Algorytm wyznaczenia widocznych wierzchołków (**widoczneWierzchołki**) będzie w takim razie wykonywany $O(n)$ razy - liczba wierzchołków w zbiorze wejściowym jest powiązana z jego liczbą krawędzi i wielokątów.

3.2 Algorytm widoczneWierzchołki

W celu uzyskania złożoności $O(n^2 * log(n))$ konieczne jest aby wyznaczanie wszystkich punktów widocznych z zadanego wierzchołka P odbywało się w czasie $O(n * log(n))$. Aby uzyskać taki efekt wykorzystywany jest algorytm czerpiący koncepcję z algorytmów zamiatania. Różnice względem typowych algorytmów zamiatania (np. algorytmu wyznaczającego przecięcia odcinków) są w tym przypadku takie, że struktura zdarzeń nie zmienia się w trakcie pracy algorytmu, a struktura stanu (miotła) nie przesuwa się wzdłuż pewnej osi, a obraca dookoła punktu P.

Pierwszym etapem wykonania tego algorytmu jest posortowanie wszystkich wierzchołków po ich rosnącym kącie pomiędzy pewnym ustalonym wektorem, a wektorem wodzącym pomiędzy punktem P, a rozważanym wierzchołkiem (przeciwnie do ruchu wskazówek zegara). Dla tych samych kątów sortowanie odbywa się rosnąco na podstawie odległości pomiędzy punktem P, a wierzchołkiem. Tak posortowane punkty tworzą strukturę zdarzeń.

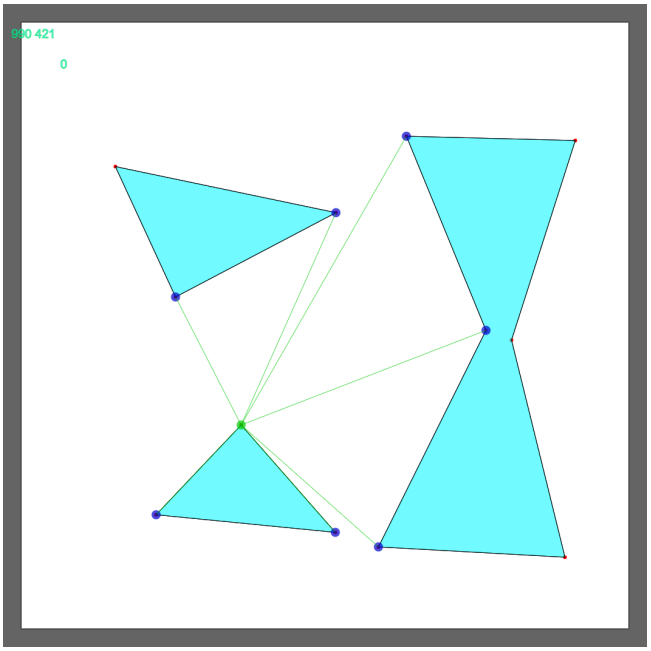
Strukturą stanu jest zrównoważone drzewo poszukiwań binarnych, na którym będą przechowywane krawędzie aktualnie przecinające się z miotłą. Miotłę należy interpretować jako półprostą wychodzącą z punktu P i przechodzącą przez kolejne punkty ze struktury zdarzeń - na samym początku algorytmu miotła przechodzi przez pierwszy punkt struktury zdarzeń. Po zainicjowaniu na strukturze stanu umieszczane są wszystkie krawędzie wielokątów, które przecinają miotłę w jej początkowej pozycji. Porządek krawędzi umieszczanych na drzewie jest zadany poprzez rosnącą odległość między punktem P, a przecięciem odcinka z miotłą. Warto zwrócić uwagę, że względny porządek pomiędzy krawędziami na miotle nie ulega zmianie - krawędzie wielokątów nie mogą się przecinać.

Przy pomocy tak zainicjowanych struktur danych możliwy jest do wykonania właściwy algorytm. Polega on na iteracji po każdym z punktów w strukturze zdarzeń i wykonaniu na nim odpowiednich akcji. Pierwszą z akcji jest sprawdzenie, czy wierzchołek na którym jesteśmy jest widoczny (odpowiada za to osobna funkcja **czyWidoczny**), a jeżeli tak, to ta informacja jest zapisywana. Następnie należy określić dwie krawędzie wychodzące z aktywnego wierzchołka. Jeżeli któraś z tych krawędzi (albo obydwie) jest po prawej stronie miotły, to nie będzie więcej tworzyła z nią przecięcia (miotła obraca się w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara), więc krawędź ta jest zdejmowana ze struktury stanu, na której musiała dotychczas być. Jeżeli natomiast krawędzie znajdują się po lewej stronie miotły, to są dodawane do struktury stanu. Przedstawione w tym kroku operacje (włącznie z funkcją **czyWidoczny**) mają złożoność $O(log(n)$ (są to operacje na zrównoważonym drzewie) i powtórzone są $O(n)$ razy, co sprawia, że ten etap ma złożoność $O(n * log(n))$ - taką samą jak sortowanie, które przeprowadzane jest na początku opisywanej funkcji.

3.3 Algorytm czyWidoczny

Na tym etapie konieczne jest sprawdzenie, czy odcinek $\overline{Pw_i}$ tworzony przez dwa zadane wierzchołki - P, w_i - jest przecinany przez jakikolwiek odcinek w drzewie. W tym celu należy rozważyć parę przypadków. Pierwszym z nich jest sprawdzenie czy $\overline{Pw_i}$ przechodzi przez środek wielokąta przy wierzchołku w_i - jeżeli tak, to zwracany jest fałsz. Kolejno sprawdzany jest przypadek gdy w_i jest albo pierwszym wierzchołkiem, albo P, w_i, w_{i-1} nie są współliniowe. Wtedy wystarczy sprawdzić wysunięty najbardziej na lewo liść w drzewie opisanym w poprzednim punkcie. Jeżeli krawędź przechowywana w tym liściu przecina $\overline{Pw_i}$, to zwracany jest fałsz, a w przeciwnym wypadku prawda. Jeżeli jednak w poprzednim warunku okazało się, że P, w_i, w_{i-1} są współliniowe należy oprzeć następne kroki o status wierzchołka w_{i-1}. Jeżeli nie był on widoczny, to w_i też taki nie może być - wynika to z posortowania wierzchołków współliniowych. Jeżeli natomiast w_{i-1} był widoczny, to należy przejść po całym drzewie i stwierdzić, czy istnieje krawędź przecinająca $\overline{w_{i-1}w_i}$. Jeżeli taka istnieje, to należy zwrócić fałsz, w przeciwnym wypadku - prawdę. Operacje w tej funkcji wykonywane są na zrównoważonym drzewie, co pozwala jej na uzyskanie złożoności $O(log(n))$. Przypadek widocznego współliniowego punktu w_{i-1} można pominąć w obliczaniu złożoności, gdyż występuje rzadko.

Rysunek 2: Przykładowy wynik działania **widoczneWierzhołki**



4 Szczegóły implementacji algorytmu

Przedstawiony w poprzedniej sekcji algorytm pozostawia pewną dowolność podczas jego implementacji. Aby implementowany algorytm osiągał oczekiwaną złożoność obliczeniową, oraz działał poprawnie dla każdego zestawu danych wejściowych konieczne było rozwiązanie paru problemów.

4.1 Reprezentacja punktu, odcinka i wielokąta

Na potrzeby działania algorytmu zaimplementowane zostały odpowiednie klasy reprezentujące obiekty, na których przeprowadzane jest działanie algorytmu. Stworzone na te potrzeby klasy:

- Point - posiada współrzędne pojedynczego punktu
- Line - Posiada dwa obiekty klasy Point wyznaczające odcinek
- PointsCollection - przechowuje listę obiektów klasy Point
- LinesCollection - przechowuje listę obiektów klasy Line
- Shape - klasa reprezentująca wielokąt, przechowuje obiekt PointsCollection i LinesCollection. Kolejne punkty z PointsCollection wyznaczają wielokąt.
- Scene - przechowuje wszystkie widoczne na ekranie obiekty z klas wymienionych powyżej.

W powyższych klasach dodatkowo przechowywane są informacje konieczne do działania algorytmu, np. odnośniki danego punktu do krawędzi z niego wychodzących.

Jedną z istotnych informacji na temat obiektów klasy Shape jest sposób w jakim został zadany wielokąt (zgodnie, czy przeciwnie do ruchu wskazówek zegara). Jest to w szczególności przydatne do określania po której stronie trzech kolejnych punktów wielokąta jest jego środek (szczegóły użycia tej informacji przedstawione są w punkcie 4.5). W tym celu dla każdego wielokąta wyznaczany jest fragment jego otoczki wypukłej (pierwsze trzy kolejne punkty) przy pomocy algorytmu Jarvisa. Tak wyznaczone punkty stanowią zadany przeciwnie do ruchu wskazówek zegara fragment otoczki. Dzięki porównaniu ich kolejności z kolejnością punktów należących do wielokąta możliwe jest określenie orientacji w jakiej jest zadany.

4.2 Znajdowanie punktu przecięcia odcinków

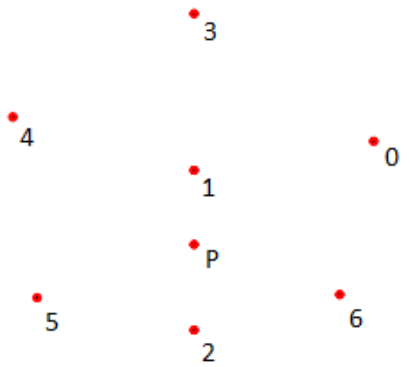
Szukanie punktu przecięcia jest najczęściej powtarzaną operacją w algorytmie. W przypadku tej implementacji szukanie przecięcia odbywa się poprzez wyznaczenie równań prostych zawierających rozważane odcinki, a następnie rozwiązania odpowiedniego układu równań. Następnie sprawdzane jest, czy znaleziony punkt zawiera się w przedziałach wyznaczanych prostymi. Dodatkowo osobno rozważane są przypadki, gdy jedna z prostych jest pionowa - w ten sposób możliwe jest uniknięcie błędów z dzieleniem przez 0.

4.3 Sortowanie punktów

Algorytm **widoczneWierzchołki** w swoim pierwszym kroku wymaga posortowania punktów na podstawie ich kąta względem pewnego punktu początkowego P. Aby to zrobić korzystamy z algorytmu szybkiego sortowania, w którym funkcja komparatora polega na użyciu wyznacznika o wzorze $det(a,b,c) = \begin{vmatrix} a_x - c_x & a_y - c_y \\ b_x - c_x & b_y - c_y. \end{vmatrix}$. W ten sposób możliwe jest wyznaczenie położenia punktu c względem prostej ab na podstawie znaku wyznacznika. Jeżeli jakieś trzy punkty są współliniowe, to następowało sortowanie na podstawie ich odległości od punktu P.

Sposób ten jednak nie jest zawsze wystarczający i zdarzają się przypadki, gdzie uzyskane posortowanie punktów nie jest poprawne. może się tak stać, gdy w zestawie danych wejściowych obecne są punkty współliniowe znajdujące się po różnych stronach punktu początkowego P. W takim wypadku ani wyznacznik (który zwróci 0), ani odległość (która jest dodatnia) nie są w stanie zdeterminować dokładnego położenia tych współliniowych punktów względem pozostałych, przez co zostaną uznane one, za punkty następujące po sobie, chociaż w praktyce leżą w innych ćwiartkach układu współrzędnych. Aby wyeliminować ten problem stosujemy podział punktów wejściowych na 4 ćwiartki względem punktu początkowego. W ten sposób, po podzieleniu punktów na 4 części w żadnej z nic nie znajdują się punkty współliniowe mogące być po przeciwnych stronach, a więc też sortowanie może odbyć się bez błędów. Po przeprowadzeniu sortowania na każdej z czterech ćwiartek osobno, te są łączone, co skutkuje uzyskaniem poprawnie posortowanego zestawu danych.

Rysunek 3: Przykładowe niepoprawne posortowanie punktów, punkty P, 1, 2, 3 są współliniowe, numery oznaczają kolejność posortowania.



4.4 Drzewo poszukiwań binarnych

Do działania algorytmu konieczne jest uzyskiwanie informacji o najmniejszym elemencie zbioru aktualnie przecinanych krawędzi w czasie $O(log(n))$. Konieczne do tego jest użycie zmodyfikowanego drzewa poszukiwań binarnych. W przypadku tej implementacji użyte zostało drzewo AVL. W drzewie tym przechowywane są krawędzie aktualnie przecinające się z miotłą na podstawie rosnącej odległości punktu przecięcia od pewnego ustalonego punktu. Problematyczną kwestią jest fakt, że z każdym krokiem działania algorytmu miotła zmienia swoje położenie, co jest równoważne ze zmianą wartości punktów przecięcia miotły z krawędziami umieszczonymi na drzewie. Najprostszą możliwością zmiany wartości kluczy na drzewie jest zdjęcie z niego wszystkich

elementów, zmiana ich wartości klucza i umieszczenie ponownie na drzewie. Nie jest to jednak optymalne podejście - taka operacja miałaby koszt $O(n * log(n))$. W rozwiązaniu tego zagadnienia pomaga fakt, że względna kolejność krawędzi umieszczonych na drzewie się nie zmienia - wraz z ruchem miotły elementy mogą być dodawane/usuwane, ale przez to, że krawędzie się nie przecinają nie może nastąpić ich zamiana kolejności w drzewie. Pozwala to na zastosowanie pewnej modyfikacji - dynamicznego ustalania wartości klucza dla każdego z elementów na drzewie. Oznacza to, że na drzewie przechowywane są krawędzie, ale bez przypisanych im wartości klucza. Te obliczane są za każdym razem, gdy wykonywana jest jakakolwiek operacja na drzewie i zależą od aktualnej pozycji miotły.

Kolejną kwestią związaną z drzewem są przypadki gdy podczas zamiatania trafiamy na punkt, z którego wychodzą dwie krawędzie, które muszą być dodane do drzewa. Gdyby chcieć je dodać z wartościami odległości jakie uzyskane są dla aktualnego stanu miotły, to obydwie krawędzie miałyby ten sam klucz, co może stwarzać problemy dla dalszego działania algorytmu. Aby ustalić odpowiedni porządek między tymi krawędziami na drzewie umieszczane one są na podstawie punktów przecięcia tych krawędzi z miotłą znajdującą się na następnej pozycji. W ten sposób unika się wystąpienia dwa razy tego samego klucza w drzewie, dalej zachowując odpowiednią kolejność elementów.

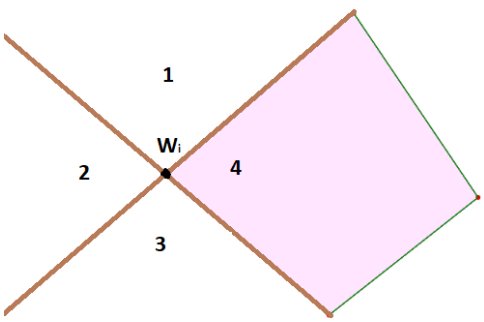
4.5 Szczegóły implementacji algorytmu czyWidoczny

Algorytm ten rozstrzyga, czy z punktu P możliwe jest zobaczenie punktu w_i. Większa część jego implementacji jest prosta i polega jedynie na sprawdzeniu czy istnieje przecięcie dwóch odcinków. Sytuacja wygląda inaczej w przypadku pierwszego kroku, czyli sprawdzeniu czy $\overline{Pw_i}$ przechodzi przez środek wielokąta przy wierzchołku w_i. Sprawdzenie tego jest szczególnie konieczne, gdy zarówno punkt P jak i w_i należą do jednego wielokąta - jeżeli odcinek przechodzi wyłącznie przez jego środek, to nie jest przecinany przez inne krawędzie, dlatego konieczne jest ustalenie widoczności wierzchołka już na tym etapie.

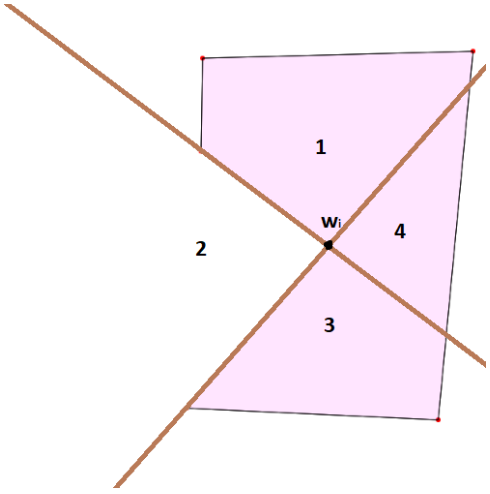
Do rozwiązania tego problemu korzystamy z wyznaczenia położenia punktu P względem prostych zawierających krawędzie wychodzące z w_i. Dwie proste przechodzące przez w_i dzielą płaszczyznę na 4 części. To w której części znajduje się punkt P (przypadki współliniowe obsługiwane są osobno) determinuje czy $\overline{Pw_i}$ przechodzi przez środek wielokąta. Wpływ na to która część daje dany wynik ma kąt wewnętrzny wielokąta przy w_i, jeżeli kąt jest wypukły, to tylko dla położenia P w jednej z części odcinek $\overline{Pw_i}$ będzie przechodził przez środek wielokąta. Dla kąta wklęsłego taki przypadek występuje dla trzech części. W implementacji tej metody dodatkowo konieczne było określenie po której stronie układu trzech punktów (punktu w_i i jego sąsiadów) znajduje się wnętrze wielokąta. Konieczne do tego było wyznaczenie kolejności w jakiej został zadany wielokąt (zgodnie / przeciwnie do ruchu wskazówek zegara). Z takimi informacjami wszystkie pozostałe obliczenia (zarówno wypukłości / wklęsłości kąta, jak i położenia P względem prostych) możliwe były przy użyciu wyznacznika.

Rysunek 4

(a) Kąt wypukły przy wierzchołku w_i. Dla P leżącego w części 4 prosta $\overline{Pw_i}$ przechodzi przez środek wielokąta.



(b) Kąt wklęsły przy wierzchołku w_i. Dla P leżącego w częściach 1, 3, 4 prosta $\overline{Pw_i}$ przechodzi przez środek wielokąta.

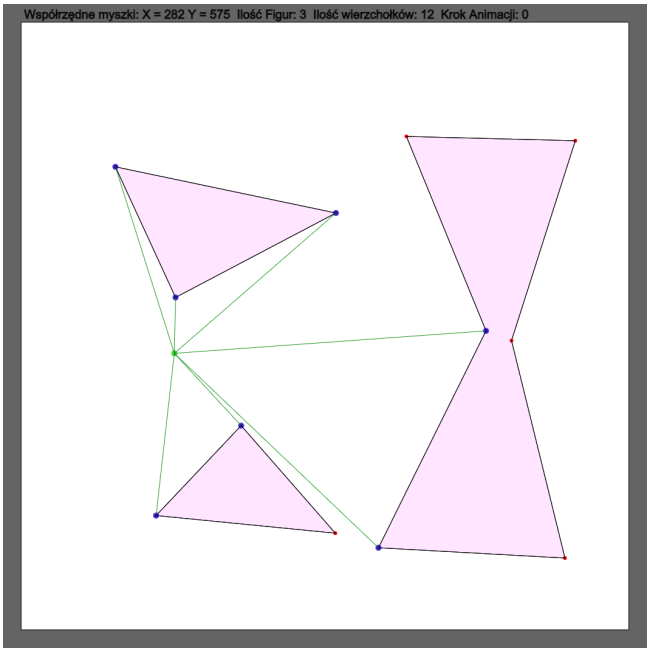


5 Wizualizacja graficzna

5.1 Podstawowa wizualizacja danych wejściowych i grafu widoczności

Program stworzony na potrzeby wizualizacji algorytmu napisany został w języku JavaScript i jest uruchamiany za pośrednictwem przeglądarki internetowej. Program umożliwia wczytywanie zbioru wielokątów z pliku i zapisywanie wynikowego grafu widoczności do pliku (te i inne funkcje opisane są szczegółowiej w dokumentacji technicznej). Poza podstawową funkcją rysowania grafu widoczności program pozwala na zobaczenie działania funkcji **widoczneWierzchołki** dla wybranego wierzchołka z wejściowych danych (Rysunek 2.), a także dla punktu wskazywanego aktualnie przez myszkę na ekranie (Rysunek 5.) - w tym przypadku mogą wystąpić błędy programu, gdy myszka znajdzie się wewnątrz wielokąta, bądź na jego punktach czy krawędziach.

Rysunek 5: Przykładowe działanie algorytmu **widoczneWierzchołki** dla pozycji wskazanej przez myszkę.



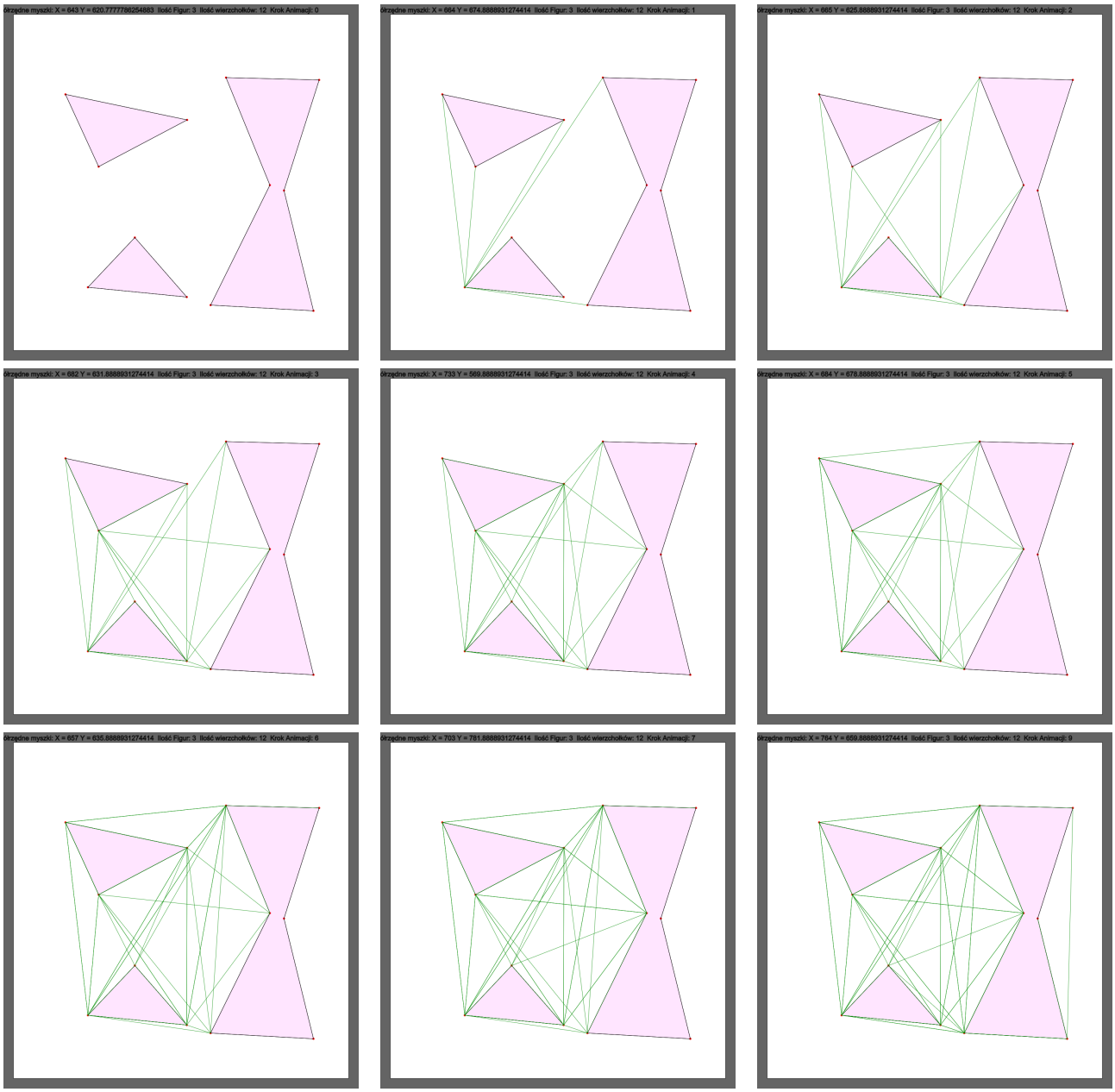
W podstawowej części aplikacji przyjęty jest następujący schemat kolorów:

- różowy/błękitny - wnętrze zadanego wielokąta (przeszkody)
- czerwony punkt - wierzchołek wielokąta
- zielony punkt - punkt z którego przeprowadzany jest algorytm **widoczneWierzchołki**
- niebieski punkt - wierzchołek wielokąta, który jest widoczny podczas działania algorytmu **widoczne-Wierzchołki**
- zielony odcinek - oznacza, że dwa punkty będące jego końcami "widzą się wzajemnie"

5.2 Animacja algorytmu grafWidoczności

Program pozwala na wyświetlenie kolejnych kroków głównej pętli programu, czyli pokazanie nakładających się na siebie wyników działania algorytmu **widoczneWierzchołki**.

Rysunek 6: Kolejne kroki w animacji algorytmu **grafWidoczności**



5.3 Animacja algorytmu widoczneWierzchołki

Najistotniejszym wizualnym elementem programu jest możliwość wyświetlenia krok po kroku animacji algorytmu zamiatania **widoczneWierzchołki**. Wizualizacja uwzględnia aktualną pozycję miotły i krawędzie aktualnie przechowywane na drzewie. Jeżeli występują przecięcia uniemożliwiające uznanie danego wierzchołka za widoczny, to wizualizacja także to sygnalizuje. Na wizualizacji nie jest prezentowane dokładne działanie algorytmu **czyWidoczny** dla przypadków punktów współliniowych. Przyjęty schemat kolorystyczny:

- niebieski odcinek - miotła w swoim aktualnym położeniu
- szare krawędzie wielokątów - krawędzie przebywające aktualnie na drzewie
- mały zielony punkt - punkt z którego przeprowadzany jest algorytm **widoczneWierzchołki**
- czerwona krawędź wielokąta - krawędź będąca najmniejszą w drzewie, z którą sprawdzane jest przecięcie miotły
- większy zielony punkt - punkt przecięcia miotły z czerwoną krawędzią
- większy czerwony punkt - punkt uznany z widoczny w danym kroku
- niebieski punkt - wierzchołek wielokąta, który jest widoczny podczas działania algorytmu **widoczne-Wierzchołki**
- zielony odcinek - oznacza, że dwa punkty będące jego końcami "widzą się wzajemnie"

6 Porównanie z naiwnym algorytmem $O(n^3)$

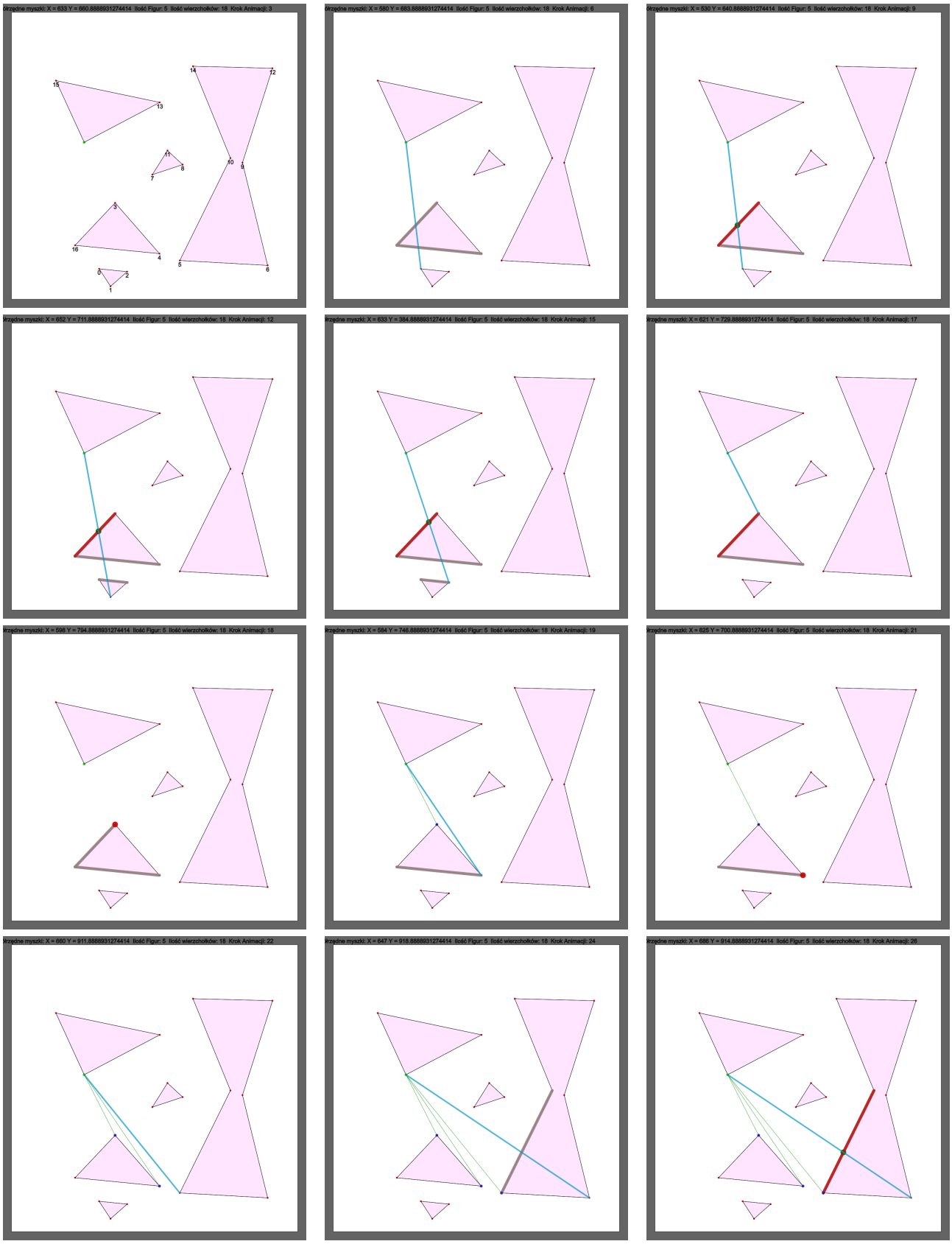
W celu sprawdzenia działania prezentowanego algorytmu oraz jego poprawności zaimplementowany został naiwny algorytm o złożoności $O(n^3)$. Jego działanie polega na sprawdzeniu każdej pary punktów i każdej krawędzi, co daje informacje o ich wzajemnej widoczności. Przeprowadzone porównanie polegało na zmierzeniu czasów wykonania obydwu algorytmów dla danych wejściowych o różnym rozmiarze, a jego wyniki prezentowane są w tabeli poniżej.

Tabela 1: Czasy obliczania grafu widoczności w sekundach, w zależności od algorytmu i ilości punktów w danych wejściowych

	10	50	100	250	500	750	1000
$O(n^2 * log(n))$	0.002	0.059	0.336	2.586	8.156	19.205	40.091
$O(n^3)$	0.002	0.083	0.525	8.707	35.263	74.822	175.035

Aplikacja stworzona do wizualizacji algorytmu umożliwia dla każdego zestawu danych przeprowadzić porównanie czasowe między dwoma metodami obliczania grafu widoczności. Służy do tego odpowiedni przycisk. Implementowany algorytm zgodnie z oczekiwaniami osiąga lepsze wyniki w teście wydajnościowym. Podczas testów zdarzały się jednak przypadki, gdy dla małych danych wejściowych (liczba wierzchołków mniejsza od 30) algorytm naiwny był szybszy. Ma to związek najprawdopodobniej z faktem, że algorytm zamiatania wymaga dodatkowej pracy jak tworzenie miotły, czy obliczenia wykonywane na elementach drzewa, a także sprawdzanie widoczności, co chociaż nie zmienia złożoności algorytmu, to wpływa na jego czas działania.

Rysunek 7: Poszczególne kroki algorytmu **widoczneWierzchołki**



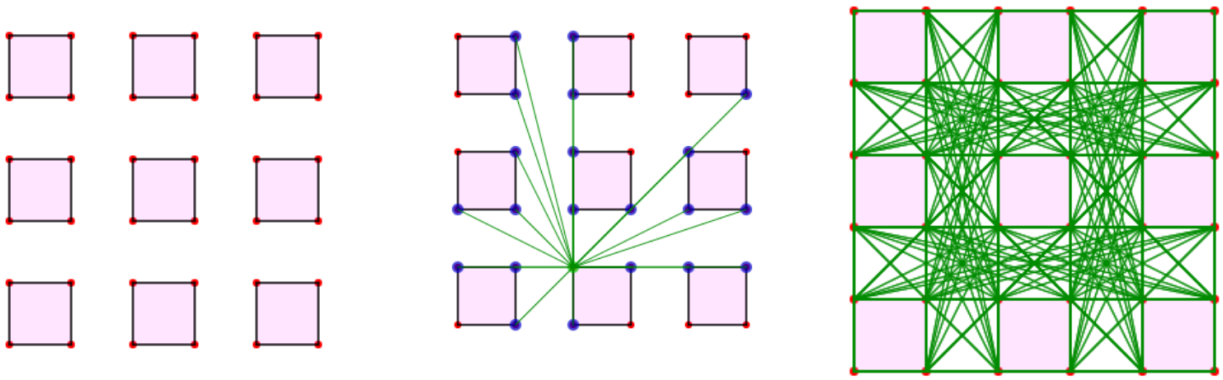
7 Przykładowe wyniki działania algorytmu

7.1 “Kwadraty”

Istotnym zestawem danych, na którym była testowana poprawność algorytmu był zbiór równo rozłożonych kwadratów, o takich samych wymiarach, jak i odległościach między sobą. Na tym zbiorze testowane były poprawność działania sortowania, a także wszystkich wariantów algorytmu **czyWidoczny**, ze względu na różne rodzaje współliniowości punktów.

Rysunek 8:

Zestaw danych “Kwadraty”, przykład funkcji **widoczneWierzchołki** oraz wynikowy graf widoczności



7.2 Duży zestaw danych

Zestawy danych mające wiele punktów, okazały się bardzo użyteczne pod kątem znajdowania problemów w działaniu algorytmu. Duża gęstość punktów na takich danych pozwala na uzyskanie różnego rodzaju przypadków związanych z np. współliniowością punktów czy odcinkami pionowymi i poziomymi, a także z różnymi zachowaniami drzewa. W fazie testowania programu wykrycie błędu było możliwe poprzez np. znalezienie zielonego odcinka przechodzącego przez wnętrze wielokąta. Poniżej prezentowany jest jeden z dużych zestawów danych. Ten konkretny zawiera 1000 wierzchołków i został użyty w porównaniu czasowym algorytmów.

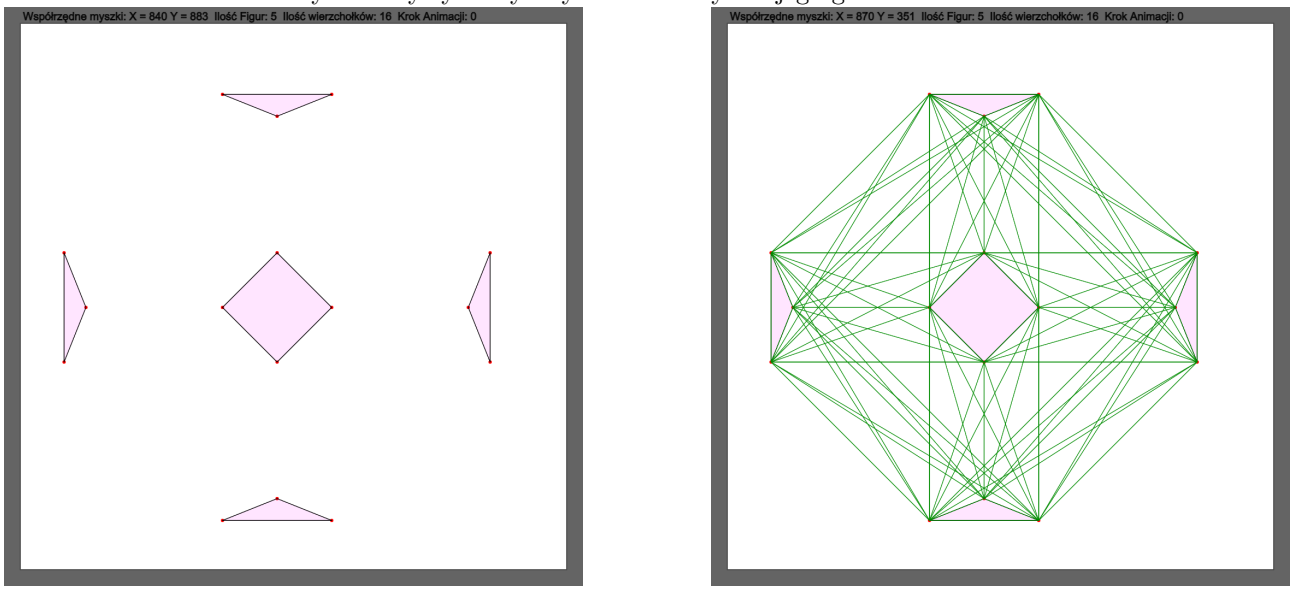
Rysunek 9:

Duży zestaw danych i jego graf widoczności oraz wynikowy graf widoczności

7.3 Symetryczne dane

Rysunek 10:

Przykładowy symetryczny zestaw danych i jego graf widoczności



8 Podsumowanie

Zaimplementowany algorytm pozwala określić graf widoczności dla zadanych danych wejściowych. Dodatkowo osiąga on zauważalnie lepsze wyniki czasowe w porównaniu do algorytmu naiwnego, co świadczy o jego poprawnej implementacji. Aplikacja stworzona na potrzeby wizualizacji grafu pozwala wyświetlenie odpowiednich animacji, dzięki którym możliwe jest poznanie algorytmu wyznaczającego graf widoczności. Implementacja algorytmu wymagała użycia wielu technik związanych z algorytmami geometrycznymi poznanych na wcześniejszych laboratoriach. Poza koncepcją algorytmów zamiatania do takich metod zalicza się sortowanie punktów na podstawie ich kąta, użycie wyznacznika do określania wzajemnego położenia punktów, oraz - co mniej oczywiste - określanie kierunku w jakim został zadany wielokąt na podstawie fragmentu jego otoczki wypukłej.

Literatura

[1] de Berg M., Van Kreveld M., Overmars M. *Geometria obliczeniowa. Algorytmy i zastosowania*

Obliczanie grafu widoczności
Dokumentacja techniczna
Instrukcja użytkownika

Dominik Adamczyk
Szymon Nowak-Trzos
grupa nr 2
Algorytmy geometryczne 2022/2023

Spis treści

1 Opis klas i funkcji programu

W tym dokumencie zostanie położony nacisk na funkcje bezpośrednio związane z implementacją algorytmu. Elementy kodu odpowiadające za działanie interfejsu graficznego nie będą szczegółowo opisywane. Funkcje i klasy odpowiadające za działanie algorytmu zaimplementowane są w plikach Essential_Functions.js, Scene.js, VisibilityGraphs.js oraz folderze avl. Pozostałe pliki odpowiadają za import biblioteki p5.js przy pomocy której został napisany interfejs graficzny, a także za obsługę logiki tego interfejsu - zarówno wizualizacji algorytmu jak i funkcjonowania przycisków. Poszczególne funkcje odpowiadające za działanie algorytmu:

- **Point** - klasa reprezentująca punkt - posiada współrzędne pojedynczego punktu
- **Line** - klasa reprezentująca odcinek - posiada dwa obiekty klasy Point
- **PointsCollection** - klasa przechowująca listę obiektów klasy Point
- **LinesCollection** - klasa przechowująca listę obiektów klasy Line
- **Shape** - klasa reprezentująca wielokąt, przechowuje obiekt PointsCollection i LinesCollection. Kolejne punkty z PointsCollection wyznaczają wielokąt.
- **Scene** - klasa przechowująca wszystkie widoczne na ekranie obiekty z klas wymienionych powyżej.
- **det** - funkcja wyznacznika przyjmująca trzy obiekty klasy point i zwracająca wyznacznik 2x2 tych punktów. Na podstawie znaku wyznacznika wyznacza się położenie ostatniego z punktów względem prostej przechodzącej przez pierwsze dwa. Funkcja ta przyjmuje też opcjonalny argument "zeros", domyślnie ustawiony na 0. W takim przypadku, dla współliniowości, zamiast zer zwracana jest różnica odległości pomiędzy pierwszym a drugim i pierwszym a trzecim punktem. Jeśli zaś argument ten będzie równy 1, w przypadku współliniowości będą zwracane zera.
- **quickSort_angle** - zaimplementowane sortowanie szybkie wykorzystujące wyznacznik do sortowania grupy punktów na podstawie kąta jaki tworzą z dowolnym wektorem i wskazanym punktem środkowym.
- **distance** - funkcja przyjmująca dwa punkty i zwracająca kwadrat odległości między nimi.
- **isTheSameLine** - funkcja sprawdzająca, czy dwa odcinki są takie same - przydatna w przypadku, gdy podczas działania algorytmu zamiatania miotła trafi na punkt będący sąsiadem punktu, z którego wychodzi.
- **hasAtLeastOneSamePoint** - funkcja sprawdzająca, czy dwa odcinki mają ten sam punkt początkowy lub końcowy. Sprawdzanie tego jest potrzebne do wyznaczania przecięć dwóch odcinków.
- **sortByAngle** - funkcja sortująca punkty wejściowe na podstawie ich kąta. Funkcja używa wcześniej zaimplementowany algorytm sortowania szybkiego, ale eliminuje jego wady opisane w sprawozdaniu.
- **LineIntersectionThatOutputsPoint** - funkcja wyznaczająca przecięcie dwóch prostych, przy pomocy rozwiązania odpowiedniego układu równań. Zwraca punkt przecięcia.
- **createHalfLine** - funkcja tworząca półprostą, będącą przedłużeniem zadanego odcinka. Potrzebna do stworzenia miotły na podstawie odcinka pomiędzy dwoma punktami. W praktyce nie jest tworzona półprosta, a odcinek, którego krańce znacznie wykraczają poza obszar, na którym zadane są figury.
- **isPointOnLine** - funkcja sprawdzająca czy wskazany punkt jest punktem początkowym, lub końcowym danego odcinka. Fukcja używana w wyznaczaniu przecięcia dwóch odcinków
- **LineIntersection** - funkcja zwracająca informację, czy dwa odcinki się przecinają. Funkcja umożliwia rozważenie różnych przypadków przecinania się dwóch odcinków (na przykład takich uwzględniających punkty przecięcie odcinków w ich punktach początkowych / końcowych, lub interpretację jednego z odcinków jako półprostej). Podejście do przecięć odcinków różni się w zależności od wykonywanego algorytmu.
- **comparatorT** - funkcja porównująca używana do umieszczania elementów na drzewie.
- **orientationCheck** - funkcja wykonująca pierwsze kroki algorytmu Jarvisa i przy tej pomocy wyznaczająca orientację w jakiej został zadany wielokąt.

- **intersectsInterior** - funkcja sprawdzająca czy dany odcinek przechodzi przez wnętrze wielokąta w otoczeniu zadanego punktu będącego wierzchołkiem tego wielokąta. Funkcja działa w oparciu o metodę opisaną w sprawozdaniu.
- **visible** - funkcja implementująca algorytm **czyWidoczny**
- **visibleVertices** - funkcja implementująca algorytm **widoczneWierzchołki**
- **visibilityGraph** - funkcja implementująca algorytm **grafWidoczności**
- **visibilityGraphNaive** - funkcja wyznaczająca graf widoczności naiwną metodą - wykorzystywana do porównania czasowego.

2 Użytkowanie aplikacji

2.1 Uruchamianie aplikacji

Najprostszą metodą na uruchomienie aplikacji jest wejście w link: `https://editor.p5js.org/Szyntos/sketches/2SYD7g12Z` i kliknięcie przycisku startu znajdującego się w lewym górnym rogu. Jest to strona na której znajduje się umieszczony na serwerze kod źródłowy aplikacji, dzięki czemu możliwe jest jej uruchomienie. Pod przyciskiem "start"znajduje się strzałka, która umożliwia rozwinięcie listy plików źródłowych aplikacji i ich dowolną edycję. Alternatywną metodą uruchomienia aplikacji - bez łączenia się za pośrednictwem internetu - jest stworzenie lokalnego serwera za pośrednictwem którego zostanie otwarty plik index.html. Gdy na potrzeby napisania kodu źródłowego aplikacji potrzebowaliśmy pokrzystać z lokalnego serwera, korzystaliśmy z aplikacji Visual Studio Code i wtyczki "Live Server". W obydwu przypadkach po uruchomieniu aplikacji może być konieczne pomniejszenie okna przeglądarki przy użyciu kombinacji "ctrl -", gdyż aplikacja nie posiada funkcji auto-skalowania.

2.2 Dodawanie wielokąta

Dodawanie wielokąta realizowane jest poprzez przycisk "Dodaj Figurę". Po kliknięciu tego przycisku można wskazać na ekranie punkty stanowiące tworzące wielokąt. Aby zakończyć dodawanie wielokąta należy ponownie kliknąć przycisk "Dodaj Figurę". Podczas dodawania wielokąta należy zwrócić uwagę na jego poprawność. Program nie wykrywa błędnie zadanych figur - do takich należą“wielokąty”, których krawędzi się przecinają, bądź figury gdzie dwukrotnie wskazano ten sam punkt jako jej wierzchołek. Nie jest też sprawdzane, czy jakiekolwiek dwie figury posiadają część wspólną - tego też należy unikać. Jakiekolwiek niepoprawne dane wejściowe mogą skutkować błędnym obliczaniem grafu widoczności. Jeżeli użytkownik chce od nowa zadać wielokąty należy użyć przycisku "Wyczyść Scenę".

2.3 Obliczanie grafu widoczności

Do wyświetlenia grafu widoczności służy przycisk "Oblicz Graf Widoczności". Dla zadanego zestawu danych można wyświetlić graf widoczności klikając w ten przycisk (czasami konieczne jest podwójne kliknięcie). Program wyświetli informację o liczbie znalezionych krawędzi, a następnie pokaże wynik działania algorytmu. Aby zakończyć wyświetlanie grafu widoczności należy ponownie kliknąć przycisk "Oblicz Graf Widoczności". Tak obliczony graf można zapisać do pliku tekstowego przy pomocy przycisku "Zapisz Graf". Wyjściowy plik tekstowy zawiera dwie listy, które w połączeniu reprezentują graf widoczności. Pierwsza lista to lista punktów będących wierzchołkami zadanych wielokątów. Druga lista reprezentuje wynikowy graf widoczności poprzez wskazanie połączeń między punktami z listy pierwszej - wskazania na elementy z pierwszej listy wyznaczone są poprzez indeksy punktów w tej liście.

Możliwe jest również obliczenie grafu z jednoczesnym porównaniem czasu wykonania algorytmu, względem algorytmu naiwnego. Służy do tego przycisk "Porównanie Czasu". Po obliczeniu grafów widoczności dwoma metodami zostanie wyświetlona informacja o długości działania programu, a także zostanie pokazany wynikowy graf widoczności. Aby wyłączyć widok tego grafu należy ponownie kliknąć przycisk "Porównanie Czasu". Dla danych wejściowych z dużą liczbą wierzchołków obliczanie grafu widoczności może trwać pewien czas - wtedy nie należy używać aplikacji aż nie zostanie wyświetlony graf.

2.4 Wyniki algorytmu widoczneWierzchołki

Program umożliwia zobaczenie wyniku działania algorytmu **widoczneWierzchołki** dla dowolnego wierzchołka należącego do danych wejściowych. Jest to domyślna rzecz, którą wyświetla program. Punkt dla którego wyświetlany jest rezultat algorytm zaznaczony jest na zielono. Aby wybrać punkt, dla którego chce się zobaczyć rezultat algorytmu należy użyć przycisku "Następny Punkt". Można również przeprowadzić algorytm dla dowolnego punktu wskazywanego przez myszkę (dla punktów wewnątrz wielokątów mogą występować błędy). W tym celu należy użyć przycisku "Punkt z Myszki", a jeżeli użytkownik chce powrócić do poprzedniego stanu powinien ponownie użyć tego przycisku.

2.5 Animacje

Użytkownik może prześledzić krok po kroku animację głównej pętli algorytmu, która z każdym krokiem dodaje do grafu kolejne krawędzie znalezione poprzez użycie algorytmu **widoczneWierzchołki**. Aby to zrobić należy użyć przycisku "Animacja Grafu", a następnie "Następny Krok", żeby wyświetlać kolejne kroki animacji. Do wyjścia z animacji konieczne jest ponowne naciśnięcie przycisku "Animacja Grafu"

Istotną funkcjonalnością programu jest możliwość wyświetlenia animacji poszczególnych kroków algorytmu zamiatania. Aby to zrobić należy przy pomocy przycisku "Następny punkt"wskazać wierzchołek dla którego będzie wyświetlana animacja. Następnie kliknąć przycisk "Animacja widoczneW."Po animacji można się dowolnie poruszać przy pomocy przycisków "Następny Krok"i "Poprzedni Krok". Animację można zresetować do pierwszego kroku przy pomocy przycisku "Reset Animacji". W trakcie działania animacji możliwa jest zmiana punktu dla którego jest ona wykonywana - do tego należy użyć przycisku "Następny Punkt". Aby wyłączyć animację należy ją zresetować i ponownie kliknąć przycisk "Animacja widoczneW.".

2.6 Zapisywanie i wczytywanie danych

Stworzone przy pomocy narzędzia dane można zapisać do pliku txt (przy pomocy przycisku "Zapisz do txt"). Format z jakim zostaną zapisane, to kolejne współrzędne punktów tworzące dany wielokąt oddzielone od siebie przecinkami. Na końcu takiej listy punktów należących do jednego wielokąta znajduje się średnik. Używając tego samego formatu możliwe jest wczytywanie danych, które zostały ręcznie zapisane do pliku txt, bądź powstały przez zapisanie poprzednio narysowanych wielokątów. Służy do tego przycisk "Wybierz plik"(napis ten może ulec zmianie w zależności od języka systemu operacyjnego), znajdujący się po prawej stronie przycisku "Zapisz do txt". Nie jest możliwe dwukrotne wczytanie tego samego pliku pod rząd. Program umożliwia również zapisywanie i wczytywanie plików do formatu .json. Pliki uzyskane tą metodą są jednak mniej czytelne od tych zapisanych do formatu .txt.

Pewnym ograniczeniem programu jest obszar roboczy, na którym prowadzona jest wizualizacja. Stanowi on kwadrat o wymiarach 1000×1000. Powoduje to, że wprowadzane przy pomocy myszki punkty mają współrzędne z przedziału $[30, 1030]^2$. Nie wpływa to jednak na działanie algorytmu, który jest prawidłowy dla punktów z $[-10000, 10000]^2$. to ograniczenie wynika z implementacji funkcji **createHalfLine**, która tworzy półprostą, jako odcinek zawarty w tym przedziale. Możliwe jest zatem wprowadzanie wielokątów o współrzędnych większych niż rozmiar sceny i obliczanie odpowiadającego im grafu widoczności, ale tylko za pomocą plików tekstowych (należy wczytać graf z pliku, oraz obliczony graf zapisać do pliku). Dla takich zestawów danych wizualizacja nie będzie prawidłowo funkcjonowała.