Fachbereich Informatik
Dr. Marco Hülsmann
Sigrid Weil

Uebung 13

Aufgabe 13.1
Bestimmen Sie die (euklidischen) Skalarprodukte $\langle \cdot, \cdot \rangle$ und Längen $|| \, . \, ||$ von x, y:

a) $x = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix}$

b) $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$

Sind x und y jeweils orthogonal?

Aufgabe 13.2
Es sei $V = \mathbb{R}^4$ und ein Unterraum $U \subseteq V$ gegeben durch

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 - 2x_3 + x_4 = 0 \right\}$$

a) Begründen Sie, warum U eine Hyperebene des $\mathbb{R}^4$ ist.

b) Welche Dimension hat der Orthgonalraum $U^\perp$? Bestimmen Sie eine Basis von $U^\perp$.

Diese Aufgabe werden wir aus Zeitgründen nicht mehr besprechen können und ist daher zum privaten Üben vorgesehen:

Aufgabe 13.3
Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$ so, daß die Vektoren orthogonal sind:

a) $x = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}$

b) $x = \begin{pmatrix} a \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -a \\ 4 \\ a \end{pmatrix}$