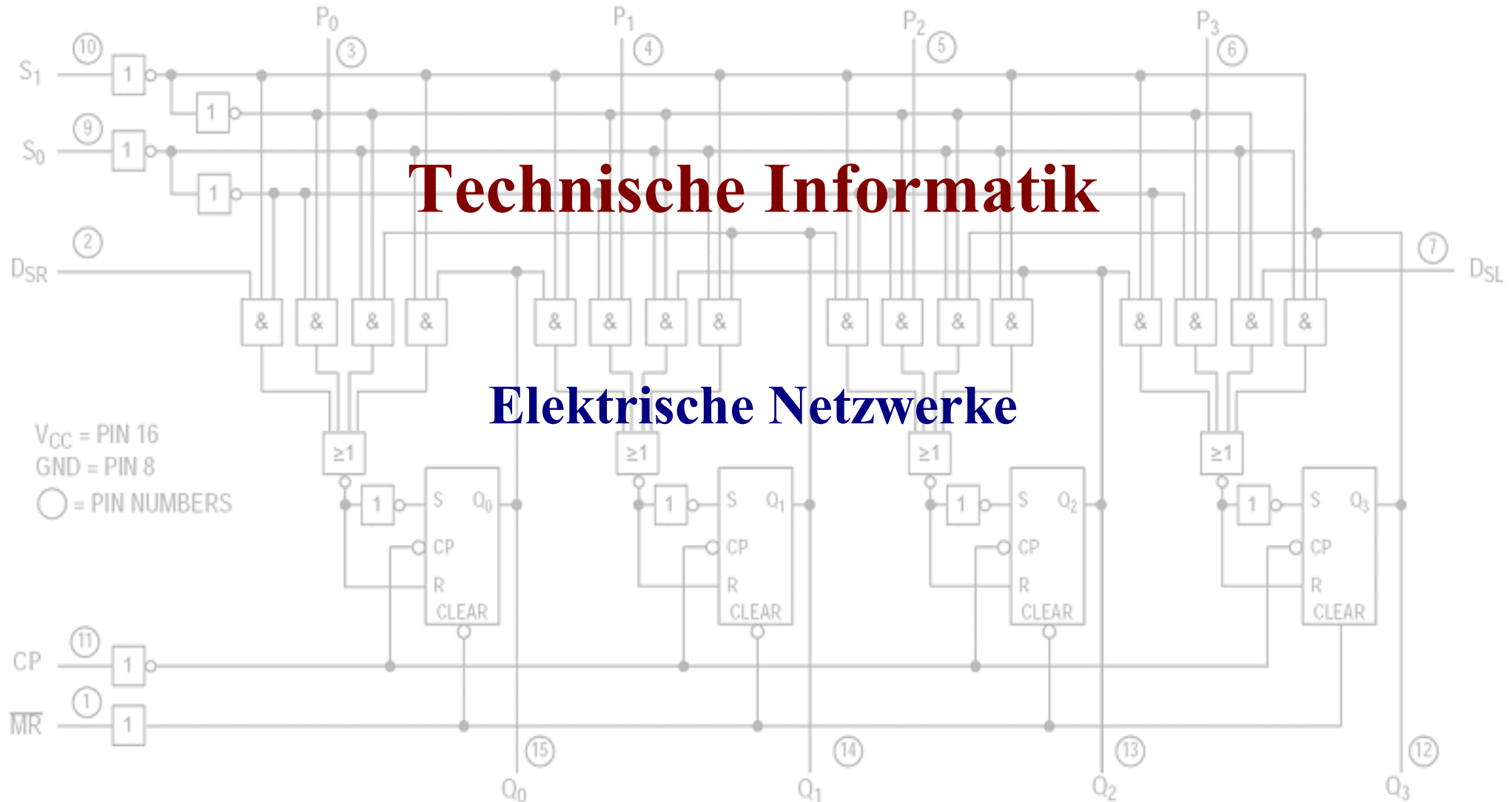


Technische Informatik

Elektrische Netzwerke



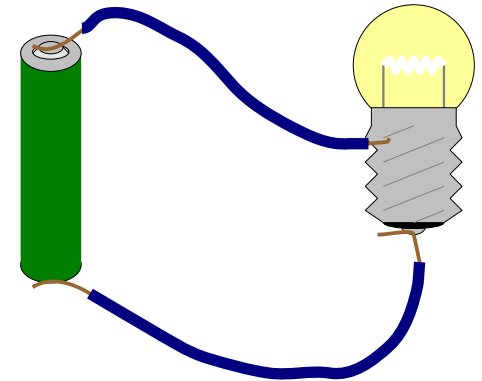
Gleichstromkreis

- Beobachtung:

Verbindet man die Pole einer Batterie (= **Spannungsquelle**) mittels zweier Drähte (= **metallischer Leiter**) mit den Kontakten einer Lampe (= **Verbraucher**), so „fließt Strom“ und die Lampe leuchtet. Sobald aber an irgendeiner Stelle der Kontakt unterbrochen wird, erlischt die Lampe.

- Strom = Transport elektrischer Ladung

- Ladungsträger
- Energieumwandlung



Elektrische Ladung

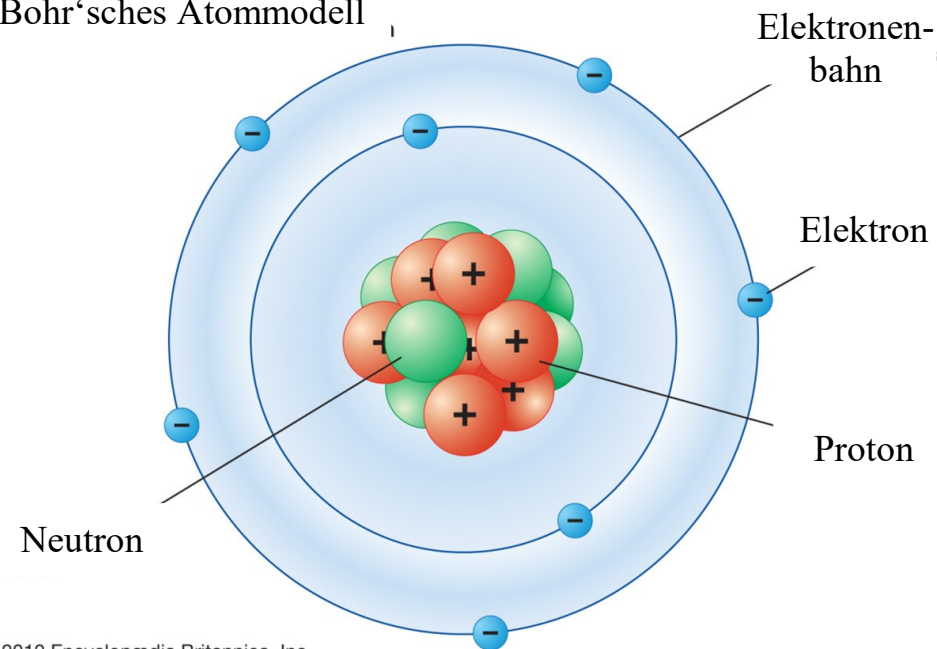
- Ladungsträger:

- Grundbestandteil der Materie (Elementarteilchen)
- Elektronen (negativ geladen)
- Protonen, im Atomkern enthalten (positiv geladen)
- Elementarladung: $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Coulomb), $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$

- Eigenschaften:

- Kräfte zwischen Ladungen:
 - Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab
 - Ungleichnamige Ladungen ziehen sich an
- Protonen sind am Festkörper gebunden
 - Ladungstransport durch Elektronen (Ausnahme: elektrochemische Vorgänge)
- Elektronenüberschuss: Gesamtladung $Q < 0$
- Elektronenmangel: Gesamtladung $Q > 0$

Bohr'sches Atommodell



© 2012 Encyclopædia Britannica, Inc.

Elektrischer Strom

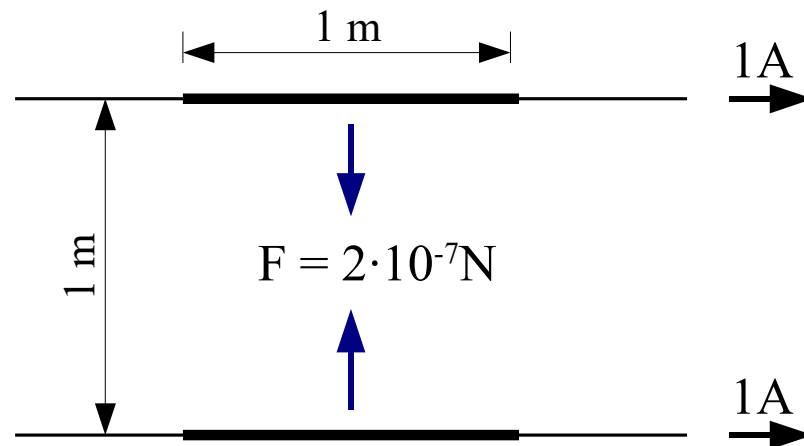
- Definition

- Stromstärke = Ladungsmenge, die pro Zeit einen Leitungsquerschnitt passiert

$$\text{Stromstärke} = \frac{\text{Ladung}}{\text{Zeit}} \quad I = \frac{dQ}{dt} \quad [I] = A \quad (\text{Ampere})$$

- Basiseinheit Ampere

- Das Ampere ist die Stärke eines elektrischen Stroms durch zwei parallele Leiter, die einen Abstand von 1 m haben und zwischen denen die durch den Strom hervorgerufene Anziehungskraft je 1 m Leitungslänge $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ beträgt.



Elektrische Spannung

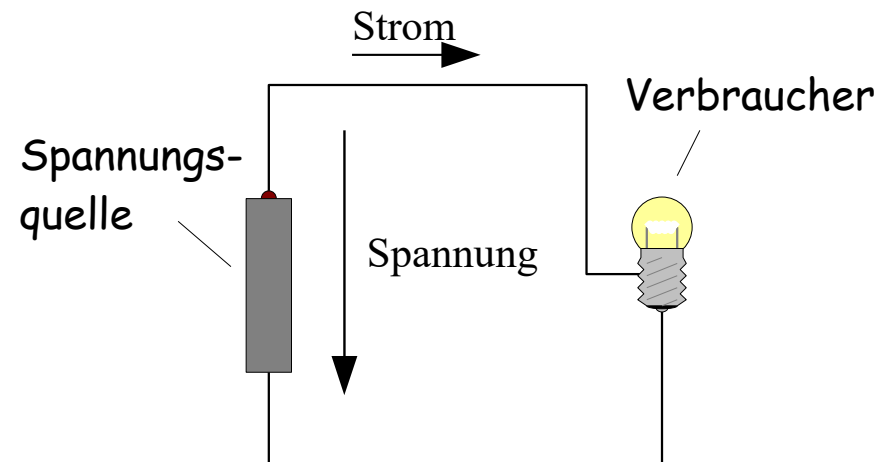
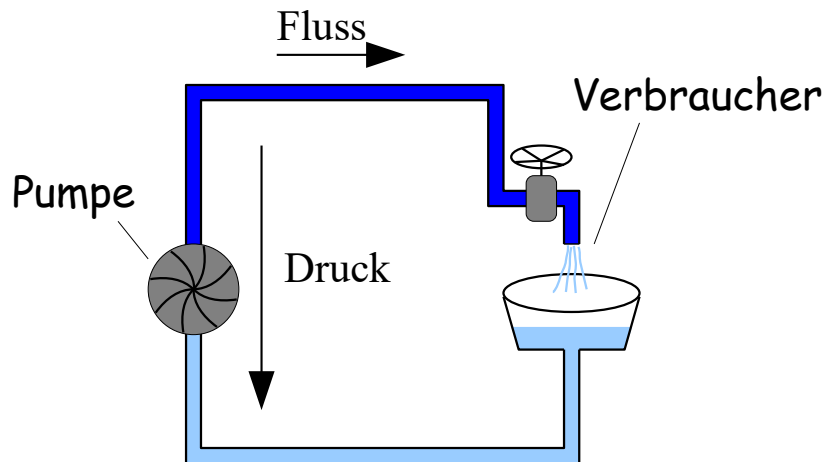
- Definition

- Die Ladungskräfte bewirken, dass beim Ladungstransport Energie umgesetzt wird
- Die Spannung U zwischen zwei Punkten ist die Energie dW , die beim Transport einer Ladung dQ von einem Punkt zum anderen Punkt umgesetzt wird:

$$\text{Spannung} = \frac{\text{Elektrische Energie}}{\text{Ladung}}$$

$$U = \frac{dW}{dQ}$$

$$[U] = \frac{\text{Nm}}{\text{As}} = \text{V (Volt)}$$



Elektrische Leistung

- Definition

- Fließt ein Strom $I = dQ/dt$ zwischen zwei Punkten mit der Spannung $U = dW/dQ$, so ist das Produkt aus Spannung und Strom:

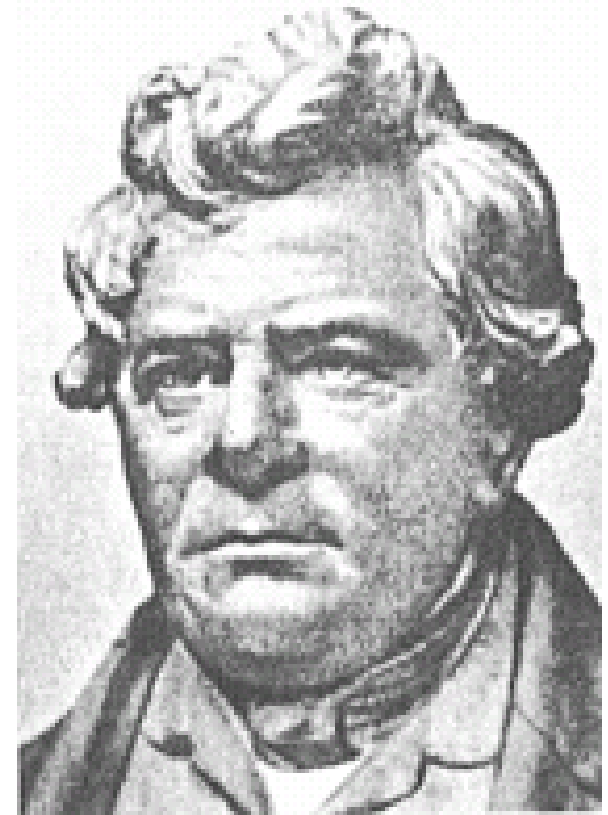
$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{und} \quad U = \frac{dW}{dQ} \quad \Rightarrow \quad U \cdot I = \frac{dW}{dQ} \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{dW}{dt} = P$$

gleich der elektrischen Leistung P :

$$P = U \cdot I \quad [P] = V \cdot A = W$$

Ohm'sches Gesetz

- Georg Simon Ohm
 - Direktor des Polytechnikums Nürnberg
 - Professor in München
 - Arbeiten
 - Elektrizität: "Ohmsches Gesetz"
 - Akustik ("der Ton als sinusförmige Schwingung")
 - Interferenz des Lichts in Kristallplatten



Georg Simon Ohm
1789-1854
deutscher Physiker

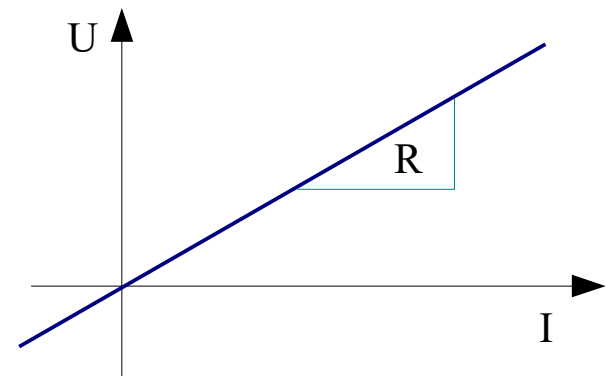
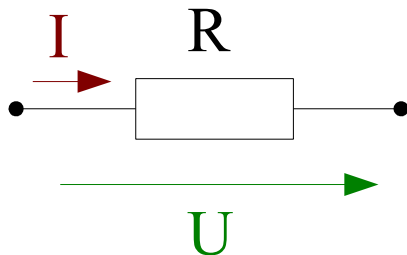
Ohm'sches Gesetz

- Elektrischer Widerstand
 - Beschreibt Abhängigkeit zwischen Strom und Spannung bei einem gegebenen Leiter
 - Falls Strom und Spannung proportional sind, gilt das

- Ohm'sche Gesetz

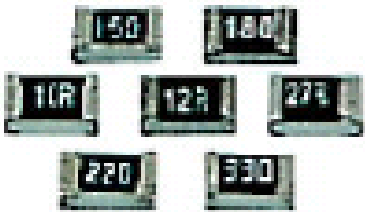
$$\text{Widerstand} = \frac{\text{Spannung}}{\text{Stromstärke}} \quad R = \frac{U}{I} \quad [R] = \frac{V}{A} = \Omega \text{ (Ohm)}$$

- Schaltsymbol

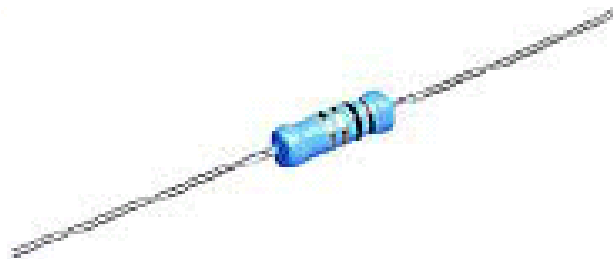


Ohm'scher Widerstand

- Mit dem Begriff „Widerstand“ sind gemeint:
 - Allgemein eine elektrische Eigenschaft eines Bauteils
 - Bestimmte elektrische Bauteile
- Einige Bauformen elektrischer Widerstände:



SMD
(Surface Mounted Device)

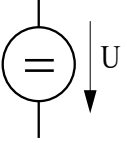
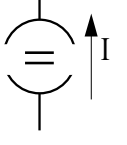
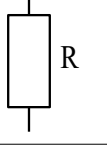
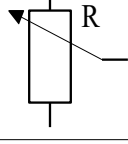
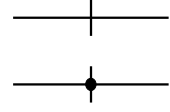
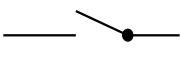
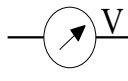
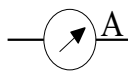


Standard-Bauform
Widerstandwert wird durch
Farbringe codiert



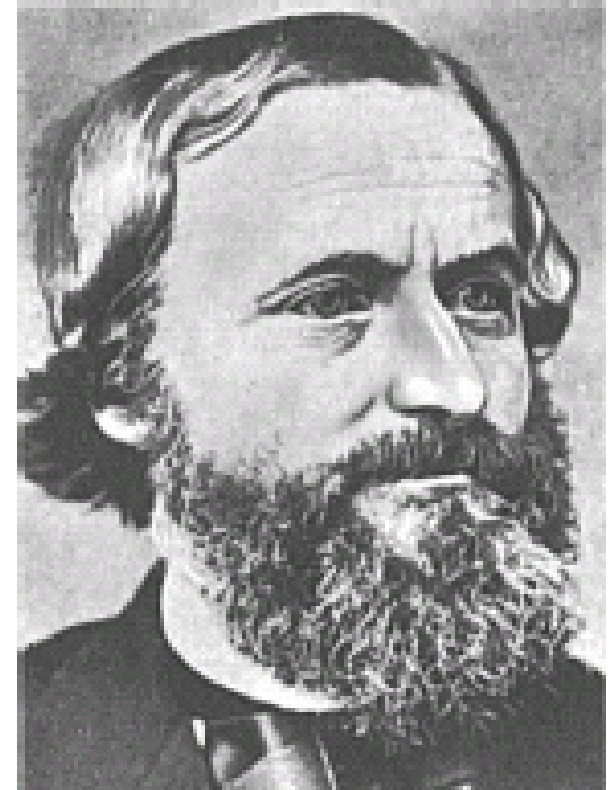
Leistungs-Widerstand
Verlustleistung wird durch
Kühlkörper abgeführt

Komponenten elektrischer Schaltkreise

Komponente	Schaltsymbol	Wert	Bemerkung
Spannungsquelle		Spannung U	Unabhängig von I
Stromquelle		Stromstärke I	Unabhängig von U
Verbraucher		Ohm'scher Widerstand R	Es gilt das Ohm'sches Gesetz
		Potentiometer	Veränderlicher Widerstand, Spannungsteiler
Leiter			Kreuzen sich zwei Leiter, wird ggf. eine elektrische Verbindung durch einen Punkt dargestellt.
Schalter			Öffnet oder schließt einen Leiter
Voltmeter		gemessene Spannung U	Stromlose Messung
Amperemeter		gemessene Stromstärke I	Spannungslose Messung

Kirchhoff'sche Regeln

- Gustav Robert Kirchhoff
 - Professor in Breslau, Heidelberg und Berlin
 - Arbeiten:
 - Elektrizität: "Kirchhoffsche Regeln"
 - Spektralanalyse (zusammen mit R.W. Bunsen):
Entdeckung der Elemente Caesium und Rubidium
 - Strahlungstheorie: "Kirchhoffsches Gesetz" zur
Wärmestrahlung



Gustav Robert Kirchhoff
1824 - 1887
deutscher Physiker

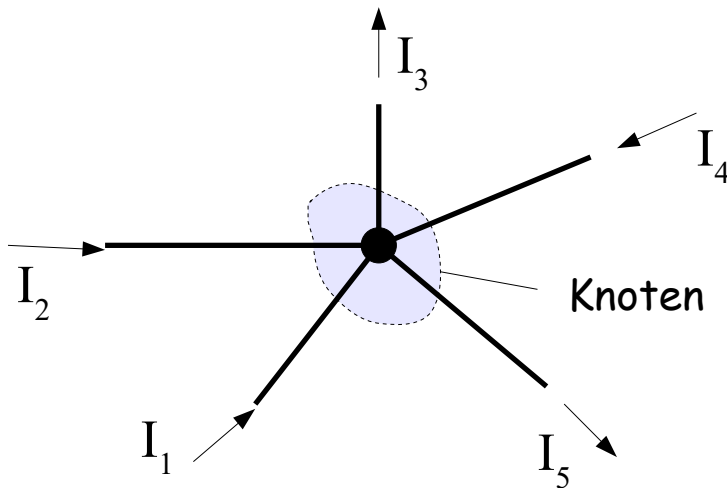
1. Kirchhoff'sche Regel (Knotenregel)

- Knotenregel:

- "Die Summe aller Ströme an einem Knoten (zufließende Ströme sind positiv, abfließende Ströme sind negativ zu zählen) ist gleich null."

$$\sum_i I_i = 0$$

- Beispiel:



$$\sum_i I_i = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

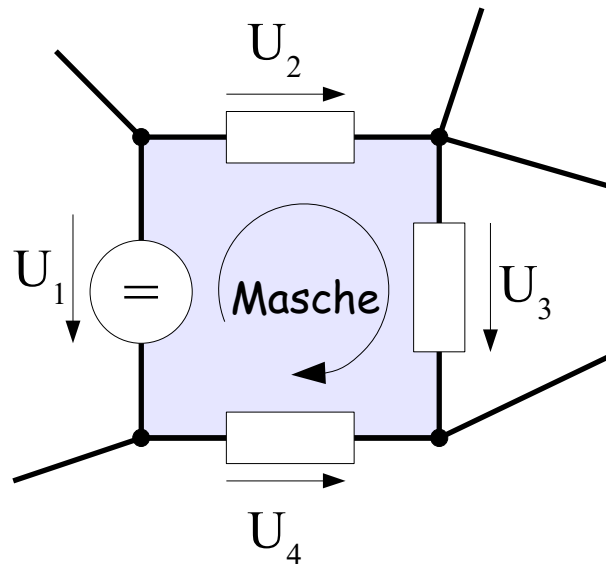
2. Kirchhoff'sche Regel (Maschenregel)

- Maschenregel:

- "Die Summe aller Spannungen eines Maschenumlaufs (gleichsinnige Spannungen sind positiv, ungleichsinnige Spannungen sind negativ zu zählen) ist gleich null."

$$\sum_i U_i = 0$$

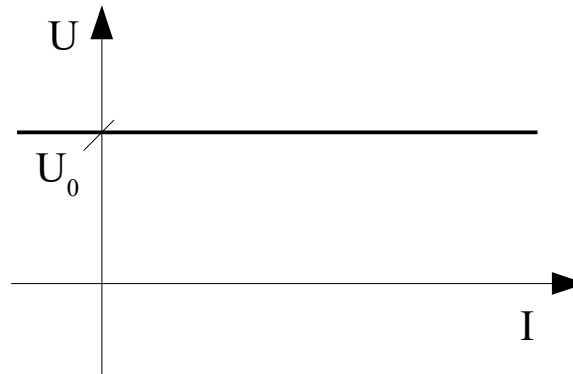
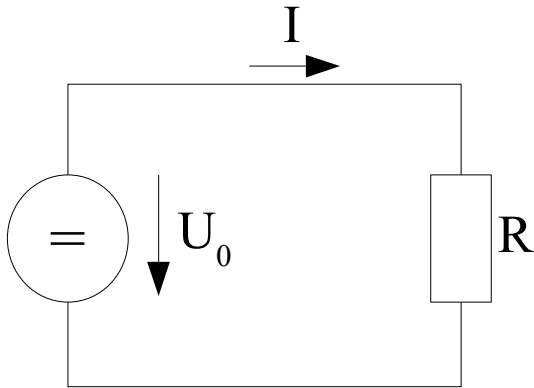
- Beispiel:



$$\sum_i U_i = 0 \quad \Rightarrow \quad -U_1 + U_2 + U_3 - U_4 = 0$$

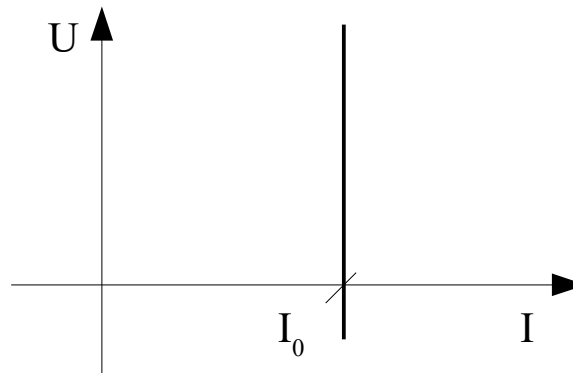
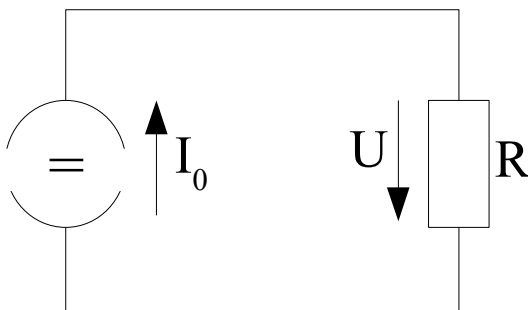
Ideale Spannungs- und Stromquelle

- Eine ideale Spannungsquelle erzeugt eine vom Strom unabhängige, konstante Spannung



Ideale Spannungsquellen dürfen nicht parallel geschaltet oder kurzgeschlossen werden. Reihenschaltungen mehrerer Quellen oder Leerlauf sind möglich.

- Eine ideale Stromquelle erzeugt einen von der Spannung unabhängigen, konstanten Strom

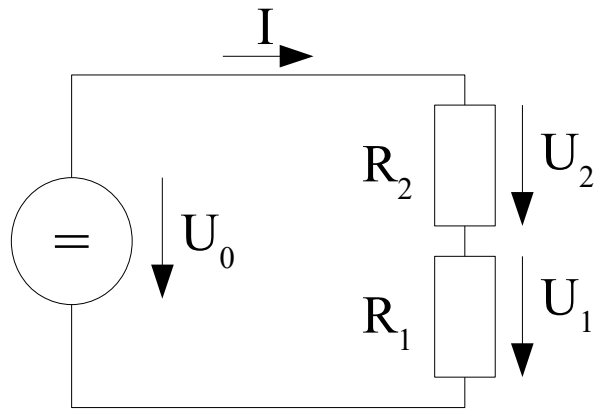


Ideale Stromquellen dürfen nicht in Reihe geschaltet oder im Leerlauf betrieben werden. Parallelschaltungen mehrerer Quellen oder Kurzschluss sind möglich.

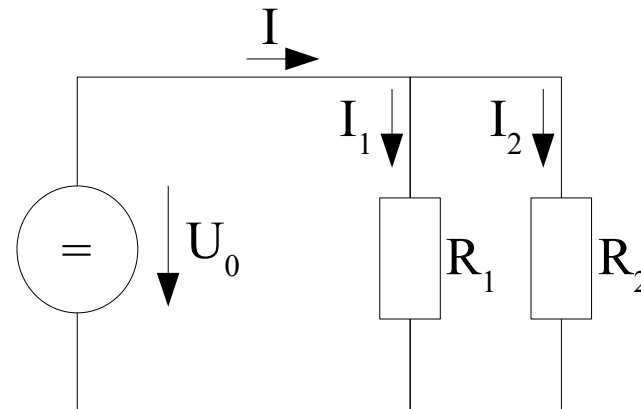
Reihen- / Parallelschaltung

- Zusammenschaltung mehrerer Widerstände

Reihenschaltung



Parallelschaltung



- Gesamtwiderstand:

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + \dots$$

Spannungsteilerregel:

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{R_1}{R_{ges}}$$

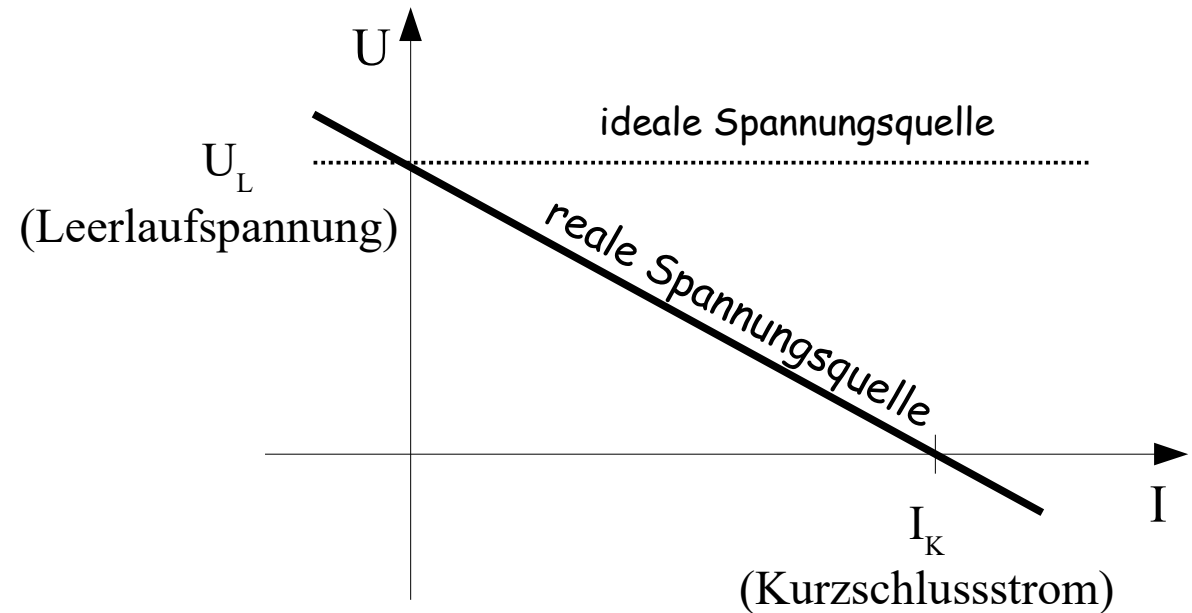
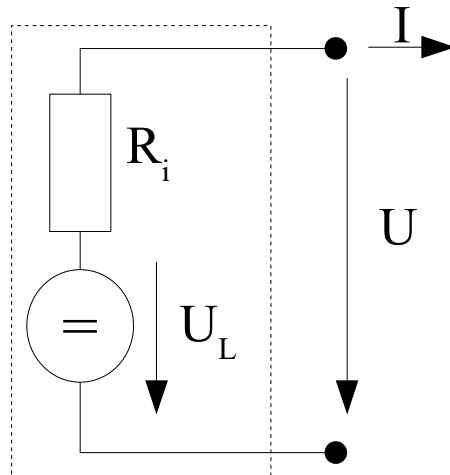
$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Stromteilerregel:

$$\frac{I_1}{I} = \frac{R_{ges}}{R_1}$$

Reale Spannungsquelle

- Reale Spannungsquelle
 - Reihenschaltung aus Spannungsquelle und Widerstand
 - Leerlaufspannung U_L
 - Innenwiderstand R_i

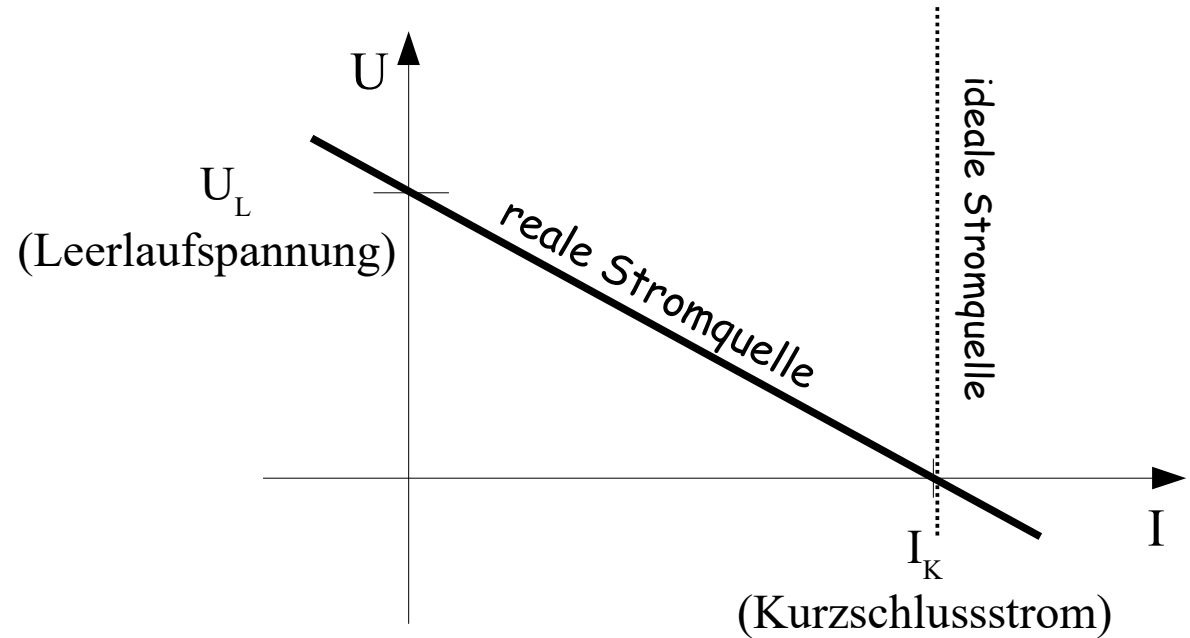
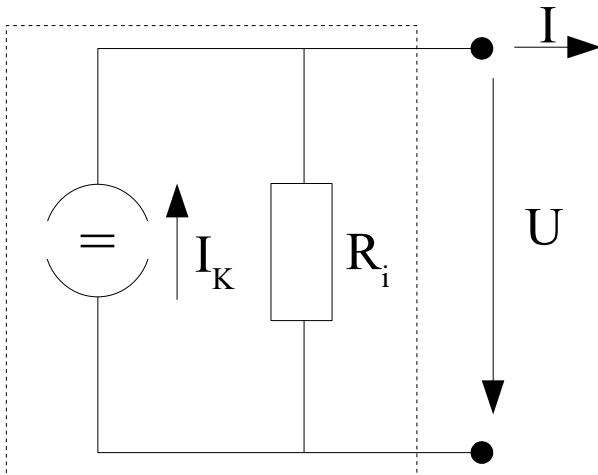


$$U(I) = U_L - R_i \cdot I$$

$$R_i = \frac{U_L}{I_K}$$

Reale Stromquelle

- Reale Stromquelle
 - Parallelschaltung aus Stromquelle und Widerstand
 - Kurzschlussstrom I_K
 - Innenwiderstand R_i

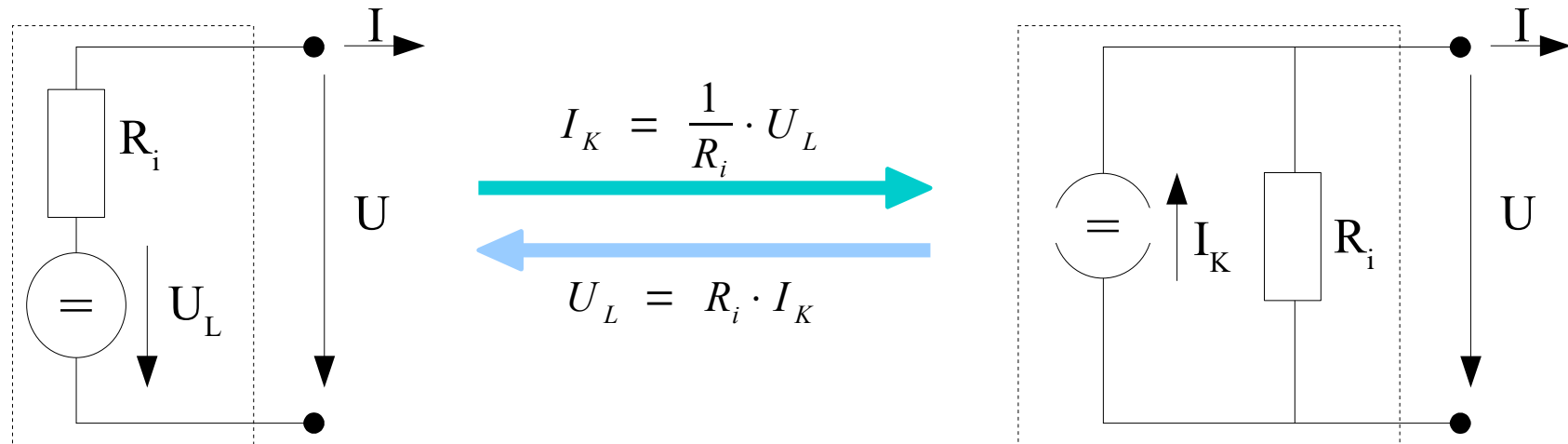


$$I(U) = I_K - \frac{1}{R_i} \cdot U$$

$$R_i = \frac{U_L}{I_K}$$

Ersatzspannungsquelle / Ersatzstromquelle

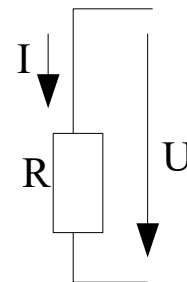
- Ersatzstrom- und -spannungsquelle verhalten sich gleich
 - Zur Analyse von Netzwerken können diese ineinander überführt werden
 - Einzelne Zweige lassen sich dadurch so darstellen, dass eine weitere Vereinfachung leicht möglich ist



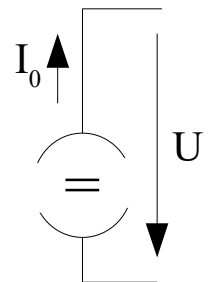
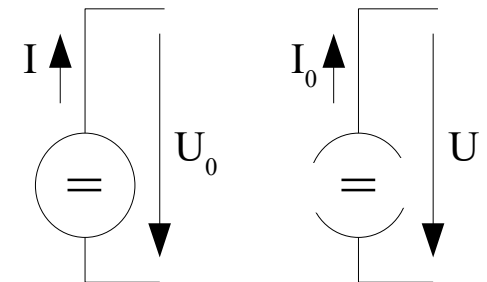
Analyse elektrischer Netzwerke

- Ziel: Berechnung von Strömen und Spannungen in einem gegebenen Netzwerk
- Zunächst: Zählpfeile für Strom und Spannung festlegen
 - Richtungen beliebig wählbar
 - Aber: Am Verbraucher (Widerstand) müssen Strom und Spannung gleichsinnig sein
- Anwendung der Kirchhoff'schen Regeln und des Ohm'schen Gesetzes liefert notwendiges Gleichungssystem
- Systematische Vorgehen durch:
 - Maschenstromverfahren
 - Knotenpotentialverfahren
 - Vereinfachtes Ersatzschaltbild
 - Überlagerungssatz

Verbraucher-
zählpfeilsystem

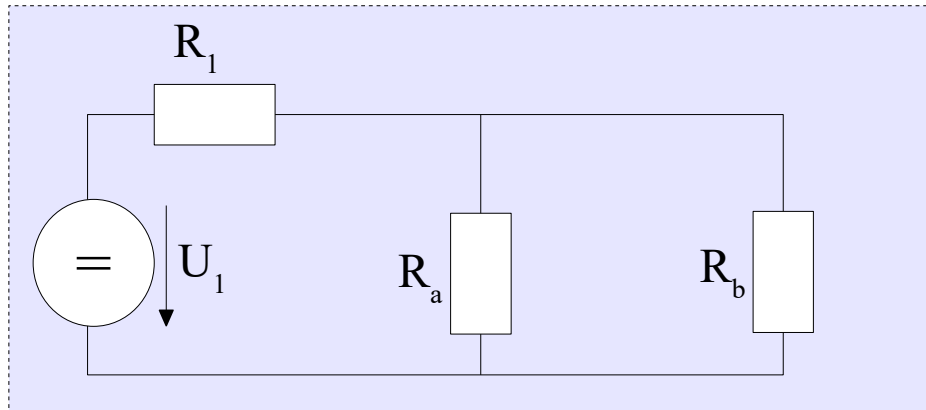


Erzeuger-
zählpfeilsystem



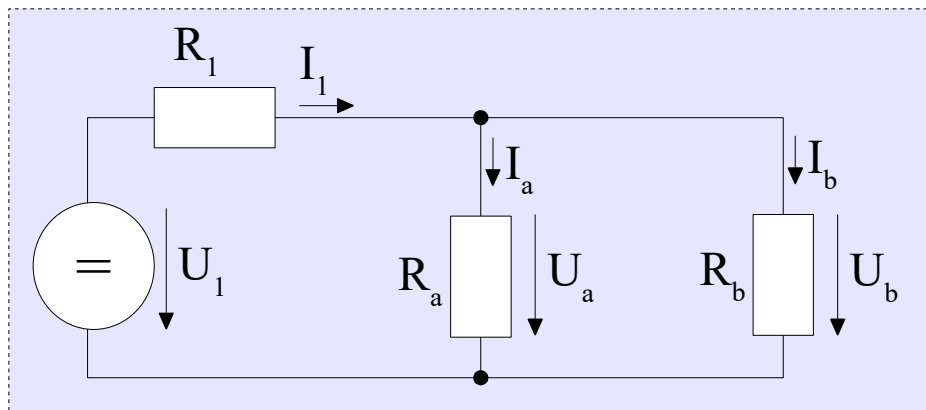
Vollständige Lösung / Gleichungssystem

- Beispiel:
 - Gegebenes Netzwerk



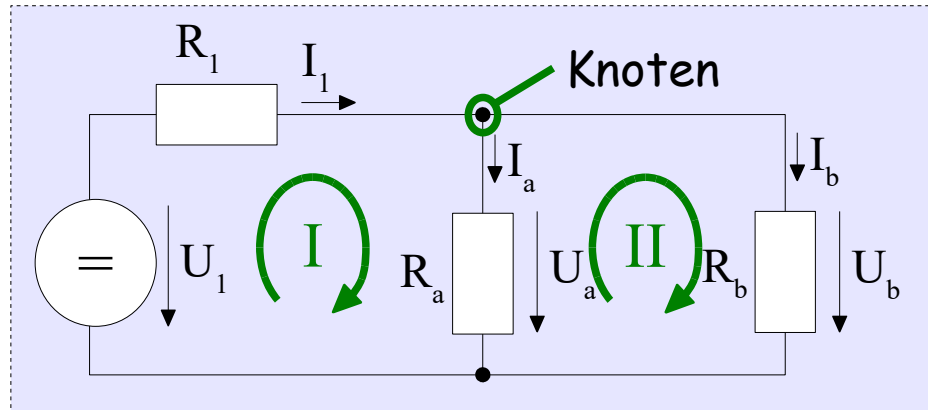
$$\begin{aligned} R_1 &= 500 \, \Omega \\ R_a &= 1,5 \, k \, \Omega \\ R_b &= 750 \, \Omega \\ U_1 &= 10 \, V \end{aligned}$$

- 1. Zählfeile für Ströme und Spannungen eintragen



Vollständige Lösung / Gleichungssystem

- Beispiel:
 - 2. Knoten und Maschen identifizieren



- 3. Gleichungen aufstellen

$$\text{Masche I:} \quad -U_1 + R_1 \cdot I_1 + R_a \cdot I_a = 0$$

$$\text{Masche II:} \quad -R_a \cdot I_a + R_b \cdot I_b = 0$$

$$\text{Knoten:} \quad I_1 - I_a - I_b = 0$$

Vollständige Lösung / Gleichungssystem

- Beispiel:
 - 4. Gleichungssystem lösen

$$\text{Masche I: } (R_1 + R_a) \cdot I_a + R_1 \cdot I_b = U_1 \quad \longrightarrow \quad I_a = \frac{R_b}{R_1 \cdot (R_a + R_b) + R_a \cdot R_b} \cdot U_1 = 3,33 \text{ mA}$$

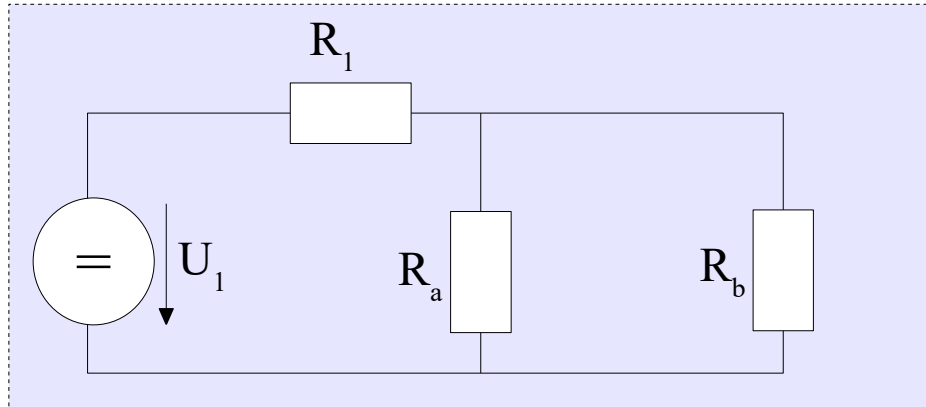
$$\text{Masche II: } -R_a \cdot I_a + R_b \cdot I_b = 0 \quad \longrightarrow \quad I_b = \frac{R_a}{R_1 \cdot (R_a + R_b) + R_a \cdot R_b} \cdot U_1 = 6,67 \text{ mA}$$

$$\text{Knoten: } I_1 = I_a + I_b \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} I_1 &= I_a + I_b = 10 \text{ mA} \\ U_a &= R_a \cdot I_a = 5 \text{ V} \\ U_b &= R_b \cdot I_b = 5 \text{ V} \end{aligned}$$

Vollständige Lösung / Ersatzschaltungen

- Beispiel:

- Gegebenes Netzwerk



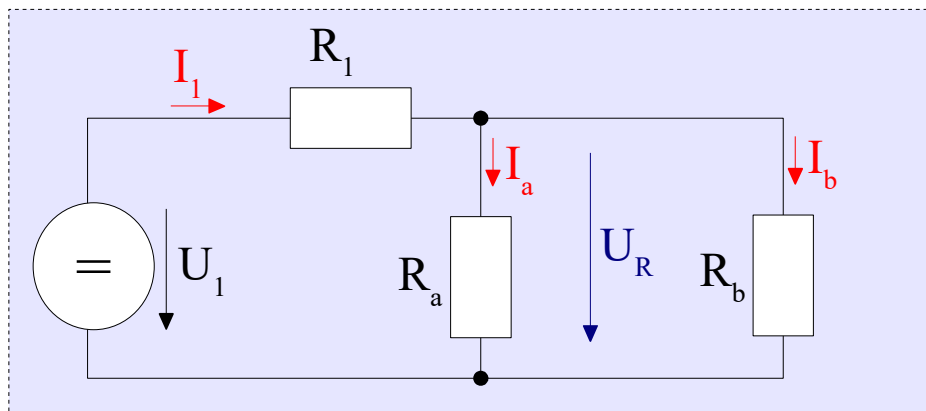
$$R_1 = 500 \, \Omega$$

$$R_a = 1,5 \, k\Omega$$

$$R_b = 750 \, \Omega$$

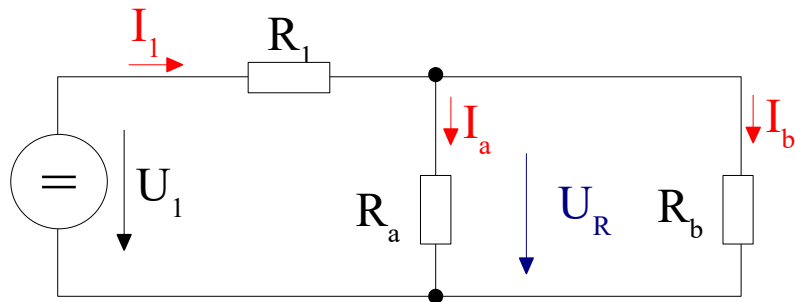
$$U_1 = 10 \, V$$

- Zählpfeile für Ströme und Spannungen eintragen



- Schrittweise durch Ersatzschaltungen vereinfachen (nächste Folie)

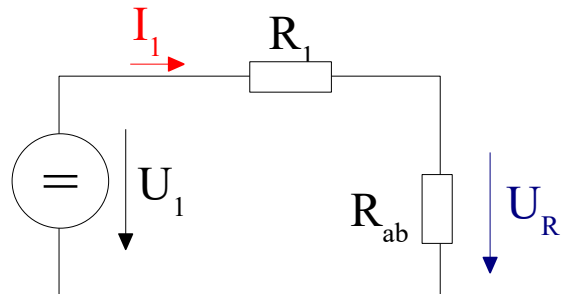
Vollständige Lösung / Ersatzschaltungen



$$\begin{aligned} R_1 &= 500 \, \Omega \\ R_a &= 1,5 \, k\Omega \\ R_b &= 750 \, \Omega \\ U_1 &= 10 \, V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{U_R}{R_a} = 3,33 \, mA \\ I_b &= \frac{U_R}{R_b} = 6,67 \, mA \end{aligned}$$

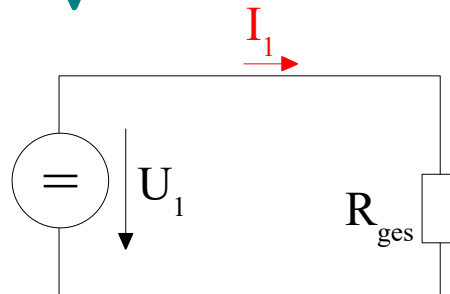
↓ Parallelschaltung zusammenfassen



$$R_{ab} = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b} = 0,5 \, k\Omega$$

$$U_R = R_{ab} \cdot I_1 = 5 \, V$$

↓ Reihenschaltung zusammenfassen



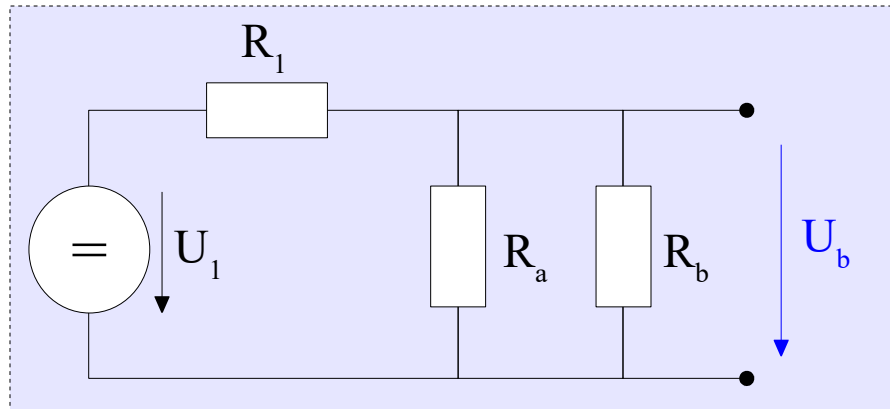
$$R_{ges} = R_1 + R_{ab} = 1 \, k\Omega$$



$$I_1 = \frac{U_1}{R_{ges}} = 10 \, mA$$

Ersatzspannungsquelle / Ersatzstromquelle

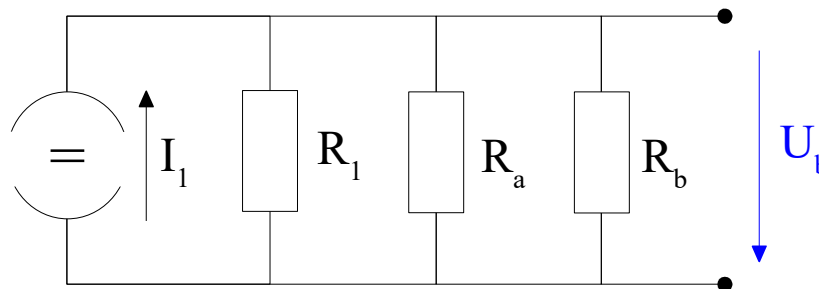
- Beispiel:
 - Gegebenes Netzwerk, gesucht ist die Spannung U_b



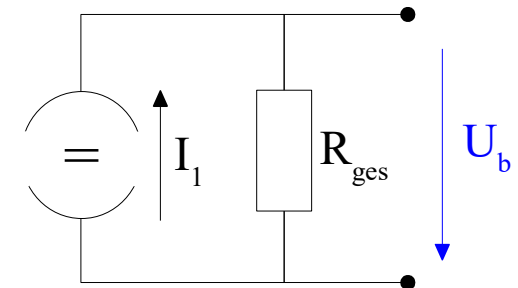
$$\begin{aligned} R_1 &= 500 \, \Omega \\ R_a &= 1,5 \, k\Omega \\ R_b &= 750 \, \Omega \\ U_1 &= 10 \, V \end{aligned}$$



Ersatzspannungsquelle in Stromquelle umwandeln



$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{10 \, V}{0,5 \, k\Omega} = 20 \, mA$$



$$R_{ges} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) = 0,25 \, k\Omega$$

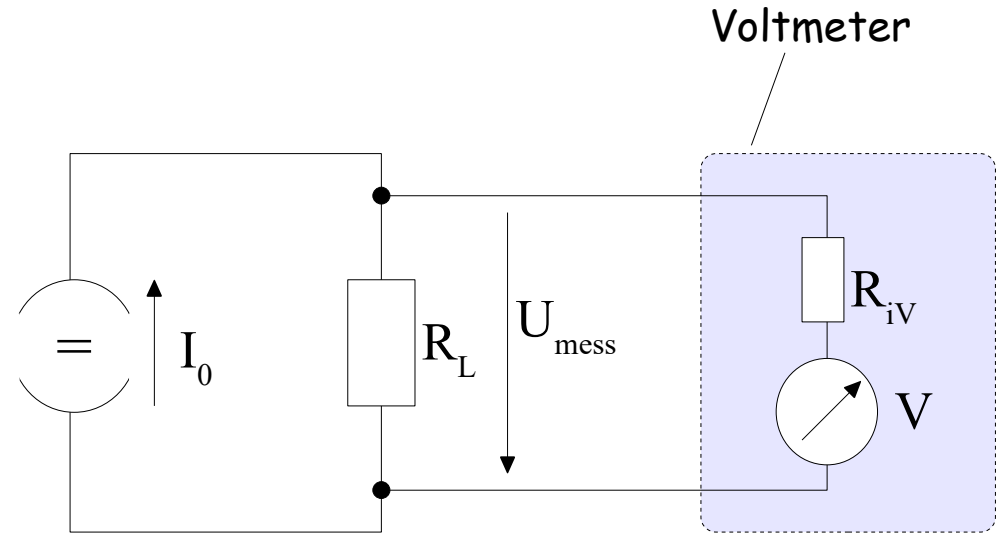
$$U_b = R_{ges} \cdot I_1 = 5 \, V$$

Spannungs- und Strommessung

- Spannungsmessung: Voltmeter

- Parallelschaltung
- Möglichst großer Innenwiderstand

$$R_{iV} \rightarrow \infty$$



- Strommessung: Amperemeter

- Reihenschaltung
 - Unterbrechung des Stromkreises erforderlich
- Möglichst kleiner Innenwiderstand

$$R_{iA} \rightarrow 0$$

