



Mathematische Grundlagen und Lineare Algebra **Bonusaufgabe 4, WS 2025/26**

Es seien $e_i, i = 1, \dots, 4$, die vier Einheitsvektoren des \mathbb{R}^4 . Betrachten Sie die beiden Unterräume

$$U := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \mid \sum_{i=1}^4 x_i = 0 \right\}$$

und

$$V := \text{Span} \left\{ e_1 - e_2, e_3 - e_4, \sum_{i=1}^4 e_i \right\}$$

Zeigen Sie, daß

$$\{e_1 - e_2, e_2 - e_3, e_3 - e_4\}$$

eine Basis von U bildet, und finden Sie (mit Begründung!) eine Basis von $U \cap V$.