

Eine kleine Sammlung von Aufgaben zur Vollständigen Induktion

**Aufgabe 2.1**

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$$

**Aufgabe 2.2**

Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt:

$$4n^3 - n \quad \text{ist durch 3 teilbar.}$$

**Aufgabe 2.3**

Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}_{\geq 3}$  gilt:

$$n^2 - 2n - 1 > 0$$

**Aufgabe 2.4**

Es sei  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  rekursiv definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{falls } x = 1 \\ f(x-1) + 2x & \text{sonst} \end{cases}$$

Beweisen Sie:

Für alle  $x \in \mathbb{N}$  ist  $f(x) = x(x+1)$

**Aufgabe 2.5**

Beweisen Sie, dass für jede natürliche Zahl  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

Wenn  $T \subseteq \mathbb{N}$  eine Teilmenge ist mit  $|T| = n$ , so hat  $T$  ein kleinstes Element.

**Aufgabe 2.6**

Beweisen Sie, dass für jede natürliche Zahl  $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$  gilt:

$$\prod_{i=2}^n \left(1 - \frac{i-1}{i}\right) = \frac{1}{n!}$$