Fachbereich Informatik
Sigrid Weil

Uebung 7

MaGLA
WiSe 25/26

Aufgabe 7.1
Es seien die folgenden Vektoren des $\mathbb{R}^2$ gegeben:

$\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

a) Bilden Sie die Linearkombination $\vec{w} = 4 \cdot \vec{u} + 3 \cdot \vec{v}$

b) Finden Sie eine Linearkombination (dh suchen Sie $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$), sodass $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 7.2
Prüfen Sie, ob die folgenden Mengen Unterräume des $\mathbb{R}^2$ bzw $\mathbb{R}^3$ sind.

a) $U_1 = \{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid 3x - 4y = 0\}$

b) $U_2 = \{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x + y + z = 1\}$

c) $U_3 = \{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x - y^2 = 0\}$

d) $U_4 = \{\begin{pmatrix} x \\ y \\ x - y \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R}\}$

Aufgabe 7.3
Nach Definition eines Vektorraums gilt das Distributivgesetz: $\forall \alpha, \beta \in K, \forall \vec{u}, \vec{v} \in V :$
$\alpha \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = \alpha \cdot \vec{u} + \alpha \cdot \vec{v}$

Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass auch die Verallgemeinerung davon gilt:
$\forall n \in \mathbb{N}, \forall \alpha_i \in K, \forall \vec{v_i} \in V \ (i = 1 \dots n)$

$$\alpha \cdot \sum_{i=1}^{n} \vec{v_i} = \sum_{i=1}^{n} \alpha \vec{v_i}$$

Aufgabe 7.4
Es seien A und B zwei (endliche) Mengen von Vektoren eines Vektorraums V.

a) Zeigen Sie: $Span(A) \subseteq Span(A \cup B)$

b) Widerlegen Sie: $Span(A \cup B) = Span(A) \cup Span(B)$