

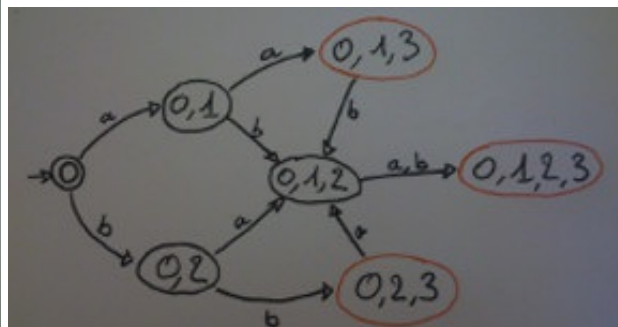
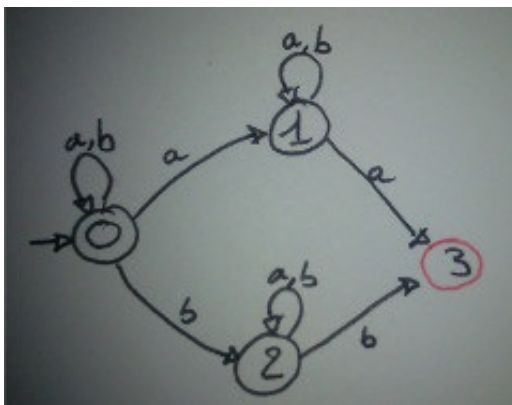
AF4

1) Déterminisation :

L'état **Initial** est un état qui possède tous les numéros des états initiaux de l'automate

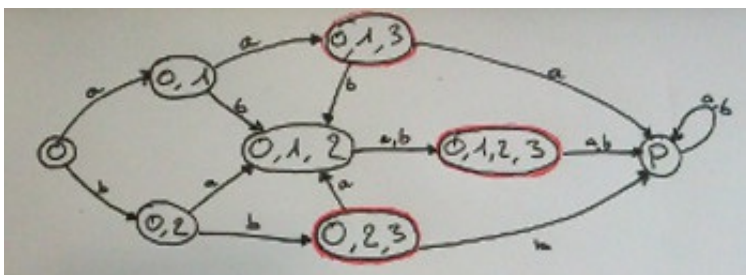
Les états **finaux** sont les états qui ont **au moins un** numéro d'un état final de l'automate

Etat	a	b
0	0,1	0,2
1	1,3	1
2	2	2,3
3	/	/



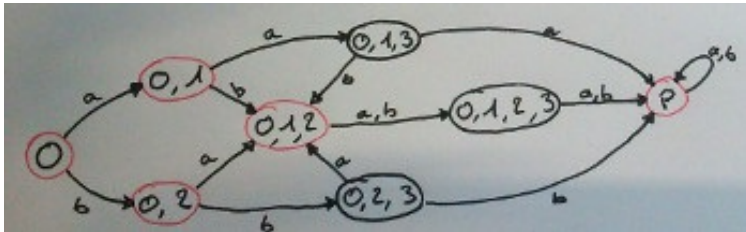
2) Automate Fini Complet Deterministe

Pour transformer un AFD en un AFCD il faut ajouter un état "Poubelle" vers qui toutes les transitions manquantes des autres états vont pointer



3) Complémentaire

L'automate doit être **complet**. Tout les états finaux deviennent non-finaux et invrsement.



4) Mirroir

- On inverse les transitions
- États Initiaux \Rightarrow Terminaux
- États Terminaux \Rightarrow Initiaux

5) Union

On parcourt

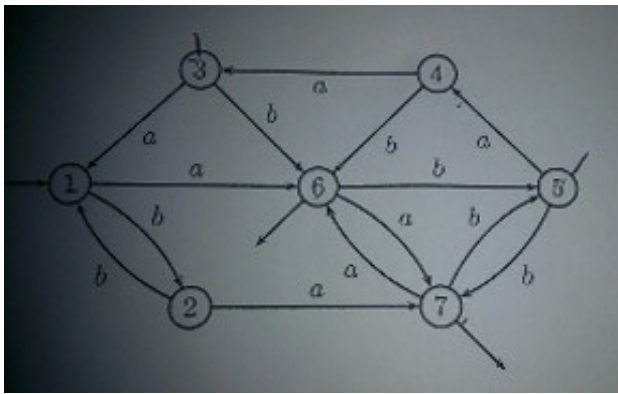
	I		II	
	a	b	a	b
1	3 I	2 II	3 I	2 II
2	1 I	3 II	1 I	3 II
3	2 I	1 II	2 I	1 II

6) Inter

	I		II	
	a	b	a	b
1	3 I	2 II	3 I	2 II
2	1 I	3 II	1 I	3 II
3	2 I	1 II	2 I	1 II

7) Moore

Minimisation d'un Automate

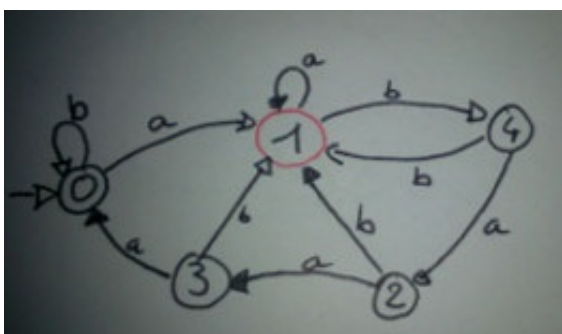


Etat	1	2	3	4	5	6	7
Groupe	0	0	0	0	0	1	1
T	1 0	1 0	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0

Groupe	0	0	2	2	2	1	1
T	1 0	1 0	0 1	2 1	2 1	1 2	1 2

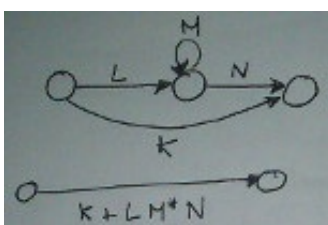
Groupe	0	0	3	2	2	1	1
T	1 0	1 0	0 1	3 1	2 1	1 2	1 2

Groupe	0	0	3	2	4	1	1
T	1 0	1 0	0 1	3 1	2 1	1 4	1 4



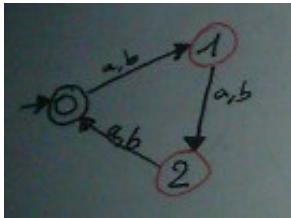
8) Mc Naughton et Yamada

Contruire une expression rationnelle à partir d'un automate

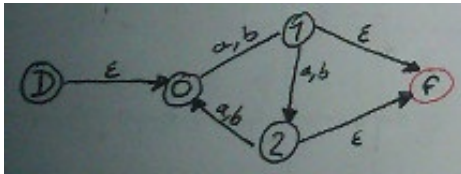


Règle de suppression d'un état

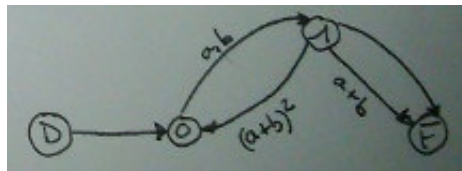
Soit **A** l'automate suivant:



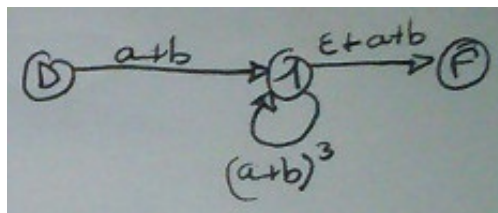
- On ajoute à l'automate un état **I** initial auquel on ajoute des epsilon transition vers les états initiaux et un état **F** Final vers qui vont pointer tout les états finaux avec des epsilon transitions



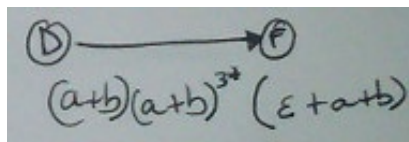
- Suppression de l'état **2**



- Suppression de l'état **0**



- Suppression de l'état **1**



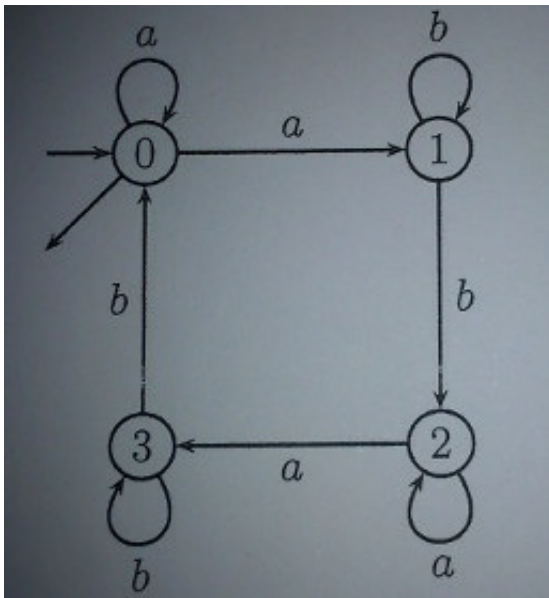
9) Équation linéaire droite

Construire une expression rationnelle à partir d'un automate

Lemme d'Arden

$$L = X.L + Y \Rightarrow L = X^*.Y$$

L'automate doit être déterministe



$$L_0 = a.L_0 + a.L_1 + \varepsilon$$

$$L_1 = b.L_1 + b.L_2$$

$$L_2 = a.L_2 + a.L_3$$

$$L_3 = b.L_3 + b.L_0$$

On ne cherche que les états initiaux. S'il y a plusieurs états initiaux on fera l'union

$$L_3 = b^*. (b.L_0) \text{ Lemme d'Arden}$$

On remplace L_3 dans L_2 :

$$L_2 = a.L_2 + a.b^*. (b.L_0)$$

Il nous reste donc :

$$L_0 = a.L_0 + a.L_1 + \varepsilon$$

$$L_1 = b.L_1 + b.L_2$$

$$L_2 = a.L_2 + a.b^*. (b.L_0)$$

On applique le Lemme d'Arden sur L_2

$$L_2 = a^*. a.b^*. b.L_0 \Rightarrow (\text{Arden})$$

On remplace L_2 dans L_1

$$L_0 = a.L_0 + a.L_1 + \varepsilon$$

$$L_1 = b.L_1 + b.a^*. a.b^*. b.L_0$$

On applique le Lemme d'Arden sur L_1

$$L1 = b^*.b.a^*.a.b^*.b.L0 \Rightarrow (\text{Arden})$$

$$L0 = a.L0 + a.b^*.b.a^*.a.b^*.b.L0 + \epsilon$$

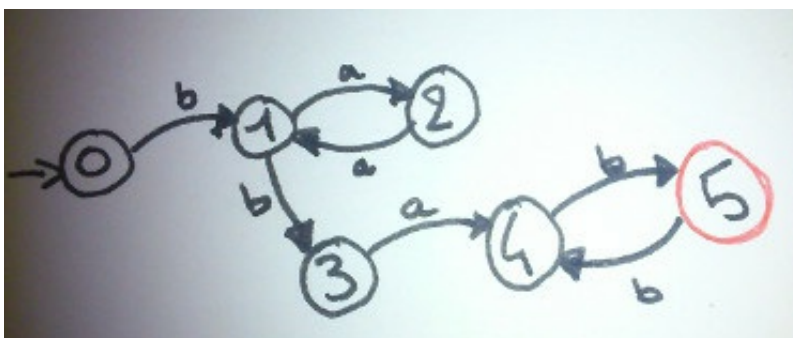
$$L0 = (a.+ a.b^*.b.a^*.a.b^*.b).L0 + \epsilon$$

$$L0 = (a.+ a.b^*.b.a^*.a.b^*.b)^* \Rightarrow (\text{Arden})$$

10) Résiduel

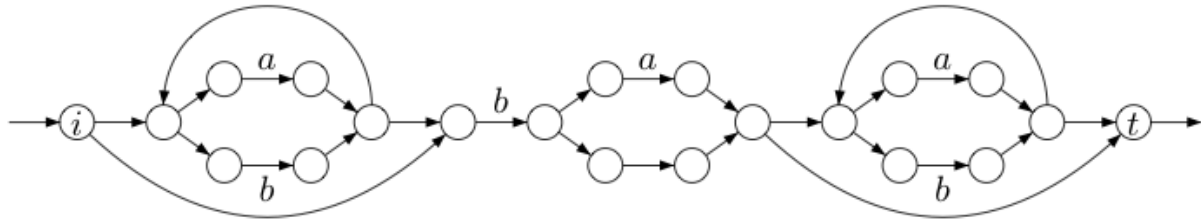
$$L = b.(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$$

État		Expression
0	$L =$	$b.(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$
-	$(a^{-1})L =$	\emptyset
1	$(b^{-1})L =$	$(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$
2	$(ba^{-1})L =$	$a.(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$
3	$(bb^{-1})L =$	$a.(b.b)^*.b$
1	$(baa^{-1})L = (b^{-1})L =$	$(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$
-	$(bab^{-1})L =$	\emptyset
4	$(bba^{-1})L =$	$(b.b)^*.b$
-	$(bbb^{-1})L =$	\emptyset
-	$(bbaa^{-1})L =$	\emptyset
5	$(bbab^{-1})L =$	$b.(b.b)^*.b + \epsilon$
-	$(bbaba^{-1})L =$	\emptyset
4	$(bbabb^{-1})L = (bba^{-1})L =$	$(b.b)^*.b$



11) Thomson

$$(a + b)^* b (a + \epsilon) (a + b)^*$$



12) Glushkov

Construire un AF à partir d'une expression rationnelle

ex : $L = ((a.(a.b)^*.b)+(b + a.a))^*$

- On remplace chaque lettre par un numéro : $L = ((1.(2.3)^*.4)+(5 + 6.7))^*$
- On remplit le tableau en ajoutant la ligne 0 qui sera l'état initial

Lettre	a	b
0	$\alpha1, \alpha6$	$\alpha5$
$\alpha1$	$\alpha2$	$\alpha4$
$\alpha2$	-	$\alpha3$
$\alpha3$	$\alpha2$	$\alpha4$
$\alpha4$	$\alpha1, \alpha6$	$\alpha5$
$\alpha5$	$\alpha1, \alpha6$	$\alpha5$
$\alpha6$	$\alpha7$	-
$\alpha7$	$\alpha1, \alpha6$	$\alpha5$

- On dessine l'automate de la même manière que pour la détermination.

13) Monoïde de transition

ϵ	a = aaa	b = aab	aa	bb = bbb = abb = baa	ab	ba = baa = aba	bab
0	1	2	2	2	0	1	0

ε	a = aaa	b = aab	aa	bb = bbb = abb = baa	ab	ba = baa = aba	bab
1	2	0	1	2	2	1	0
2	1	2	2	2	0	1	0

Soit $\{\varepsilon, a, b, aa, bb, ab, ba, bab\}$

14) Critère de cloture

15) Égalité de deux expressions rationnelles

2 methodes:

- On réduit les expressions rationnelles.
- On construit leurs Automates Minimal