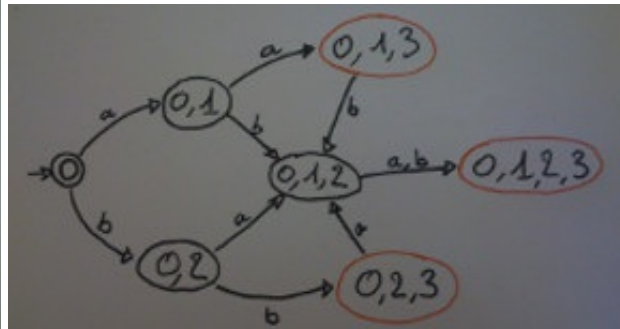
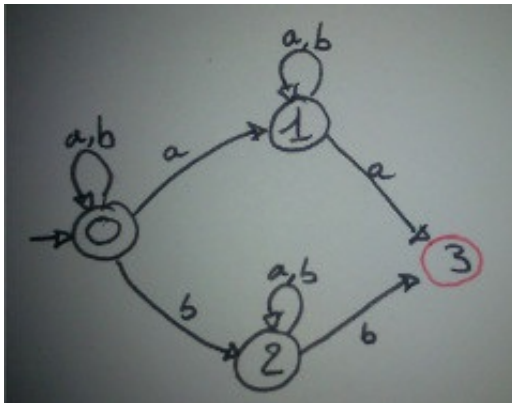


# AF4

## 1) Déterminisation :

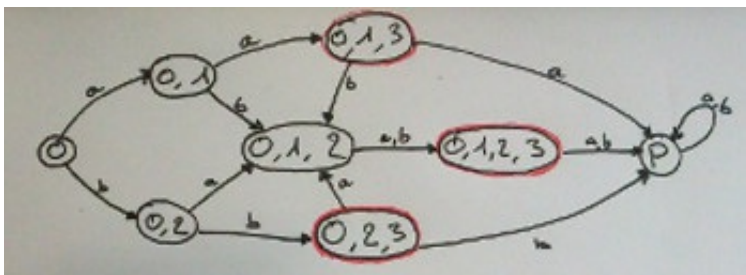
L'état **Initial** est un état qui possède tous les numéros des états initiaux de l'automate. Les états **finiaux** sont les états qui ont **au moins un** numéro d'un état final de l'automate.

État	a	b
0	0,1	0,2
1	1,3	1
2	2	2,3
3	/	/



## 2) Automate Fini Complet Deterministe

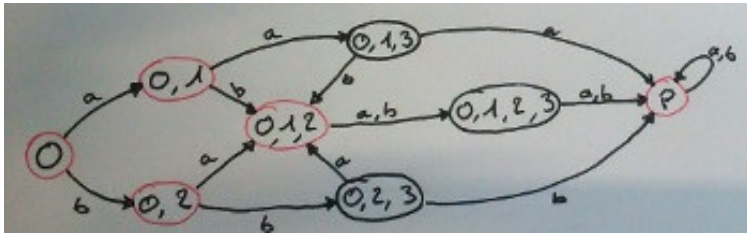
Pour transformer un AFD en un AFCD il faut ajouter un état "Poubelle" vers qui toutes les transitions manquantes des autres états vont pointer.



## 3) Complémentaire

L'automate doit être complet.

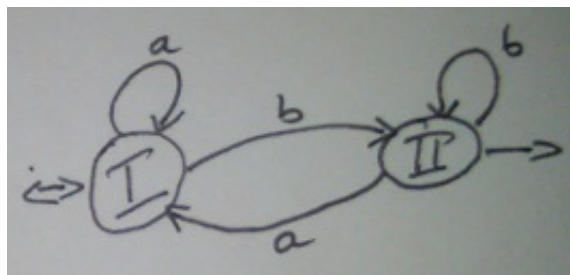
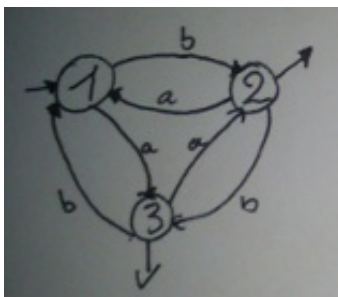
Tous les états finaux deviennent non-finaux et inversement.



## 4) Mirroir

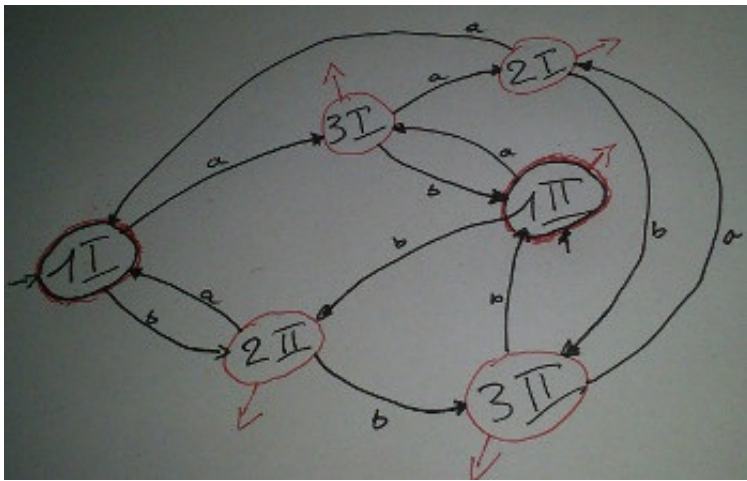
- On inverse les transitions
- États Initiaux  $\Rightarrow$  Terminaux
- États Terminaux  $\Rightarrow$  Initiaux

## 5) Union et Inter



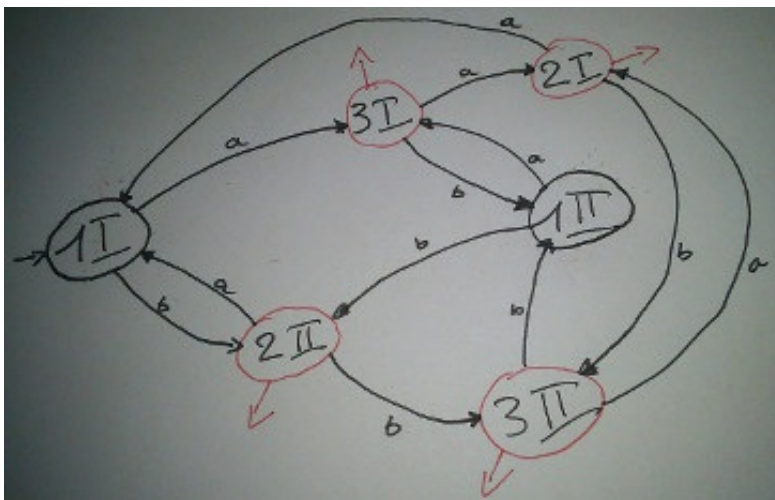
### Union

	I		II	
	a	b	a	b
1	3 I	2 II	3 I	2 II
2	1 I	3 II	1 I	3 II
3	2 I	1 II	2 I	1 II



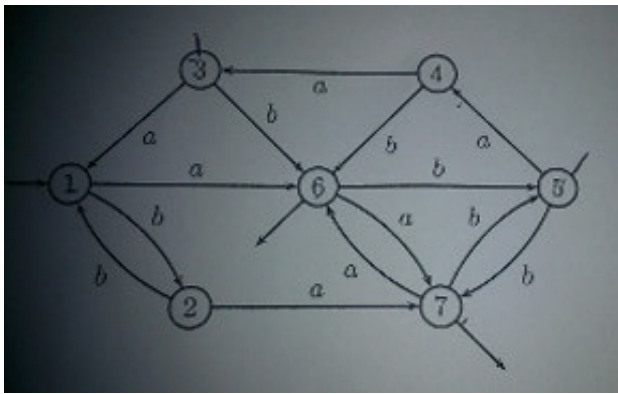
Inter

	I		II	
	a	b	a	b
1	3 I	2 II	3 I	2 II
2	1 I	3 II	1 I	3 II
3	2 I	1 II	2 I	1 II



## 7) Moore

Minimisation d'un Automate

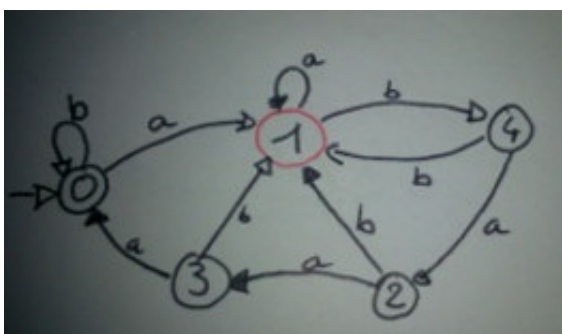


Etat	1	2	3	4	5	6	7
Groupe	0	0	0	0	0	1	1
T	1 0	1 0	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0

Groupe	0	0	2	2	2	1	1
T	1 0	1 0	0 1	2 1	2 1	1 2	1 2

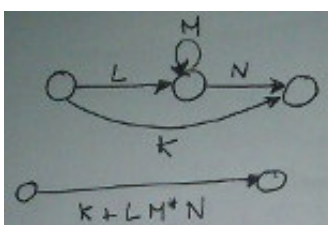
Groupe	0	0	3	2	2	1	1
T	1 0	1 0	0 1	3 1	2 1	1 2	1 2

Groupe	0	0	3	2	4	1	1
T	1 0	1 0	0 1	3 1	2 1	1 4	1 4



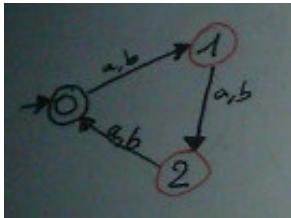
## 8) Mc Naughton et Yamada

Construire une expression rationnelle à partir d'un automate

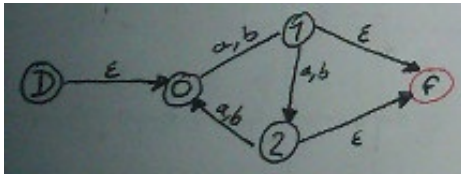


Règle de suppression d'un état

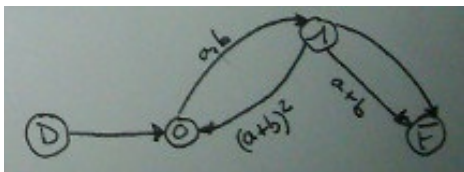
Soit 'A' l'automate suivant:



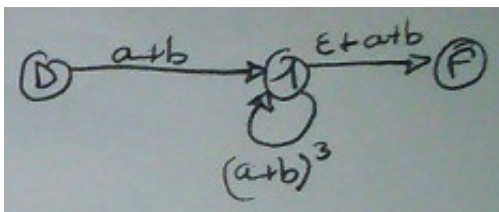
- On ajoute à l'automate un état 'I' initial auquel on ajoute des epsilon transitions vers les états initiaux et un état 'F' Final vers qui vont pointer tous les états finaux avec des epsilon transitions



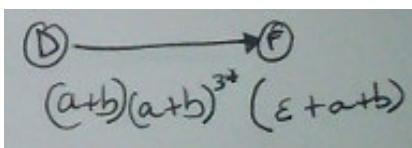
- Suppression de l'état '2'



- Suppression de l'état '0'



- Suppression de l'état '1'



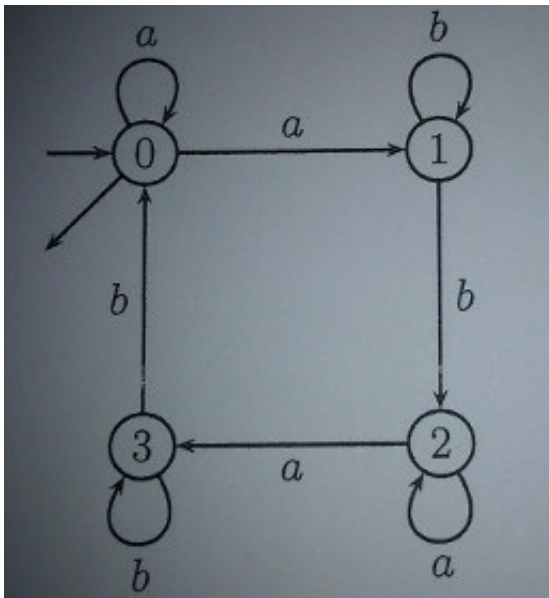
## 9) Équation

Construire une expression rationnelle à partir d'un automate

Lemme d'Arden

$$L = X.L + Y \Rightarrow L = X^*.Y$$

L'automate doit être déterministe



$$L_0 = a.L_0 + a.L_1 + \varepsilon$$

$$L_1 = b.L_1 + b.L_2$$

$$L_2 = a.L_2 + a.L_3$$

$$L_3 = b.L_3 + b.L_0$$

**On ne cherche que les états initiaux. S'il y a plusieurs états initiaux on fera l'union**

$$L_3 = b^*. (b.L_0)' \text{ Lemme d'Arden}$$

On remplace 'L3' dans 'L2':

$$L_2 = a.L_2 + a.b^*. (b.L_0)$$

Il nous reste donc :

$$L_0 = a.L_0 + a.L_1 + \varepsilon$$

$$L_1 = b.L_1 + b.L_2$$

$$L_2 = a.L_2 + a.b^*. (b.L_0)$$

On applique le Lemme d'Arden sur 'L2'

$$L_2 = a^*. a.b^*. b.L_0 \Rightarrow (\text{Arden})$$

On remplace 'L2' dans 'L1'

$$L_0 = a.L_0 + a.L_1 + \varepsilon$$

$$L_1 = b.L_1 + b.a^*. a.b^*. b.L_0$$

On applique le Lemme d'Arden sur 'L1'

$$L1 = b^*.b.a^*.a.b^*.b.L0 \Rightarrow (\text{Arden})$$

$$L0 = a.L0 + a.b^*.b.a^*.a.b^*.b.L0 + \epsilon$$

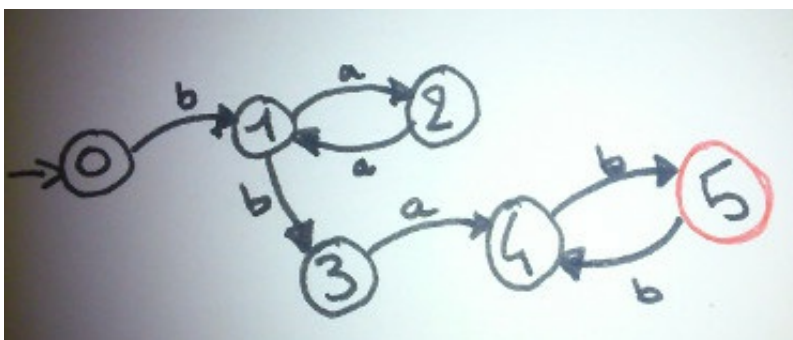
$$L0 = (a.+ a.b^*.b.a^*.a.b^*.b).L0 + \epsilon$$

$$L0 = (a.+ a.b^*.b.a^*.a.b^*.b)^* \Rightarrow (\text{Arden})$$

## 10) Résiduel

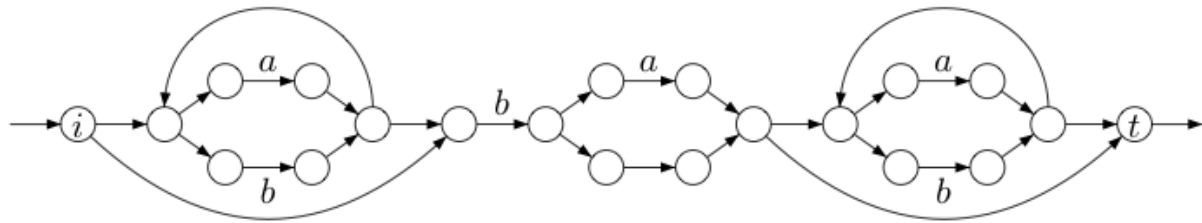
$$L = b.(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$$

État		Expression
0	$L =$	$b.(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$
-	$(a^{-1})L =$	$\emptyset$
1	$(b^{-1})L =$	$(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$
2	$(ba^{-1})L =$	$a.(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$
3	$(bb^{-1})L =$	$a.(b.b)^*.b$
1	$(baa^{-1})L = (b^{-1})L =$	$(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$
-	$(bab^{-1})L =$	$\emptyset$
4	$(bba^{-1})L =$	$(b.b)^*.b$
-	$(bbb^{-1})L =$	$\emptyset$
-	$(bbaa^{-1})L =$	$\emptyset$
5	$(bbab^{-1})L =$	$b.(b.b)^*.b + \epsilon$
-	$(bbaba^{-1})L =$	$\emptyset$
4	$(bbabb^{-1})L = (bba^{-1})L =$	$(b.b)^*.b$



## 11) Thomson

$$(a + b)^* b (a + \epsilon) (a + b)^*$$



## 12) Glushkov

### Construire un AF à partir d'une expression rationnelle

ex :  $L = ((a.(a.b)^*.b)+(b + a.a))^*$

- On remplace chaque lettre par un numéro :  $L = ((1.(2.3)^*.4)+(5 + 6.7))^*$
- On remplit le tableau en ajoutant la ligne 0 qui sera l'état initial

Lettre	a	b
0	$\alpha1, \alpha6$	$\alpha5$
$\alpha1$	$\alpha2$	$\alpha4$
$\alpha2$	-	$\alpha3$
$\alpha3$	$\alpha2$	$\alpha4$
$\alpha4$	$\alpha1, \alpha6$	$\alpha5$
$\alpha5$	$\alpha1, \alpha6$	$\alpha5$
$\alpha6$	$\alpha7$	-
$\alpha7$	$\alpha1, \alpha6$	$\alpha5$

- On dessine l'automate de la même manière que pour la détermination.

## 13) Monoïde de transition

$\epsilon$	a = aaa	b = aab	aa	bb = bbb = abb = baa	ab	ba = baa = aba	bab
0	1	2	2	2	0	1	0
1	2	0	1	2	2	1	0



$\epsilon$	<b>a = aaa</b>	<b>b = aab</b>	<b>aa</b>	<b>bb = bbb = abb = baa</b>	<b>ab</b>	<b>ba = baa = aba</b>	<b>bab</b>
2	1	2	2	2	0	1	0

Soit  $\{\epsilon, a, b, aa, bb, ab, ba, bab\}$

## 14) Critère de cloture

---

## 15) Égalité de deux expressions rationnelles

---

2 methodes:

- Réduire les expressions rationnelles.
- Construire leurs Automates Minimal