

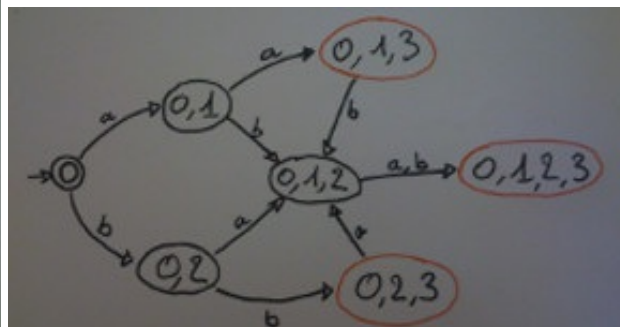
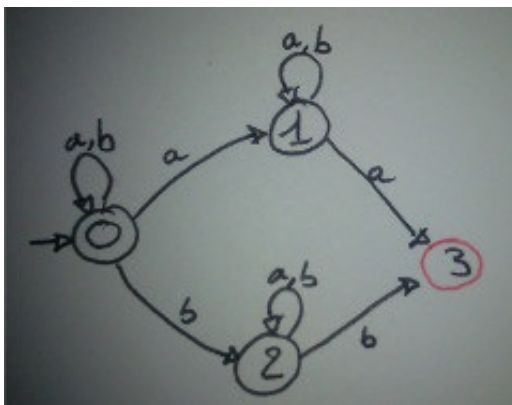
AF4

1) Déterminisation :

L'état **Initial** est un état qui possède tous les numéros des états initiaux de l'automate

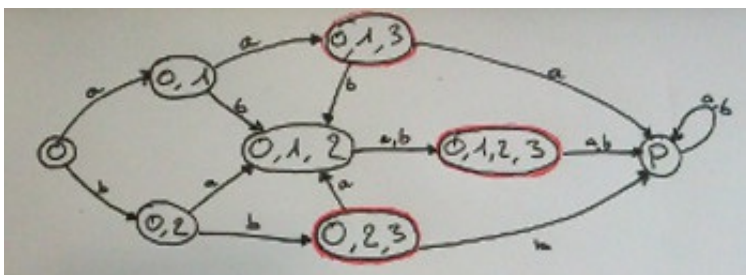
Les états **finaux** sont les états qui ont **au moins un** numéro d'un état final de l'automate

Etat	a	b
0	0,1	0,2
1	1,3	1
2	2	2,3
3	/	/



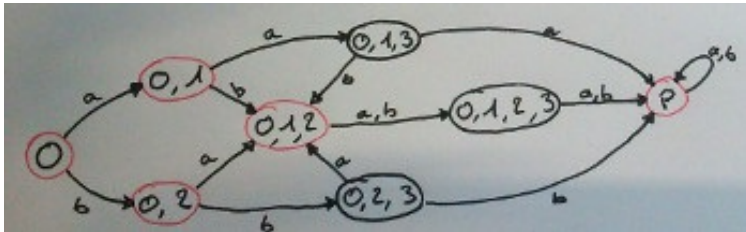
2) Automate Fini Complet Deterministe

Pour transformer un AFD en un AFCD il faut ajouter un état "Poubelle" vers qui toutes les transitions manquantes des autres états vont pointer



3) Complémentaire

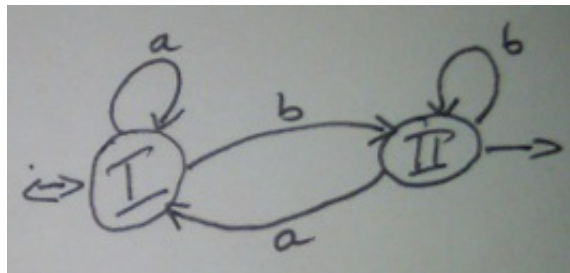
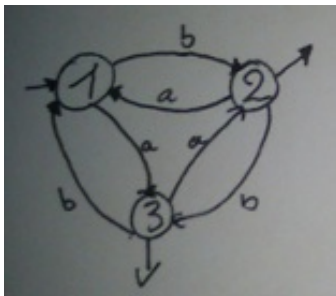
L'automate doit être **complet**. Tout les états finaux deviennent non-finaux et invrsement.



4) Mirroir

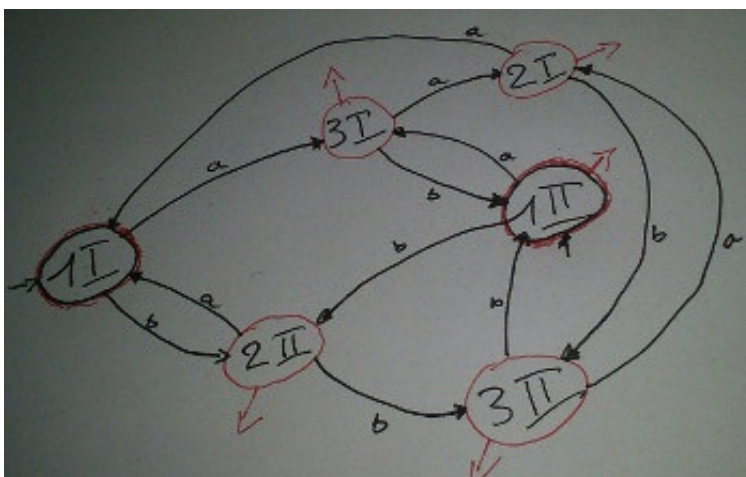
- On inverse les transitions
- États Initiaux \Rightarrow Terminaux
- États Terminaux \Rightarrow Initiaux

5) Union et Inter



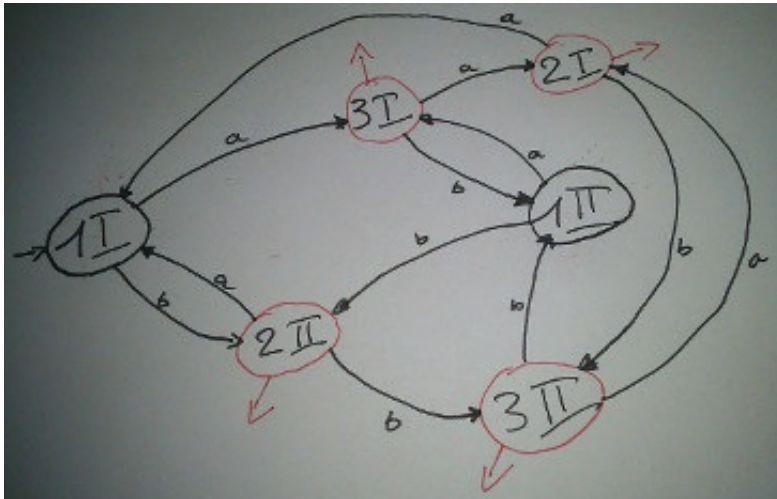
- Union

	I		II	
	a	b	a	b
1	3 I	2 II	3 I	2 II
2	1 I	3 II	1 I	3 II
3	2 I	1 II	2 I	1 II



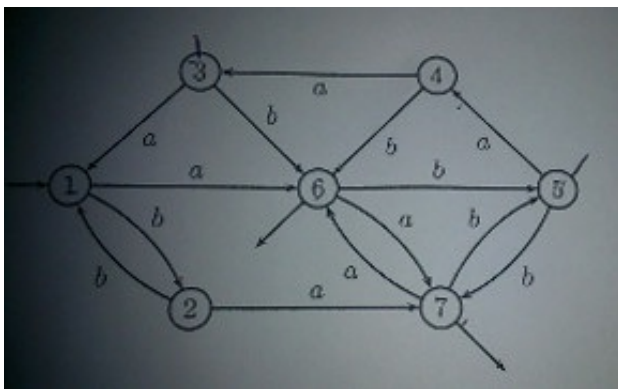
- Inter

	I		II	
	a	b	a	b
1	3 I	2 II	3 I	2 II
2	1 I	3 II	1 I	3 II
3	2 I	1 II	2 I	1 II



7) Moore

Minimisation d'un Automate

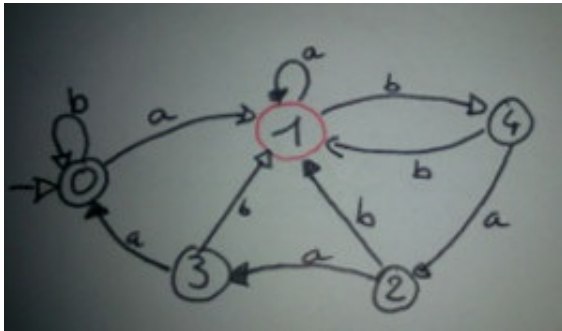


Etat	1	2	3	4	5	6	7
Groupe	0	0	0	0	0	1	1
T	1 0	1 0	0 1	0 1	0 1	1 0	1 0

Groupe	0	0	2	2	2	1	1
T	1 0	1 0	0 1	2 1	2 1	1 2	1 2

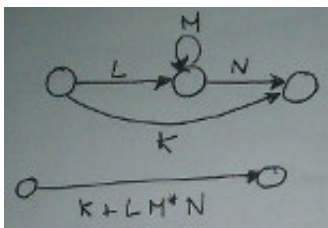
Groupe	0	0	3	2	2	1	1
T	1 0	1 0	0 1	3 1	2 1	1 2	1 2

Groupe	0	0	3	2	4	1	1
T	1 0	1 0	0 1	3 1	2 1	1 4	1 4



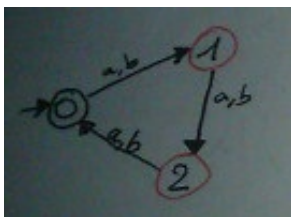
8) Mc Naughton et Yamada

Construire une expression rationnelle à partir d'un automate

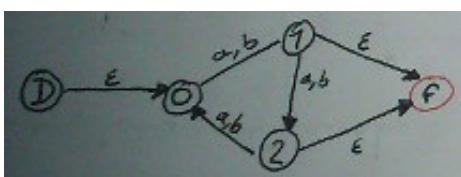


Règle de suppression d'un état

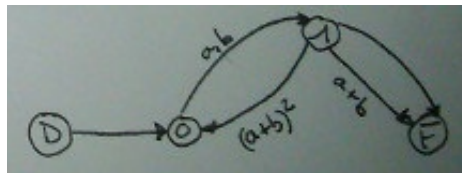
Soit **A** l'automate suivant:



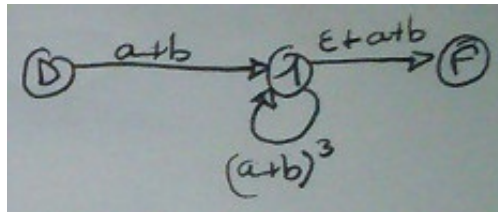
- On ajoute à l'automate un état **I** initial auquel on ajoute des epsilon transition vers les états initiaux et un état **F** Final vers qui vont pointer tout les états finaux avec des epsilon transitions



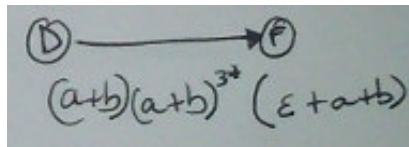
- Suppression de l'état 2



- Suppression de l'état 0



- Suppression de l'état 1



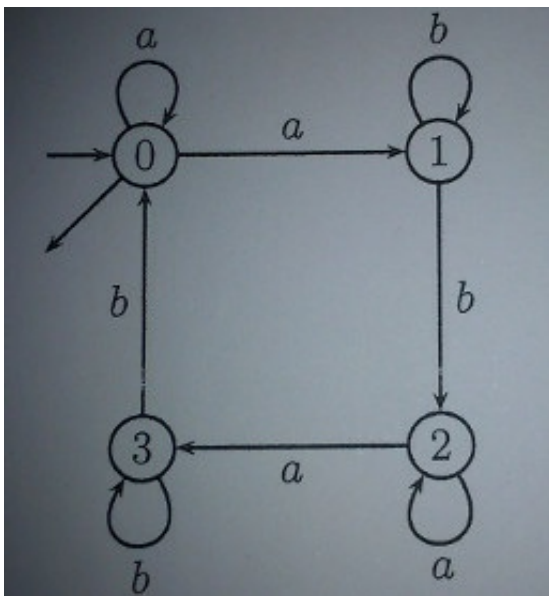
9) Équation linéaire droite

Construire une expression rationnelle à partir d'un automate

Lemme d'Arden

$$L = X.L + Y \Rightarrow L = X^*.Y$$

L'automate doit être déterministe



$$L_0 = a.L_0 + a.L_1 + \epsilon$$

$$L_1 = b.L_1 + b.L_2$$

$$L_2 = a.L_2 + a.L_3$$

$$L_3 = b.L_3 + b.L_0$$

On ne cherche que les états initiaux. S'il y a plusieurs états initiaux on fera l'union

$$L3 = b^*. (b.L0)^* \text{ Lemme d'Arden}$$

On remplace $L3$ dans $L2$:

$$L2 = a.L2 + a.b^*. (b.L0)$$

Il nous reste donc :

$$\begin{aligned} L0 &= a.L0 + a.L1 + \epsilon \\ L1 &= b.L1 + b.L2 \\ L2 &= a.L2 + a.b^*. (b.L0) \end{aligned}$$

On applique le Lemme d'Arden sur $L2$

$$L2 = a^*. a.b^*. b.L0 \Rightarrow (\text{Arden})$$

On remplace $L2$ dans $L1$

$$\begin{aligned} L0 &= a.L0 + a.L1 + \epsilon \\ L1 &= b.L1 + b.a^*. a.b^*. b.L0 \end{aligned}$$

On applique le Lemme d'Arden sur $L1$

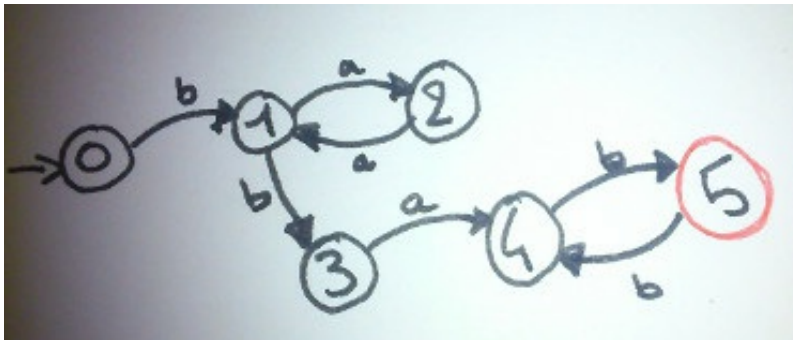
$$\begin{aligned} L1 &= b^*. b.a^*. a.b^*. b.L0 \Rightarrow (\text{Arden}) \\ \\ L0 &= a.L0 + a.b^*. b.a^*. a.b^*. b.L0 + \epsilon \\ L0 &= (a. + a.b^*. b.a^*. a.b^*. b).L0 + \epsilon \\ \\ L0 &= (a. + a.b^*. b.a^*. a.b^*. b)^* \Rightarrow (\text{Arden}) \end{aligned}$$

10) Résiduel

$$L = b.(a.a)^*. b.a.(b.b)^*. b$$

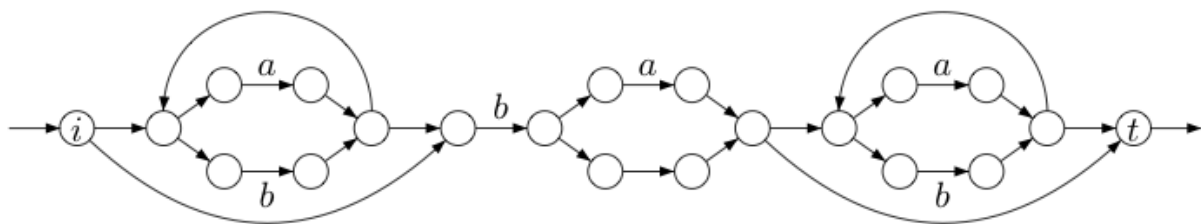
État		Expression
0	$L =$	$b.(a.a)^*. b.a.(b.b)^*. b$
-	$(a^{-1})L =$	\emptyset
1	$(b^{-1})L =$	$(a.a)^*. b.a.(b.b)^*. b$
2	$(ba^{-1})L =$	$a.(a.a)^*. b.a.(b.b)^*. b$
3	$(bb^{-1})L =$	$a.(b.b)^*. b$

État		Expression
1	$(baa^{-1})L = (b^{-1})L =$	$(a.a)^*.b.a.(b.b)^*.b$
-	$(bab^{-1})L =$	\emptyset
4	$(bba^{-1})L =$	$(b.b)^*.b$
-	$(bbb^{-1})L =$	\emptyset
-	$(bbaa^{-1})L =$	\emptyset
5	$(bbab^{-1})L =$	$b.(b.b)^*.b + \epsilon$
-	$(bbaba^{-1})L =$	\emptyset
4	$(bbabb^{-1})L = (bba^{-1})L =$	$(b.b)^*.b$



11) Thomson

$$(a + b)^*b(a + \epsilon)(a + b)^*$$



12) Glushkov

Construire un AF à partir d'une expression rationnelle

ex : $L = ((a.(a.b)^*.b)+(b + a.a))^*$

- On remplace chaque lettre par un numéro : $L = ((1.(2.3)^*.4)+(5 + 6.7))^*$
- On remplit le tableau en ajoutant la ligne 0 qui sera l'état initial

Lettre	a	b
Lettre	a	b
0	α_1, α_6	α_5
α_1	α_2	α_4
α_2	-	α_3
α_3	α_2	α_4
α_4	α_1, α_6	α_5
α_5	α_1, α_6	α_5
α_6	α_7	-
α_7	α_1, α_6	α_5

- On dessine l'automate de la même manière que pour la détermination.

13) Monoïde de transition

ε	a = aaa	b = aab	aa	bb = bbb = abb = baa	ab	ba = baa = aba	bab
0	1	2	2	2	0	1	0
1	2	0	1	2	2	1	0
2	1	2	2	2	0	1	0

Soit $\{\varepsilon, a, b, aa, bb, ab, ba, bab\}$

14) Critère de clôture

15) Égalité de deux expressions rationnelles

2 méthodes:

- On réduit les expressions rationnelles.
- On construit leurs Automates Minimal