.

Nous avons $\mu(\overrightarrow{P}) = \tau$ qui est le moment cinétique de la force P. Par rapport au point O.

SCHEMA

Nous avons ici $x > o$ et $\mu(\overrightarrow{P}) < 0 \Rightarrow \mu(\overrightarrow{P}) = -|\mu(\overrightarrow{P})|$.

$$|\mu(\overrightarrow{P})| = OM.P.\sin\theta = OM.P.\frac{x}{OM} = Px$$

Ce qui nous donne $\mu(\overrightarrow{P}) = -Px$

SCHEMA

Avec $x < 0$ et $\mu(\overrightarrow{P}) > 0 \Rightarrow \mu(\overrightarrow{P}) = |\mu(\overrightarrow{P})|$

$$\mu(\overrightarrow{P}) = |\mu(\overrightarrow{P})| = OM.P.\sin\theta$$

Comme $x < 0$ et que $\mu(\overrightarrow{P})$ doit être > 0 on a $\mu(\overrightarrow{P}) = -P.x$

.

D'après le Théorem du moment cinétique nous avons :

$$\dot{L} = \sum \mu(\overrightarrow{F}_{ext})$$

Dans le cadre de notre projet nous supposons que la seul force extérieur est la force de pesanteur. $\dot{L}$ est donc égal à :

$$\dot{L} = -m_1.g.x_1 - m_2.g.x_2 = -(m_1 + m_2).g.\frac{m_1.x_1 + m_2.x_2}{m_1 + m_2}$$

Avec $\frac{m_1.x_1+m_2.x_2}{m_1+m_2} = X_G$ qui représente le centre de masse du corps
On retrouve donc la formule :

$$\dot{L} = -(m_1 + m_2)gX_G$$

m_i et g étant des constantes nous avons bien

$$\dot{L} = 0 \Leftrightarrow X_G = 0$$

Et

$\ddot{L} = -(m_1 + m_2) g \dot{X}_G$

.

$$\overrightarrow{L} = I.\overrightarrow{\omega}$$

Avec : $I = \frac{1}{12}.m_i.l_i$ et $\omega = \dot{q}$

L s'écrit donc

$$L = \frac{1}{12}.m_1.l_1.\dot{q}_1 + \frac{1}{12}.m_2.l_2.\dot{q}_2$$

m_i, l_i étant des constantes $\dot{L} = 0 \Leftrightarrow \dot{q}_1 = 0$ et $\dot{q}_2 = 0$

.

$$X_g = \frac{m_1.x_1 + m_2.x_2}{m_1 + m_2}$$

Avec $x_1 = l_{c1} \cos q_1$ et $x_2 = l_1 \cos q_1 + l_{c2} \cos q_1 + q_2$

SCHEMA

$$X_G = \frac{m_1.l_{c1} \cos q_1 + m_2.(l_1 \cos q_1 + l_{c2} \cos q_1 + q_2)}{m_1 + m_2}$$

d'où

$$\dot{x_1} = -\dot{q_1}.l_{c1}.\sin(q_1)$$

$$\dot{x_2} = -\dot{q_1}.l_1.\sin(q_1) - (\dot{q_1} + \dot{q_2}).l_{c2}.\sin(q_1 + q_2)$$

$\dot{X}_G$ se ré-écrit :

$$\dot{X}_G = \frac{m_1}{m_1 + m_2}.(-\dot{q_1}.l_{c1}.\sin(q_1)) + \frac{m_2}{m_1 + m_2}.(-\dot{q_1}.l_1.\sin(q_1) - (\dot{q_1} + \dot{q_2}).l_{c2}.\sin(q_1 + q_2))$$

On trouve que

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = 0 \Leftrightarrow \dot{X}_G = 0$$

$$\dot{L} = -(m_1 + m_2) g X_G \Rightarrow \dot{L} = 0 \Leftrightarrow X_G = 0$$

$$\ddot{L} = -(m_1 + m_2) g \dot{X}_G \Rightarrow \ddot{L} = 0 \Leftrightarrow \dot{X}_G = 0 \Leftrightarrow \dot{q}_1 = 0 = \dot{q}_2 = 0$$

d'où :
$q_1 = q_2 = 0$ et $X_G = 0 \Leftrightarrow L = \dot{L} = \ddot{L} = 0$