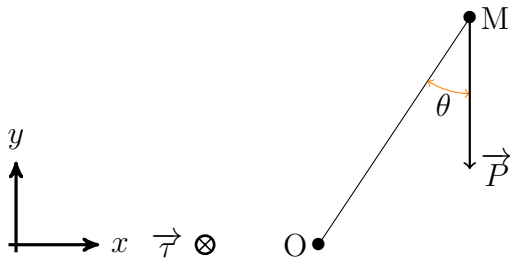


.

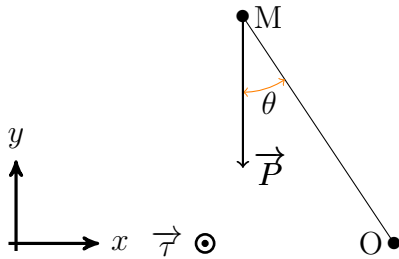
Nous avons  $\mu(\vec{P}) = \tau$  qui est le moment cinétique de la force  $P$ . Par rapport au point  $O$ .



Nous avons ici  $x > 0$  et  $\mu(\vec{P}) < 0 \Rightarrow \mu(\vec{P}) = -|\mu(\vec{P})|$ .

$$|\mu(\vec{P})| = OM.P.\sin\theta = OM.P.\frac{x}{OM} = Px$$

Ce qui nous donne  $\mu(\vec{P}) = -Px$



Avec  $x < 0$  et  $\mu(\vec{P}) > 0 \Rightarrow \mu(\vec{P}) = |\mu(\vec{P})|$

$$\mu(\vec{P}) = |\mu(\vec{P})| = OM.P.\sin\theta$$

Comme  $x < 0$  et que  $\mu(\vec{P})$  doit être  $> 0$  on a  $\mu(\vec{P}) = -P.x$

.

**D'après le Théorème du moment cinétique nous avons :**

$$\dot{L} = \sum \mu(\vec{F}_{ext})$$

Dans le cadre de notre projet nous supposons que la seule force extérieure est la force de pesanteur.  $\dot{L}$  est donc égal à :

$$\dot{L} = -m_1 \cdot g \cdot x_1 - m_2 \cdot g \cdot x_2 = -(m_1 + m_2) \cdot g \cdot \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2}$$

Avec  $\frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2} = X_G$  qui représente le centre de masse du corps

On retrouve donc la formule :

$$\dot{L} = -(m_1 + m_2)gX_G$$

$m_i$  et  $g$  étant des constantes nous avons bien

$$\dot{L} = 0 \Leftrightarrow X_G = 0$$

Et

$$\ddot{L} = -(m_1 + m_2)g\dot{X}_G$$

.

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

Avec :  $I = \frac{1}{12} \cdot m_i \cdot l_i^2$  et  $\omega = \dot{q}$

$L$  s'écrit donc

$$L = \frac{1}{12} \cdot m_1 \cdot l_1^2 \cdot \dot{q}_1 + \frac{1}{12} \cdot m_2 \cdot l_2^2 \cdot \dot{q}_2$$

$m_i, l_i$  étant des constantes  $\dot{L} = 0 \Leftrightarrow \dot{q}_1 = 0$  et  $\dot{q}_2 = 0$

.

$$X_g = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2}$$

Avec  $x_1 = l_{c1} \cos q_1$  et  $x_2 = l_1 \cos q_1 + l_{c2} \cos q_1 + q_2$

**SCHEMA**

$$X_G = \frac{m_1 \cdot l_{c1} \cos q_1 + m_2 \cdot (l_1 \cos q_1 + l_{c2} \cos q_1 + q_2)}{m_1 + m_2}$$

d'où

$$\dot{x}_1 = -\dot{q}_1 \cdot l_{c1} \cdot \sin(q_1)$$

$$\dot{x}_2 = -\dot{q}_1 \cdot l_1 \cdot \sin(q_1) - (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cdot l_{c2} \cdot \sin(q_1 + q_2)$$

$\dot{X}_G$  se ré-écrit :

$$\dot{X}_G = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot (-\dot{q}_1 \cdot l_{c1} \cdot \sin(q_1)) + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot (-\dot{q}_1 \cdot l_1 \cdot \sin(q_1) - (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \cdot l_{c2} \cdot \sin(q_1 + q_2))$$

On trouve que

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = 0 \Leftrightarrow \dot{X}_G = 0$$

$$\dot{L} = -(m_1 + m_2)gX_G \Rightarrow \dot{L} = 0 \Leftrightarrow X_G = 0$$

$$\ddot{L} = -(m_1 + m_2)g\dot{X}_G \Rightarrow \ddot{L} = 0 \Leftrightarrow \dot{X}_G = 0 \Leftrightarrow \dot{q}_1 = 0 = \dot{q}_2 = 0$$

d'où :

$$q_1 = q_2 = 0 \text{ et } X_G = 0 \Leftrightarrow L = \dot{L} = \ddot{L} = 0$$