

Tommaso Rosati

Unterricht 18

1. Mit Potenzen Rechnen:

Rechne so schnell wie möglich folgende Potenzen aus:

$$2^{10}, \quad 5^2, \quad 9^3, \quad 14^2.$$

Kannst du die Primzahlzerlegung der genannten Zahlen aufschreiben? (In Form von Potenzen von Primzahlen).

2. Sammelkarten:

- 6 unterschiedliche Sammelkarten werden von 3 Kindern unter sich verteilt (dabei kann ein Kind auch leer ausgehen). Wie viele Möglichkeiten gibt es die Karten so zu verteilen?
- Was wenn es 5 Kinder sind?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es die Karten so zu verteilen, dass genau eines der 3 Kinder leer ausgeht?
- Und was wenn genau 2 der 3 Kinder leer Ausgehen sollen?
- Es ist unfreundlich, die Karten so aufzuteilen, dass eines der Kinder leer ausgeht. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 6 Karten so aufzuteilen, dass keines der Kinder leer ausgeht?
- Was wenn es 20 Karten und 5 Kinder sind? (Schreibe die Zahl am Besten als Summe/Subtraktion von Potenzen auf).

3. Herr Galopp's Pferde:

Herr Galopp besitzt zwei Pferdeställe: In jedem befinden sich am Anfang drei Pferde. An einem Nachmittag wandert Schnellenase, eines seiner Pferde, vom ersten zum zweiten Stall. Herr Galopp war erstaunt zu merken, dass der durchschnittliche Wert eines Pferdes in jedem Stall um 10.000 Euro gestiegen ist. Schnellenase ist selber 250.000 Euro wert.

- Kannst du den durchschnittlichen Wert der zwei gebliebenen Pferde im ersten Stall ausrechnen? (Setze die durchschnittlichen Werte bevor und nachdem Schnellenase ausgewandert ist im Zusammenhang)

- Und der durchschnittliche Wert der 3 Pferde die am Anfang im zweiten Stall alleine waren?
- Wie viel sind die Pferde insgesamt wert?

4. Drillinge:

Ein Primzahldrilling sind drei Primzahlen für die zwischen der ersten und der zweiten, sowie zwischen der zweiten und der dritten, Zahl jeweils nur eine weitere Zahl liegt.

- Kannst du ein Primzahldrilling finden?
- Kannst du zwei Primzahldrillings finden?
- Kannst du drei Primzahldrillings finden?
- Kannst du vier Primzahldrillings finden?
- Kannst du beweisen, dass mindestens eine der Zahlen in einem Primzahldrilling durch zwei Teilbar ist?
- Kannst du beweisen, dass mindestens eine der Zahlen in einem Primzahldrilling durch drei Teilbar ist?
- Kannst du beweisen, dass mindestens eine der Zahlen in einem Primzahldrilling durch fünf Teilbar ist?

5. Intermezzo mit Kubikzahlen:

- Zeige, für die Zahlen

$$2^3, \quad 3^3, \quad 4^3, \quad 5^3, \quad 6^3, \quad 7^3, \quad 8^3, \quad 9^3, \quad 10^3$$

dass man sie als Summen von aufeinander folgenden ungeraden Zahlen schreiben kann.

- Wenn du nicht mehr rechnen möchtest, versuche zu zeigen, dass die Eigenschaft für beliebige Kubikzahlen hält, also für Zahlen der Form n^3 , mit $n \in \mathbb{N}$. Folge dabei folgenden Hinweisen:
- Versuche eine Formel für die Anfangszahl herzuleiten.
- Benutze Umformungen der Summe und die Gauss'sche Summenregel um dein Ansatz zu beweisen.
- Die Summenregel lautet:

$$1 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

6. Finale mit Schubfächern:

- Auf einem 3×3 Quadrat steht auf jedem Feld entweder eine 1, 0 oder -1 . Wir berechnen von jeder Zeile Spalte und Diagonale die Summe. Zeige, dass eine Summe mindestens zweimal auftritt.
- Was ist wenn man die Summe der Diagonalen nicht betrachtet?

7. Gran Finale:

Gegeben sind zwei beliebige Vierecke. Einer ist konvex (das bedeutet, dass wenn man zwei beliebige Punkte P, Q im Viereck wählt, dann auch die Linie zwischen P und Q im Viereck liegt), und einer nicht. Wir zeichnen über jede Seite den entsprechenden Thaleskreis ein.

- Zeichne zwei Beispiele für solche Vierecke.
- Welche der beiden Vierecke lassen sich durch allen vier von den Kreisen vollkommen bedecken? Beweise deine Aussage oder gebe ein Gegenbeispiel.
- Welche der beiden Vierecke lassen sich durch zwei von den Kreisen vollkommen bedecken? Beweise deine Aussage, oder gebe ein Gegenbeispiel.