MSG 2019/2020 — Zirkel 7c
Tommaso Rosati

Hausaufgaben 3

(1) Ⓟ **Lineare Gleichungen**

Löse folgende vier *unterschidliche* Gleichungen (das bedeutet, finde x und ggf. y in $\mathbb{Q}$ - $\mathbb{Q}$ ist hier die Menge aller Brüche, siehe Glossar unten - so, dass die jeweiligen Gleichungen erfüllt sind.

(a) $2x = 4$;

(b) $2x = 7$;

(c) $2x + y = 3, \quad y = 5$;

(d) $2x + 7y = 13, \quad 2x + 14y = 2$;

(2) Ⓑ **Spaziergang im Park**

Als Sophie und Martha gemeinsam durch den Park spazieren, fällt ihnen auf, dass in der gleichen Zeit, in der Martha 4 Schritte macht, Sophie 5 Schritte macht - wobei sie natürlich denselben Weg zurücklegen, denn sie plaudern ja miteinander. Martha schätzt ihre Schrittlänge auf $80cm$.

- Wie groß ungefähr ist Sophies durchschnittliche Schrittlänge?
- Mal angenommen, die beiden beginnen ihre Spaziergang gleichzeitig mit dem rechten Fuß. Nach wie vielen Schritten treten beide erstmalig gleichzeitig mit dem linken Fuß auf?

(3) Ⓑ **Zweiter Versuch**

Benutze lineare Gleichungen, um Aufgabe 5 im ersten Zettel zu lösen.

Hinweis: Sei $\alpha = \angle MOJ, \beta = \angle OMJ, \gamma = \angle KOL$, dann beweise, dass:

$$60° + 2\gamma + \alpha = 360°, \qquad \alpha = 180° - 2\beta, \qquad 60° + \beta = 180° - (\beta + \gamma)$$

und löse die Gleichungen (also finde die Werte von α, β, γ).

(4) ⚠⚠ **Wähle mit Bedacht**

Wir wählen zufällig 11 Zahlen aus der Menge $\{1, 2, \ldots, 20\}$. Zeige, dass es darunter immer zwei Zahlen gibt, sodass die eine in Vielfaches der anderen ist.

Hinweis: Zeige erst, dass manche - kleine - Zahlen sicherlich nicht in einer Menge liegen können, die die angegebene Bedingung nicht erfüllt.

(5) ⚠ **Potenzen von Binomen**

Leite folgende Formeln her (das bedeutet, beweise für **alle** $a, b \in \mathbb{Q}$, dass die folgenden Gleichungen gelten):

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$
$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2,$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Hinweis: schreibe $(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$ *und benutze, dass die distributive Regel gilt, für jede Zahl* $\clubsuit$, *und* a, b *wie oben:*

$$\clubsuit(a+b) = \clubsuit a + \clubsuit b$$

dann ersetze zum Beispiel $\clubsuit$ *mit* $a+b$ *oder* $a-b$.

Glossar. Die logischen Zeichen die wir benutzen lesen sich wie folgt:

$a \in A$,	„a Element von A“, kurz „a in A“
$\forall \dots$	„Für alle ...“
$a \mid b$,	„a teilt b“, wobei $a, b \in \mathbb{N}$ sind.

Zum Beispiel liest sich:

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \quad \text{gilt es, dass} \quad 1 \mid n$$

„Für alle n in $\mathbb{N}$, mit $n \geq 1$ (also für alle natürlichen Zahlen die nicht Null sind) gilt es, dass n durch 1 geteilt wird.“

Mit $\mathbb{N}$ bezeichnen wir die natürlichen Zahlen, also:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

während man mit $\mathbb{Z}$ die ganzen Zahlen bezeichnet:

$$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}.$$

Mit $\mathbb{Q}$ hingegen, bezeichnen wir die Menge aller Brueche:

$$\mathbb{Q} = \left\{0, 1, -1, 2, -2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{6}{7}, -\frac{6}{7}, \dots\right\}.$$