

Im Unterricht 3

(1) Gleichungen

Löse die folgenden Gleichungen. Das heißt, finde x, y und ggf. z in \mathbb{Q} , so dass die Gleichungen erfüllt sind (jede Zeile ist eine unterschiedliche Gleichung):

- (1) $x = 3x - 4,$
- (2) $3x + 5 = 4x + 4,$
- (3) $x + y = 0, \quad x + 2y = 0$
- (4) $x - y + z = 6, \quad 2x + y - z = -3, \quad x - z - y = 0.$

(2) Potenzen von Binomen

Leite folgende Formeln her (das bedeutet, beweise für **alle** $a, b \in \mathbb{Q}$, dass die folgenden Gleichungen gelten):

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= a^2 + b^2 + 2ab, \\ (a + b)^3 &= a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2, \\ (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

Hinweis: schreibe $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$.

(3) Dezimalzeit

Ende *XVIII* Jahrhundert wurde eine Dezimaluhr vorgeschlagen, in der Jede Stunde 100 Minuten dauern sollte, und jeder Tag 10 Stunden. Angenommen, die Uhr fängt um Mitternacht an zu zählen mit 0.00. Wie viel Uhr würde sie Zeigen, wenn eine gewöhnliche Uhr 6 Uhr nachmittags schlägt?

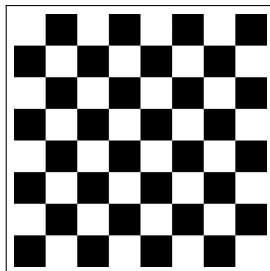
(4) Socken Packen

Ludwig trägt gerne Socken unterschiedlicher Farben, und zwar Rot, Blau, Rosa und Grün. Die Socken liegen allerdings chaotisch im Schubfach. Wie viele Socken muss Ludwig von der Schublade nehmen, um sicher zu sein, dass er mindestens ein Paar mit gleicher Farbe hat? Und zwei Paare?

(5) Schwarz-Weiß-Denken

Wir betrachten ein Schachbrett ohne Figuren. Eine Änderung der Farben des Brettes nennen wir gültig, falls alle Felder einer Zeile (oder auch Spalte) simultan ihre Farbe wechseln: Aus schwarz wird weiß, aus weiß wird schwarz.

Kann man mit einer beliebigen Folge von gültigen Änderungen erreichen, dass ein einziges schwarzes Feld übrig bleibt? In wie vielen Zügen? Kannst du das beweisen?



(6) Schubladen 2.0

- Unter 13 Personen, gibt es stets zwei, die im selben Monat geboren sind?
- Wie viele Personen braucht es mindestens, damit von diesen sicher:

zwei, drei, oder $n \in \mathbb{N}$

am gleichen Tag Geburtstag haben?

- Wir wählen zufaellig 11 Zahlen aus $\{1, 2, \dots, 20\}$. Zeige, dass es darunter immer zwei Zahlen gibt, sodass die eine in Vielfaches der anderen ist.