

Unterricht 9

(1) Runder Tisch:

Eine Gruppe von 2013 Leuten setzt sich gleichmässig verteilt an einen runden Tisch. Nachdem sie sich hingesetzt haben, bemerken sie, dass an jedem Platz ein Namensschild steht und dass sich niemand an den Platz mit seinem Namen gesetzt hat. Zeige, dass sie den Tisch so drehen können, dass mindestens zwei Personen das richtige Namensschild vor sich haben.

(2) Schulfreunde:

Jeder von $2n + 1$ Schülern wählt eine endliche, nichtleere Menge aufeinanderfolgender ganzer Zahlen. Zwei Schüler sind befreundet, falls sie eine gemeinsame Zahl ausgewählt haben. Jeder Schüler ist mit mindestens n anderen Schülern befreundet. Zeige, dass es einen Schüler gibt, welcher mit allen anderen befreundet ist.

(3) Komische Teiler:

Sei n eine natürliche Zahl. Und sein a_1, \dots, a_n weitere n , beliebige, natürliche Zahlen. Dann gibt es eine Teilmenge von diese Zahlen, dessen Summe durch n teilbar ist.

(4) Freunde:

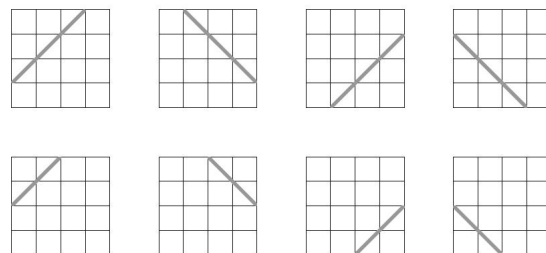
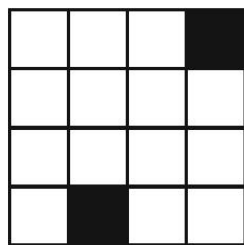
Zeige, dass unter 6 Politikern es immer 3 gibt die untereinander alle befreundet sind, oder 3 die sich untereinander alle nicht mögen.

(5) Ausweissen

Gegeben ist ein 4×4 -Schachbrett, das wie in der Abbildung unten gefärbt ist. Es gibt vier Regeln, nach denen man die Farbe bestimmter Felder ändern darf:

- (R1) Man dreht jede Farbe in einer Reihe um, d.h. in dieser Reihe werden schwarze Felder werden weiss, weisse schwarz.
- (R2) Man dreht jede Farbe in einer Spalte um.
- (R3) Man dreht jede Farbe in einer der beiden Diagonalen um.
- (R4) Man dreht jede Farbe in einer der acht Nebendiagonalen um, die in der Abbildung unten eingezeichnet sind.

Kann man mit diesen Zügen alle Felder des Schachbretts weiss färben?



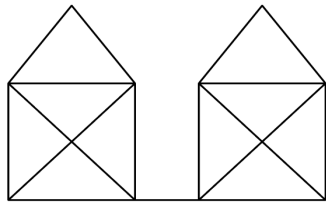
(6)

Kann man die folgenden geometrischen Figuren zeichnen, ohne den Stift abzusetzen und ohne eine Strecke doppelt zu zeichnen?

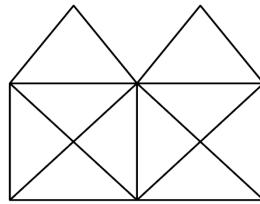
Schafft man es sogar, bis zum Ausgangspunkt zurückzukehren?

Zeichnen Sie da, wo es geht, die eulerschen Touren ein.

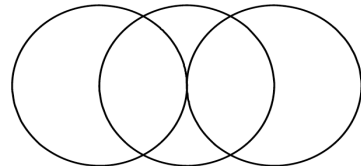
Zeichnen Sie bei den Graphen, die nicht eulersch sind, Touren durch alle Ecken ein, sofern das möglich ist.



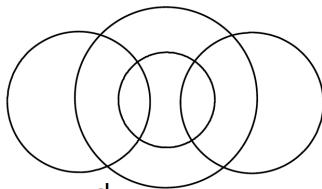
a



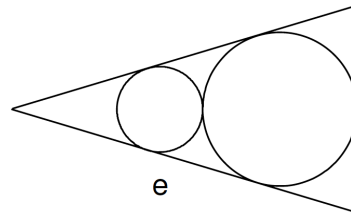
b



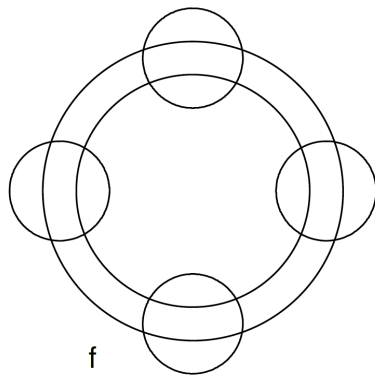
c



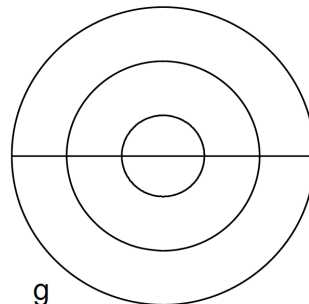
d



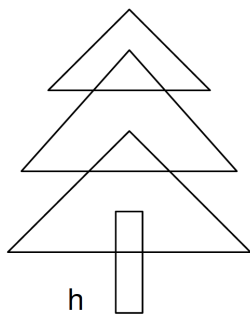
e



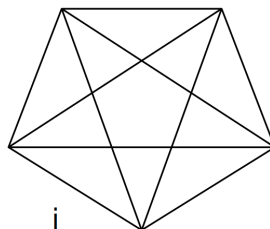
f



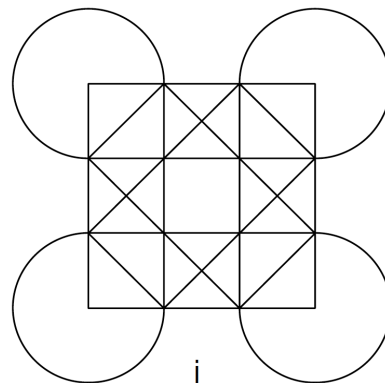
g



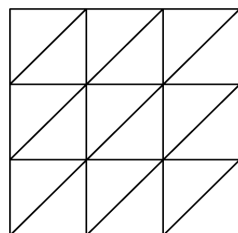
h



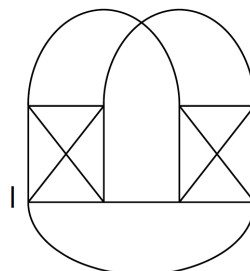
i



j



k



l

(7) **Zahlendreieck**

Stell dir vor, alle natuerlichen Zahlen wuerden nach folgendem Schema aufgeschrieben:

				1					
			2	3	4				
		5	6	7	8	9			
	10	11	12	13	14	15	16		
17	18	19	20	21	22	23	24	25	
26	27	28	...						

In welcher Zeile und in welcher Spalte finden wir die Zahl 2019? Wo steht die 7225?