MSG 2019/2020 — Zirkel 7c

Tommaso Rosati

Unterricht 15

Produktregel: Besteht ein Auswahlprozess aus r Teilprozessen, die *unabhängig* voneinander sind, sodass man im k-ten Prozess genau n_k Wahlmöglichkeiten hat, dann ist die Gesamtzahl der Wahlmöglichkeiten gleich

$$n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_r.$$

Wir verwenden die Produktregel meist unbewusst.

1. **Thomas Mann:**

Zwei Bänder von Thomas Mann, das Erste und das Zweite, stehen nebeneinander in einem Bücherregal. Die Seiten jedes Bandes sind 2cm dick, während die Buchdeckel, vorne und hinten, jeweils 2mm dick sind. Ein Bücherwurm hat das Buch, senkrecht zu den Seiten, von der ersten bis zur letzten Seite durchgegessen. Welche Strecke hat der Bücherwurm zurückgelegt?

2. **Zählen:**

Wie viele Teilmengen besitzt eine n-elementige Menge?

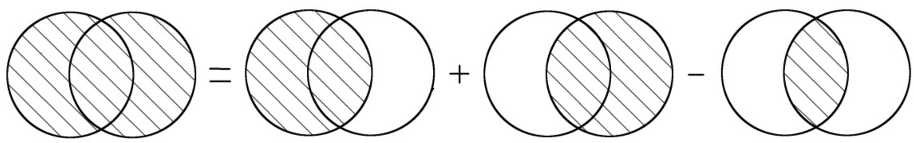
Wie viele Teiler besitzt die natürliche Zahl $p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdots p_r^{a_r}$, wobei p_i verschiedene Primzahlen sind?

Summenregel: Ist $A = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$ eine *disjunkte* Zerlegung der Menge A, dann gilt

$$|A| = |A_1| + |A_2| + \ldots + |A_n|.$$

Ein-/Ausschalt-Formel: Es gilt

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|,$$



3. **Bonbons:**

Wieviele Möglichkeiten gibt es, $n \geq 3$ Bonbons auf drei Kinder zu verteilen, sodass keines der Kinder leer ausgeht (die Bonbons werden dabei als verschieden betrachtet)?

4. **Teiler:**

Wie viele Zahlen n kleiner als 2020 gibt es, die durch 3 oder 4 teilbar sind, aber nicht durch 5?

5. **Permutationen:**
   Wie viele verschiedene Permutationen der Buchstaben folgender Wörter gibt es?
   - VELOS
   - PAPIER
   - BANANE
   - MINIMUM

6. **Basketball:**

   Auf wie viele verschiedene Arten kann man 10 Personen in zwei Basketballteams (je 5 Personen) aufteilen?

7. **Ball, ohne Basket:**

   Seien $k \leq n$ zwei natürliche Zahlen. Auf wie viele Arten kann man k verschiedene Bälle an n kindern verteilen, so dass jedes Kind höchstens ein Ball bekommt?

8. **Sportler:**

   Vier Sportler, Ben, Nico, Eva und Luise, treffen sich für ein Abendessen. Sie sitzen an den vier Kanten eines (quadratischen) Tisches. Unter denen gibt es ein Skater, ein Skier, ein Hockeyspieler und ein Snowboarder.

   Der Skier sitzt an Luises linken Seite.
   Der Skater sitzt gegenüber Ben.
   Nico und Eva sitzen nebeneinander.
   Eine Frau sitzt an der linken Seite des Hockeyspielers.

   Was für ein Sport betreibt Eva?

9. **Karten*:**

   Vier Spieler erhalten je 13 Karten aus einem Spiel mit 52 Karten. Auf wie viele Arten können die Karten verteilt werden?

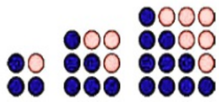
   Sind es mehr als Atome im Universum? Was wenn man 104 (alles unterschiedliche) Karten unter 8 Spielern verteilt?

10. **64**:**

    Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahl 65 als Summe von 10 Ganzen $\geq$1 natürlichen Zahlen, die höchstens 12 sein können, zu beschreiben? Und die 64? (Zerlegungen in denen sich nur die Reihenfolge der Summanden ändert, zählen nicht als unterschiedlich)

11. **Formeln:**

(a) Welcher Zusammenhang zwischen Dreieckszahlen und Quadratzahlen ist unten abgebildet? Formuliere ihn als Gleichung.



(b) Der griechische Mathematiker Diophant (ca. 250 n.Chr.) entdeckte einen Zusammenhang zwischen Dreieckszahlen und Quadratzahlen, der auf dem Bild unten zu erkennen ist. Zeichne auch die entsprechenden Muster für kleinere Anzahlen an Punkten. Welche Gesetzmäßigkeit kannst du hier erkennen? Formuliere eine Gleichung für natürliche Zahlen n, die den Zusammenhang ausdrückt.