

## Unterricht 16

**Produktregel:** Besteht ein Auswahlprozess aus  $r$  Teilprozessen, die *unabhängig* voneinander sind, sodass man im  $k$ -ten Prozess genau  $n_k$  Wahlmöglichkeiten hat, dann ist die Gesamtzahl der Wahlmöglichkeiten gleich

$$n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_r.$$

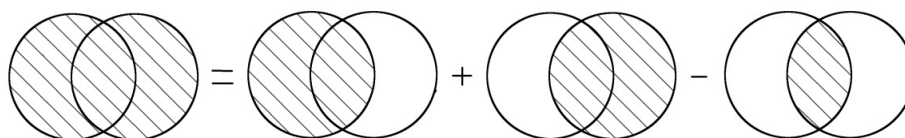
Wir verwenden die Produktregel meist unbewusst.

**Summenregel:** Ist  $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$  eine *disjunkte* Zerlegung der Menge  $A$ , dann gilt

$$|A| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n|.$$

**Ein-/Ausschalt-Formel:** Es gilt

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|,$$



### 1. Bonbons:

Wieviele Möglichkeiten gibt es,  $n \geq 3$  Bonbons auf drei Kinder zu verteilen, sodass keines der Kinder leer ausgeht (die Bonbons werden dabei als verschieden betrachtet)?

### 2. Teiler:

Wie viele Zahlen  $n$  kleiner als 2020 gibt es, die durch 3 oder 4 teilbar sind, aber nicht durch 5?

### 3. Magisches Quadrat

Setze folgende Zahlen in einem  $3 \times 3$  Quadrat, so dass das Produkt von den drei Zahlen auf den drei Zeilen, den drei Spalten und den zwei Diagonalen immer gleich 1 ist:

$$\frac{1}{6}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad 1, \quad \frac{3}{2}, \quad 2, \quad 3, \quad 6.$$

### 4. Vierstellige Zahlen:

Betrachte alle vierstellige Zahlen, die man mit den Ziffern 1, 2, 3 und 4, *ohne Wiederholungen*, bilden kann.

Wie gross ist die Summe von all diesen Zahlen?

## 5. Durchschnitt:

Sieben Freunde sammeln Gartenzwerge. Lucy und Randolph besitzen beide nur ein Zwerg. Georg und Rosa besitzen dagegen 10. Dann kommt Otto mit 12, Laura mit 60 und Luise mit 320 (sie hat einen großen Garten).

Wie viele Zwerge besitzt jeder der sieben Freunde im Durchschnitt?

Gibt es eine Zahl von Zwerge, so dass höchstens 50% der Freunde weniger Zwerge besitzen, und höchstens 50% mehr besitzen?

## 6. Herr Galopp's Pferde:

Herr Galopp besitzt zwei Pferdeställe: In jedem befinden sich am Anfang drei Pferde. An einem Nachmittag wandert Schnellenase, eines seiner Pferde, vom ersten zum zweiten Stall. Herr Galopp war erstaunt zu merken, dass der durchschnittliche Wert eines Pferdes in jedem Stall um 10.000 Euro gestiegen ist.

Schnellenase ist selber 250.000 Euro wert. Wie viel sind die Pferde insgesamt wert?

## 7. Primzahlen vergessen?

Finde alle Primzahlen zwischen 1 und 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Finde und formuliere ein Verfahren, mit der man von 1 aufsteigend für jede Zahl prüfen kann, ob sie eine Primzahl ist oder nicht – so dass man am Schluss beispielsweise eine Liste der Primzahlen von 1 bis 100 erhält.

Gegeben sind  $n$  Primzahlen, die wir  $p_1, p_2, \dots, p_n$  nennen. Findest du eine Zahl, die durch *jede* dieser Primzahlen teilbar ist? Durch welche dieser Primzahlen ist ihr Nachfolger teilbar?

Welchen Rest kann eine Primzahl modulo 6 lassen?

Ein Primzahlzwilling sind zwei Primzahlen, zwischen denen nur eine weitere Zahl liegt. Finde einige Primzahlzwillinge.

Ein Primzahltrilling sind drei Primzahlen, für die zwischen der ersten und der zweiten und der zweiten und der dritten Zahl jeweils nur eine weitere Zahl liegt. Gibt es Primzahltrillinge? (Wenn ja: Wie viele? Wenn nein: Warum nicht?)

## 8. Vermutung:

Euler hat, im Jahr 1758, ein Zusammenhang zwischen den Zahlen von Ecken, Kanten und Flächen in einem Konvexen Polyeder bewiesen. Kannst du anhand deiner Modelle den Zusammenhang wiederherstellen?