

Tommaso Rosati

## Aufgaben 19

### 1. Schubfächer:

- Auf einem  $3 \times 3$  Quadrat steht auf jedem Feld entweder eine 1, 0 oder  $-1$ . Wir berechnen von jeder Zeile, Spalte und Diagonale die Summe. Zeige, dass eine Summe mindestens zweimal auftritt.
- Was ist wenn man die Summe der Diagonalen nicht betrachtet?

### 2. Satz von Thales:

Der Satz von Thales besagt folgendes:

*„Konstruiert man ein Dreieck aus den beiden Endpunkten des Durchmessers eines Halbkreises (Thaleskreis) und einem weiteren Punkt dieses Halbkreises, so erhält man immer ein rechtwinkliges Dreieck.“*

- Zeichne zwei Punkte und den Thaleskreis durch diese Punkte. Zeichne dann ein Dreieck wie vom Satz vorgegeben.
- Kannst du den Satz beweisen?
- Nehme nun einen vierten Punkt im Inneren (nicht auf dem Rand) des Halbkreises. Zusammen mit den ersten zwei Punkten erhältst du einen zweiten Dreieck. Betrachte nun den Winkel beim dritten Punkt. Ist er kleiner oder größer als  $90^\circ$ ? Kannst du das begründen?
- Was ist wenn sich der vierte Punkt im äußeren des Dreiecks befindet?

### 3. Thales reloaded:

Gegeben sind zwei beliebige Vierecke. Einer ist konvex (das bedeutet, dass wenn man zwei beliebige Punkte  $P, Q$  im Viereck wählt, dann auch die Linie zwischen  $P$  und  $Q$  im Viereck liegt), und einer nicht. Wir zeichnen über jede Seite den entsprechenden Thaleskreis ein.

- Zeichne zwei Beispiele für solche Vierecke.
- Welche der beiden Arten von Vierecken lassen sich allgemein durch den vier Kreisen vollkommen bedecken? Beweise deine Aussage oder gebe ein Gegenbeispiel.

- Welche der beiden Arten von Vierecken lassen sich allgemein durch zwei von den Kreisen vollkommen bedecken? Beweise deine Aussage, oder gebe ein Gegenbeispiel.

#### 4. Nach Jena:

40 Züge sind an einem Tag zwischen Freiburg, Göttingen, Hamburg, Ingolstadt und Jena gefahren. So sind sie aufgeteilt:

10 Züge nach oder von Freiburg.  
 10 Züge nach oder von Göttingen.  
 10 Züge nach oder von Hamburg.  
 10 Züge nach oder von Ingolstadt.

. Zugverteilungstabelle

Wie viele Züge sind nach oder von Jena gefahren? Begründe warum es keine weiteren Möglichkeiten gibt.

#### 5. Der Größte Rest.

Welcher ist der größte Rest den man bekommen kann, wenn man eine zweistellige Zahl durch ihre Quersumme teilt?

#### 6. Lotto:

Einmal Lottospielen kostet 1 Euro. Dabei wählt man 6 Zahlen von 1 bis 49. Man gewinnt, wenn genau die selben Zahlen in der Ziehung am Abend vorkommen.

- Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mit einem Spiel gewinnt?  
*(Tip: Versuche es erst im vereinfachten Lotto, wo man 2 von 5 Zahlen wählt, und beachte, dass die Reihenfolge der Zahlen nicht wichtig ist)*
- Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass man mit zwei Spielen gewinnt?
- Heute kann man im Lotto 1.683.496,80 Euro gewinnen. Lorenz kauft 1.683.496 Lottoscheine. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die 80 Cent Profit macht?

*Eine Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis ist eine Zahl zwischen 0 und 1, wobei 1 bedeutet, dass das Ereignis mit Sicherheit vorkommt und 0, dass es mit Sicherheit nicht vorkommt. Wir zählen Wahrscheinlichkeiten durch die Formel:*

$$\text{Wahrscheinlichkeit} = \frac{\text{Zahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Gesamtanzahl der Ergebnisse}}.$$

### 7. Zum Nachdenken:

Lorenz spielt ein weiteres Spiel. Hier gibt es eine Wahrscheinlichkeit  $p \in (0, 1)$ , dass man doppelt die Summe gewinnt, die man wettet. Lorenz hat folgende Idee. Er spielt erst 1 Euro, und spielt weiter bis er das erste Mal gewinnt. Dabei verdoppelt er immer seine Wette (das zweite Mal wettet er 2 Euro, dann 4, dann 8, usw.).

- Ist es möglich, dass er niemals gewinnt? Gibt es ein Zeitpunkt ab dem er sicherlich gewinnt? Begründe deine Antwort.
- Wenn er das erste Mal gewinnt, wie viel Profit hat er gemacht?
- Nehme an,  $p$  ist klein (z.B. wie in der Aufgabe oben). Was könnte problematisch sein, wenn man versucht das Schema von Lukas zu verwirklichen?

### 8. Primzahlenwürfel:

Der abgebildete Würfel ist speziell. Die summen einander gegenüberliegender Zahlen sind allesamt gleich. Außerdem sind drei Zahlen, die der 14, 18 bzw. der 35 gegenüber liegen, Primzahlen.

Welche Zahlen stehen auf den Flächen des Würfels. Begründe, warum es die einzige Möglichkeit ist.

