

Линейное программирование 2019 - 2020

HW1

1. Привести ЗЛП к каноническому виду

$$Z = 5x_1 - 2x_2 + 6x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 7x_3 \geq -2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 1 \\ -3x_1 + 6x_2 - x_3 \leq -5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Известно решение канонической задачи $\tilde{Z}_{max} = \tilde{Z}(2.3125; 0; 0; 1.9375; 0; 2.1875; 0) = 0.0625$
Найти решение исходной задачи.

2. Привести ЗЛП к каноническому виду

$$Z = 7x_1 - 4x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq -1 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = -2 \\ x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Известно решение канонической задачи $\tilde{Z}_{max} = \tilde{Z}(0; 0.875; 0; 0.25; 9.5; 0) = -5.375$
Найти решение исходной задачи.

3. Решить графически систему линейных неравенств и найти координаты всех вершин области решения.

$$a) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_1 + 2x_2 \geq 14 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 \geq 0 \\ x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ 2x_1 - x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответы:

1. $Z_{min} = Z(2.3125; 0; -1.9375) = -0.0625$

2. $Z_{max} = Z(-0.875; 0; 0.25) = -5.375$

3. a) (0; 0); (0; 3); (4; 5); (6; 4); (8; 0)

b) (4; 5); (6; 4); (5.2; 5.6)

c) (0; 0); (4; 3); (6; 2); (5; 0)

HW2

1. Решить ЗЛП графическим методом

a) $Z_1 = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

b) $Z_2 = 6x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - 3x_2 \geq -9 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: a) $Z_{1max} = Z_1^* = Z_1(3; 4) = 18$ b) $Z_{2max} = Z_2^* = Z_2(6; 0) = 36$

2. Решить ЗЛП графическим методом

$$a) Z_1 = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$b) Z_2 = -2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$c) Z_3 = -x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $a) Z_1 \uparrow$ $b) Z_{2\max} = Z_2^* = Z_2(1; 4) = 2$ $c) Z_{3\min} = Z_3^* = Z_3(3; 0) = -3$

HW3a = ДОМТЕСТ3

1. Компания производит два вида продукции – Продукт 1 и Продукт 2. Для производства каждого продукта требуется три вида ресурсов - Ресурс А, Ресурс В и Ресурс С.

На единицу Продукта 1 требуется 2 единицы Ресурса А, 4 единицы Ресурса В и 0,5 единицы Ресурса С;

На единицу Продукта 2 требуется 3 единицы Ресурса А, 3 единицы Ресурса В и 0 единиц Ресурса С;

Для компании доступны 24 единицы Ресурса А, 36 единиц Ресурса В и 4 единицы Ресурса С;

а) Какое количество продукции каждого вида необходимо произвести для получения максимальной прибыли, если прибыль за единицу Пр.1 и Пр.2 равны соответственно \$30 и \$40? Какова будет величина полученной прибыли?

б) Пусть прибыль за единицу Пр.1 фиксирована. В каких пределах может меняться прибыль за единицу Пр.2 так, чтобы оптимальное решение оставалось в точке пересечения тех же границ ОДР?

с) Найти теневые цены для каждого ресурса задачи, то есть величину изменения прибыли при увеличении соответствующего ресурса на единицу.

HW3b

Найти все базисные опорные решения следующих СЛУ

$$1. \begin{cases} 2x + y + t = 10 \\ 2x + 5y + s = 18 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x + y + t = 14 \\ 2x + 5y + s = 25 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

HW4

Решить ЗЛП а) графическим методом; б) симплекс-методом

1. $Z(X) = 2x + 2y \rightarrow \max;$

$$\begin{cases} 6x + 5y \leq 17 \\ 4x + 9y \leq 17 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(2; 1) = 6$

2. $Z(X) = 4x + 5y \rightarrow \max;$

$$\begin{cases} x + 2y \leq 10 \\ -x + 2y \leq 4 \\ 3x - y \leq 9 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(4; 3) = 31$

Решить ЗЛП симплекс-методом

3. $Z(X) = x + y + z \rightarrow \max;$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z \leq 12 \\ 2x + 4y + z \leq 16 \\ x \leq 6 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(6; 0,6; 1,6) = 8,2$

4. $Z(X) = x - y + 3z \rightarrow \max;$

$$\begin{cases} -x + 2y + z \leq 2 \\ x + 3y + z \leq 6 \\ x + y - z \leq 2 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(2; 0; 4) = 14$

5. $Z(X) = 2x - 3y - 2z \rightarrow \max;$

$$\begin{cases} 3x - y + z \leq 3 \\ x + 2y - z \leq 4 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(0; 0; -4) = 8$

HW5

Решить ЗЛП М-методом

1. $Z(X) = x + y \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x + 3y \geq 6 \\ 2x + y \geq 7 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(3; 1) = 4$

2. $Z(X) = x - 3z \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x + y + z \leq 5 \\ -x + 3y + 6z = 6 \\ -x + y + 2z \geq 1 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(1,5; 2,5; 0) = 1,5$

3. $Z(X) = 3x + y + 2z \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y \leq 1 \\ x - y + z \geq 1 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(1; 0; 2) = 7$

4. $Z(X) = -2x + 3y - 5z \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x + 2y + z \leq 1 \\ x - y + 2z \geq 5 \\ -x + y + z \leq 3 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(11; 6; 0) = -4$

5. $Z(X) = 2x + y + z \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x + y - 2z \leq 4 \\ 3x + 2y + z \leq 2 \\ 2x - y + z \geq 1 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(0; 0; 2) = 2$

6. $Z(X) = 2x - 3y + 5z \rightarrow \min;$

$$\begin{cases} -x + 2y + z \leq 1 \\ x - y + 2z \geq 5 \\ -x + y + z \leq 3 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(11; 6; 0) = 4$

HW6

Решить ЗЛП, используя решение двойственной задачи

1. $Z(X) = 2x_1 + 3x_2 - x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z\left(0; 0; \frac{4}{3}\right) = -\frac{4}{3}$

2. $Z(X) = 9x_1 + 8x_2 + 21x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 5 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 30 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(5; 15; 0) = 165$

3. $Z(X) = 5x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, 4 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(2,5; 0; 0; 1) = 13,5$

4. $Z(X) = 5x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, 4 \end{cases}$$

Ответ: $Z^* = Z(1; 0; 1; 0) = 9$