

3 Контрольная работа
Часть 3.

-Ф.И.О.: Хасан 2 Хай.
Группа: БИ411С.
Вариант IV^о 32.

$$W^o 4: \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n(n-1)(n+3)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-1)(n+3)}$$

$$\frac{1}{(n-1)(n+3)} = \frac{A}{n-1} + \frac{B}{n+3} = \frac{A(n+3) + B(n-1)}{(n-1)(n+3)}$$

$$A(n+3) + B(n-1) = 1.$$

$$\Leftrightarrow (A+B)n + 3A - B = 1.$$

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 3A-B=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1/4 \\ B = -1/4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{(n-1)(n+3)} = \frac{1}{4(n-1)} - \frac{1}{4(n+3)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+3} \right)$$

$$+) n=2 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{5} \right)$$

$$+) n=3 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right)$$

$$+) n=4 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} \right)$$

$$+) n=n-1 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-2} - \frac{1}{n+2} \right)$$

$$+) n=n-2 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-3} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$+) n=n-3 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-4} - \frac{1}{n} \right)$$

$$+) n=5 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right)$$

$$+) n=6 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} \right)$$

$$+) n=7 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10} \right)$$

$$+) n=n-4 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-5} - \frac{1}{n-1} \right)$$

$$+) n=n-5 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-6} - \frac{1}{n-2} \right)$$

$$+) n=n-6 \Rightarrow \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-7} - \frac{1}{n-3} \right)$$

$$S_n = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) + \dots + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} \right) + \dots +$$

$$+ \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-5} - \frac{1}{n-1} \right) + \dots + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-2} - \frac{1}{n+2} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+3} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{n-6} + \frac{1}{n+5} + \frac{1}{n-2} + \frac{1}{n-1} \right) - \left(\frac{1}{5} + \right.$$

$$\left. \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{n-2} + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} \right) \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = \frac{25}{48}$$

W^c 5.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n^2}{\left(3 + \frac{1}{n}\right)^n}\right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{n^2}{\left(3 + \left(\frac{1}{n}\right)\right)^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin(n^2 (3 + \frac{1}{n})^{-n})$$

$$= n^2 (3 + \frac{1}{n})^{-n}.$$

Применим радикальный признак Коши:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{3 + \frac{1}{n}}} = 1, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3 + \frac{1}{n}} = 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} < 1$$

\Rightarrow ряд сходится.

W^c 6: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{4^n n \ln^2 n} \Rightarrow a_n = \frac{x^{2n-1}}{4^n n \ln^2 n}$

$$\Rightarrow a_{n+1} = \frac{x^{2n+1}}{4^{n+1} (n+1) \ln^2(n+1)}$$

$$+ \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x^{2n+1}}{4^{n+1} (n+1) \ln^2(n+1)} \cdot \frac{4^n \cdot n \cdot \ln^2 n}{x^{2n-1}} \right|$$

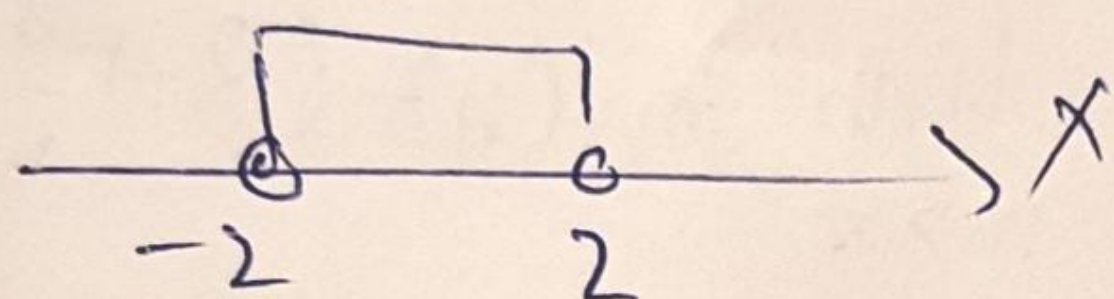
$$\hat{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x^2 \cdot n \cdot \ln^2 n}{4(n+1) \ln^2(n+1)} \right| \hat{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \log^2(n+1)}{4n+4}$$

~~$\lim_{n \rightarrow \infty}$~~ ~~$\log^2(n+1)$~~

$$= x^2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log^2(n+1)}{4 + \frac{4}{n}} \rightarrow 1$$

$$= \frac{x^2}{4}.$$

a) Ряд сходится $\rightarrow \frac{x^2}{4} < 1 \Leftrightarrow x^2 < 4 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$



b) $x = -2 \Rightarrow$ Ряд имеет вид: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-2)^{2n-1}}{4^n \cdot n \ln^2 n}$ - расходится.

c) $x = 2 \Rightarrow$ Ряд имеет вид: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{2n-1}}{4^n \cdot n \ln^2 n}$ - сходится.

\Rightarrow Область сходимости: $x \in (-2; 2]$.