

Matematik; biçimlerin, sayıların ve niceliklerin yapılarını, özelliklerini, aralarındaki bağıntıları tüm-dengelimli akıl yürütme yoluyla inceleyen ve aritmetik, geometri, cebir gibi dallara ayrılan bilime verilen addır. Matematikğin ne olduğu hakkında az da olsa merakı olan ve bu konuda temel düzeyde araştırma yapma girişiminde bulunmuş birinin karşılaşacağı ilk şey bu tanım olacaktır. Psikoloji hakkında bir şeyler okumayı seviyorum, sadece baş parmakları cebinde olduğunda insan çevresine ne mesaj vermek istiyor ya da elin belde olması ne gibi duygu karmaşalarının yansımasıdır gibi şeyler hakkında okumak ve öğrenmek güzel geliyor bana. Yine bu tarz bir yazı okurken öğrendiğim bir şey ilk izlenim kavramıydı. İlk izlenimin kendimce tanımını yaparsam herhangi bir şey hakkında onu ilk gördüğümüz anda düşündüğümüz şeydir. Değiştirilmesi emek ister. Eğer okula yeni gelen bir sınıf arkadaşınız olduysa onun hakkındaki düşünceleriniz onunla iletişim kurmadan önceye kadarki süreçte yalnızca onun sınıftan ilk giriş anında sizde bıraktığı ilk izlenimdir. Gelmeye çalıştığım bir nokta var. Bu uzun ve görece karmaşık tanım matematik konusunda hevesleri olan ve bu konuda kendine bir şeyler katmak isteyen insanlar için pek davetkar değil. Kanımca bir insanın matematik hakkında ilk duyduğu şeyler daha eğlenceli olmalı.

Ben bir konuda hedef kitlenin ilgisini çekmenin yolunun benzetmeden geçtiğine inanıyorum. Bu şekilde daha ilgi çekici ve davetkar olabilir. O yüzden ben matematikğin bu tanımını kullanmak yerine matematikği kırmızı mandal olarak tanımlamak istiyorum. Bu tanımın sebebini yazımızın ilerleyen bölümlerinde göreceksiniz. Ama öncelikle matematikğin karakterini ve insanların matematikğe karşı yönelimlerini konuşalım. Matematik için temelde 3 seçenek olduğunu savunuyorum. Öncelikle azınlık kısmı oluşturduğunu düşündüğüm seçenekle başlayacağım çünkü savundukları şey saçma, yanlış, akıl dışı ya da aksine kanıtlanabilir ve oldukça mantıklı olsun. Senaryonun içeriğine bağlı olmaksızın azınlıkta yer alanların çoğunluk etkisinden en minimal düzeyde etkilendiklerini düşünüyorum. Bu yüzden olacak ki azınlık kavramı hep ilgi çekici gelmiştir. Bahsettiğim grup matematikğe karşı saf sevgi besleyen, ister ilk tanışmalarından beri olsun isterse sonraları başlamış olsun matematikle bir yakınlık kurmayı başaramış ve onu hayatının bir parçası yapmış insanlar. Bu insanların bir kısmı doğuştan bu yana matematikle hep ilgilidir ve hayatları boyunca bu ilgiyi sürdürürler. Geri kalanları ise akademik yönelimleri ya da çeşitli hayat tercihleri sonucu matematikle yolu kesişmiş insanlardır. Hangisi olduğu çok fark etmez bu insanlar birlikte eğlendiğimiz ağladığımız, kavga ettiğimiz, aşık olduğumuz, nefret ettiğimiz ya da çatıştığımız bu fani dünyanın sınırlarını aşmış ya da sınırlarını belirlemiş insanlardır. Sonlu hayattaki sonsuzluk kavramına ulaşabilmiş ve sonlu hayattaki sonsuzluğu kağıt üzerinde birkaç ifadeye kadar indirgemiş insanlardır. Çevremize baktığımızda gördüğümüz çoğu nesnenin çalışma biçimi ve işleyişinin açıklaması bu adamların çalışma masasının üzerinden geçmiştir. Yazımızın ilerleyen kısmında tarih boyunca bu grupta bulunmuş ve çalışmalar yapmış kişiler ve uygarlıklar ana konularımızdan birisi olacak. Ama bundan önce kalan iki grup insan hakkında konuşmalıyız. Konuştuğumuz şeyler insanların matematik hakkındaki düşünceleri bahsettiğim şeyin insanları matematikçiler ve diğerleri olarak ayırmak olmadığını kavramakta fayda görüyorum. 2. grup 1. gruptaki insanların düşüncelerinin zıttı yönde düşüncelere sahip olan insanları kapsıyor. Matematikğin

temel düzeyde insan kullanımı için olan kısmı hariç koca bir saçmalık olduğunu düşünen insanlar topluluğu. Bu insanlar matematikle yanlış tanıştıkları için yahut matematikle doğru tanıştıkları halde ilgilerini çekecek bir uğraş olmadığını düşündükleri için matematik ile aralarındaki mesafeyi her zaman korumuş insanlardır. Tabiri caizse matematik kendi problemlerini kendisi çözsün düşüncesine sahiptir bu insanlar. Ama bu insanlar yararsız ya da vasıfsız değildir. Her insan matematikle uğraşmak ya da ilgilenmek zorunda değildir. Kötü yemek yapan birinden yemek yapmasını isteyemezsiniz ama bu aynı zamanda iyi yemek yapan birinin aşçı olmak zorunda olduğu anlamına da gelmez. Matematikle ilgili ciddi potansiyele sahipken matematikle yanlış tanıştırılan insanlara üzümle beraber matematik konusunda başarılı olan birisinin matematikle uğraşmak zorunda olmadığını ve aynı zamanda matematik konusunda başarısız insanların farklı alanlardaki başarıları konusunda desteklenmesi gerektiğini savunuyorum. Çünkü istemediği şeyleri birine yaptırmak her zaman zordur. Belki bir matematikçinin yıllardır üzerinde çalıştığı bir denklemi kolayca çözebilecek bir genç vardır fakat o genç için işler hiç de öyle değildir. Bunu en iyi şekilde açıkladığını düşündüğüm 1997 yapımı Good Will Hunting You filmi de bu durumu anlamak için çok güzel bir örnek niteliğinde. Matematik konusunda yıllarını harcamış ve bu alanda ciddi ödüller almış bir profesör zorlu matematik denklemlerini kendisinden çok daha kısa sürede çözebilen dahi bir genci keşfeder fakat başrolünde olduğu hayatın çok farklı şekilde sürüklediği bu genç matematikle mutlu olmamaktadır. 3. gruba verdiğim özel bir isim var: "Matematik Münafıkları". "Münafık" kelimesinin anlamını bilirsiniz. Dışarıdan göründükleri insan ve aslında oldukları insan olarak ikiye ayrılan insanlardır münafık insanlar. Matematik münafıkları ise matematikğin araç olarak kullanılabileceği düşüncesini farklı yorumlamış ve matematikği hedeflerine giden yolda bir ya da birkaç basamaktan oluşan bir merdiven olarak tanımlayan insanları kapsıyor. Bir nevi matematikğe zorunlu kalmış insanlardır. Bu insanlar iki tarafın da esir olduğu bir esaret halindedirler. Yanındakiyle yaşayıp aklındakiyle ölen insanlar da bu gruptadır. Basketbol konusunda mükemmel bir yeteneğe sahip olduğu halde diferansiyel denklemleri potasında eriten bir genç ya da mükemmel bir sol kanat oyuncusu olup topu ağlarda buluşturduğu rüyalar gören ama hayatın ona farklı ağlar ördüğü başka bir genç. Mükemmel bir diksiyon ve sesi aynı anda kendisinde bulunduran fakat matematik dayatması karşısında sesi kesilen bambaşka bir genç daha burada. Bu gençler de matematik münafıkları kategorisinde bulunsalar

bile ben onlar için ayrı bir alt başlık açıyorum: “Sistem ve toplum mağdurları”. Matematiğin insanlarda bırakabileceği potansiyel etkileri ve seçenekleri konuştuğumuza göre yavaş yavaş matematiğin benimle olan bağına ve kırmızı mandallara doğru bir yolculuğa çıkalım. Matematikle hikayemiz küçüklüğümde başlıyor. Genel anlamda geçen diğer günlerden farkı olmayan bir gün. Gözlerimi yine aynı odada açıyorum karşı duvarda yine aynı analog saat var. Bunu yapabilmenin verdiği zevkle saatin kaç olduğuna bakıyorum. Bu sırada güzel kokular almaya başlıyorum. Bir yandan hikayemizdeki Eren kahvaltısını ederken ben size bugünün diğer günlerden farklı olan tek yönünden bahsedeyim. Bugünün, daha doğrusu bu günlerin ismi matematik günleri. Henüz okula gitmiyorum ve henüz pek arkadaşım yok ama aynı zamanda üzerimde temel anlamda

matematik işlemlerini ve okuma yazmayı öğrenmiş olmanın verdiği tarif edilemez heves var. Bu günleri bu denli sevmemin sebebi de zaten bu. Bugün komşumuza gitme günü. Seviniyor olmamın sebebi komşumuzu çok seviyor olmam falan değil. Aslında o evde sevdiğim iki makine var, iki mandal makinesi, iki renkli mandal parçası ve bir adet mandal yayını üzerine koyup kolu çektiğinde sana bir tane renkli mandal hediye eden o makinelerden bahsediyorum. Bu mandallar birbiri ardınca hızlıca oluşup giderken ben de evde kendi kendine oynayan çocuk rolündeyim. 1 mandal, 2 mandal, 3 mandal, 4 mandal, 5 mandal ve evet, 24. mandal da işte burada. Mandalların sayısı 24’e ulaştığında bant ve karton görürsünüz çünkü 24 mandal her zaman bir paket mandal yapar. Ve bu mandallar paketlere 12 kırmızı 4 sarı 4 yeşil ve 4 mavi olarak yerleştirilir. Bu dağılımın sebebini hep merak etmiş olsam da cevabını ya öğrenemedim ya da öğrendim fakat anımsamıyorum. Sayıca fazla olmalarından olacak ki en sevdiğim mandallar kırmızı olanlardı. Gün boyu mandallar gözlerimin önünde yığılıp artarken ben onları yakalamaya ve saymaya çalışırdım.

İlk birkaç saat acemi davrandıktan sonra paket sayısını kullanarak mandalları çok daha rahat sayabildiğimi fark ettim. Devrim gibiydi; çarpmaya tam da bu sebepten ihtiyaç duymuşlar, dedim kendi kendime. Her geçen güne göre, renk renk hangi mandallardan daha az ya da daha fazla yapmış olmamız benim için önemli bir değişkendi. Annem zihnimi yormaması için saymamı istemiyor olsa da ona sürekli bu sayıları ciddi bir ses tonu ve kendinden emin tavırla söylerdim. İşte bu yüzden o uzun tanımları kullanmak yerine bana matematiği sevdiren şeyi matematiğin tanımı olarak kullanacağım. Kırmızı bir mandaldır matematik. Hem bu tanımları kim sevmeyebilir ki? Sarı, yeşil ya da mavi mandal tanımları da hoş olabilir ama hepsinin o uzun, soğuk ve karmaşık tanımlardan daha eğlenceli olduğunu düşünüyorum. Bu yazımızın buradan sonraki kısmında; bahçesini hasat etmiş bir köylünün bu yılki hasadı, karmaşık bir problemin çözümü, evrenin teorik olarak açıklaması, sonlu hayat içinde sonsuzluğu belirten bir x sayısı olabilmesi ya da aslında bir eldeki parmakların sayısı kadar basit olması gibi tüm bu durumları bünyesinde barındıran kırmızı bir mandaldan bahsedeceğiz. Yazının buraya kadarki kısmında tüm uğraşımız tanımlardan ve kesin kalıplardan kurtulma yönündeydi. Sen de özgür ve rahatlamış hissediyorsan asıl kısma geçiyoruz.

İnsanoğlu, canlı varlıklar arasında en şerefli kabul ediliyor. Bu şeref ona verilmiş irade ve akıldan geliyor. Aklın sınırlarını her geçen gün genişleten insanoğlunun matematikle ilk etkileşimleri tahmin edilebileceği üzere antik devirlerde sayma ile başlamıştır. Buna kanıt olarak sayma çömleri, sayma kemikleri, geometri ve saymaya karşı ilgi duyulduğunu belirten mağara resimleri gösterilmektedir. Sayma etkinliğine dair ilk kanıtların Yontma Taş Devri’ne ait olduğu savunulmaktadır. İlk keşfedilen sayma kemiği 1937’de Orta Avrupa’da, Moravya Vestonica’da bulunmuştur. Bu kemik genç bir kurdun ön kol kemiğidir ve üzerinde beşerli olarak ayrılmış 25 çentik ve 30’lu bir grup olarak ayrılmış toplam 55 çentik bulunmaktadır. Bir diğer örnek olan Lebombo Kemiği’nin üzerinde 29 çentik bulunmaktadır. Arkeologlar bu kemiklerin belirli sayıları temsil ettiklerini, hatta takvim tutmak için kullanıldıklarını düşünmektedirler. Kemikler üzerine çizilen bu çentiklerin tam olarak neyi, hangi nesneyi temsil ettiklerini bilmesek de bu çentiklerin insanoğlunun zihnindeki sayı kavramının bir yansıması olduğu kesindir. Yazılı metinlerde ve anıtlarda bulunan bu matematiksel faaliyetler Antik Mısır ve Mezopotamya’ya aittir. Bu uygarlıklarda matematikle ilgili temel amaç doğadaki tekrarları tespit edip kaydetmektir. Birikimsel bir ilerleme de ancak bu şekilde mümkün olacaktır. İki uygarlığın da bu amaç doğrultusunda hazırladıkları takvimleri bulunmaktadır. Geometrinin doğuşu ise yine Antik Mısır’da olmuştur. Nil Nehri taşkın mevsimini geçirdikten sonra çevre arazilerin sınırları bozulmaktaydı. Bu yüzden kraliyet, “ip gericileri” ismini verdiği kişileri görevlendirdi. İp gericileri arsaların kayıtlarını tutar ve bu kayıtlar doğrultusunda, iplerini gererek yeri ölçerlerdi. Arsaların sınırlarını adaletli biçimde yeniden belirlerlerdi. Matematikle ilgili ilk örnekleri veren bir diğer uygarlık Mezopotamya Uygarlığı olmuştur. Mezopotamyalılar kayıt aracı olarak kil tabletler kullanmaktaydılar. Bu coğrafyada bugüne kadar yarım milyondan fazla tablet çıkarılmıştır. Bu tabletlerden yalnız Hammurabi Hanedanlığı döneminden ve Selevkos İmparatorluğu döneminden kalan birkaç yüz tanesi matematik ile ilgilidir. Mezopotamya Uygarlıkları ticaretle çok ilgilenmiş ve dolayısıyla aritmetik iki ve daha fazla değişkenli denklemler ve bunların uygulamaları ile uğraşmışlardır. Ancak Mezopotamyalıların asıl matematik kabiliyetlerini onların astronomi eserlerinden öğrenmekteyiz. Matematikle ilgili ilk çalışmaları yapan ve birikimsel ilerlemeyi sağlayan bu uygarlıklardan çok kısa söz etmiş olsak da mo-

dern matematiğin getirdikleri, bizi onun hakkında konuşmaya doğru itiyor. Bu yüzden yazımızın son ve bence en etkileyici kısımlarına girerken aklın sınırlarını zorlayan modern matematik ürünlerinden bahsedeceğiz. Pi sayısı ile başlamak istiyorum. Archimedes'den beri yüzlerce yıldır matematikçilerin ve diğer bilim insanlarının merak ve ilgiyle üzerinde çalıştıkları bir konu olmuştur. British Museum'da hâlen kalıcı bir koleksiyonda bulunan Antik Mısır'a ait bir papirüste d çaplı bir dairenin alanının $(d - d/9)/2$ olduğu tahmin edilmiştir. Bugünkü bilgilerimize göre d çaplı bir dairenin alanı $\pi(d/2)^2$ olduğundan Ahmes'in bulduğu sonuçla karşılaştırıldığında ve gerekli sadeleştirmeler sonucunda π sayısının o zaman hesaplanan yaklaşık değeri $\pi = 256/81 = 3.1605$ olarak bulunur. Bu değer 3700 yıl öncesi düşünüldüğünde oldukça iyi bir yaklaşımdır. Bu değer Pi'nin doğru değerinden 0.01'den daha küçük bir hata ile bulunmuştu. Peki nedir bu pi sayısının sırrı? Pi sayısı, bir dairenin çevresinin çapına bölümü ile elde edilen irrasyonel matematik sabitidir. Pi sayısı tarih boyunca birçok insanı meşgul etmiş ve büyülemiştir. İngiliz matematikçi Augustus De Morgan'a göre Gizemli 3,14159... sayısı her kapıdan, pencereden ve bacadan içeri giriyor. Günümüzde en uzun Pi hesaplama rekoru Fabrice Bellard tarafından hesaplanmıştı ve

2 trilyon 700 milyar rakamdan oluşuyordu. Pi sayısı 1.24 trilyonuncu basamağına kadar hesaplandı ki bu hesaplanan rakamı bile bilgisayara yazmak için 310 milyon sayfa, 2.4 TB harddisk yeri gerekti. Fakat titiz mühendisler için Pi'nin virgülden sonraki 7 basamağı dahi yeterli olurken NASA'da çalışan bilim insanları, Uluslararası Uzay İstasyonu ile ilgili görev ve değerlendirmeleri için 3.141592653589793'ü kullandılar. Yani Pi sayısının 15 ondalık basamağı yeterliydi. Çünkü bu kadar basamak, bu uzaklıktaki bir cismin (408 km yukarıda) konumunun belirlenmesinde yeterince hassas sonuçlar veriyor. Pi sayısının virgülden sonraki basamaklarını düşünmek bile kafamızda sonsuzluk denen düşüncenin belirmesine yol açıyor. Sonlu bir dünyada sonsuzluk kavramı da nereden çıktı? Sonsuzluk denen kavramı kafada oturtmak kolay bir uğraş değildir. Sonsuzluk kavramı düşünce tarihinin en eski problemlerinden biridir. Matematikçiler ve filozoflar Antik Yunan'dan beri "sonsuz" ve "sonsuzluk" üzerine kafa yormuşlardır. İnsanlar "var olan"ın ötesine geçip "var olabilecek olan"ı düşünmeye başladıkları andan itibaren sonsuz kavramı insan aklındaki yerini almıştır. Günlük hayatta kullanılan sonsuzluk kavramının tam olarak ne olduğu bilinmiyor ve hatta tartışmalara konu oluyor olsa dahi matematikte sonsuz sözcüğü kesin bir anlama sahiptir. Sonsuz fikri kavranması zor bir fikir gibi görünmektedir. Bunun nedeni ilk bakışta bütün insani deneyimlerin ötesinde olmasıdır. İnsan beyni sadece alıştığı şeyleri çok rahatlıkla anlayabilir. Her şeyin bir başlangıcı ve sonu olduğu düşüncesi de alışılmışlığın bir göstergesidir. Matematikteki "sonsuz" kavramına açıklık getirilmesinin püf noktası şudur: "Sonlu"nun ne demek olduğunu anlarsak, "sonsuz"un da ne demek olduğunu anlarız, çünkü "sonsuz", "sonlu"nun karşıtıdır, sonlu olmayana sonsuz deriz. Geçen yüzyılda, matematiğin sonsuzluk kavramını Alman matematikçi Georg Cantor (3 Mart 1845 - 6 Ocak 1918) biçimselleştirdi. Cantor'a göre sonsuz bir sıfattır. O gün bu gün, matematikçiler "sonsuz"u isim olarak değil, sıfat olarak kullanırlar. Öncelikle $1/0$ sonsuzdur. Çünkü 1, sıfır parçalara bölünmüştür, yani sonsuz sayıda parçaya bölmemiz gerekiyor. $(-1/0)$ için de aynı düşünce geçerlidir. Şimdi "sonsuz-sonsuz"u düşünelim. Yani $(1/0 - 1/0) = \text{sonsuz-sonsuz} = 0/0$ ı verecektir. Şimdi sonsuz uzunlukta bir doğru çizgi düşünelim. Başlangıç noktası sıfır olsun. İkinci nokta sıfıra ne kadar uzaklıktadır? Ondalık sayılar kullanılırsa gittikçe küçülen 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; 0,00001; vb. noktaları işaretlenebilir. Bu sayıları listelemenin başka bir yolu yok. Burada ise doğru çizgi üzerinde sayılamaz sonsuzlukta nokta alınabilir (Uncountable Infinity kavramı).

Büyüleyici güzellikte ve karmaşıklıkta kırmızı bir mandal karakteri ve özellikleri hakkında konuştuğumuz kırmızı

mandalla tanışma hikayemi ve devamında gerek kendi araştırma ve fikirlerim, gerek matematikçilerin bulguları ve makalelerinden edindiğim bilgileri derlediğim yolculuğun sonuna geldik. Umarım keyif almışsınızdır çünkü resmini tarih ipinde kırmızı mandallarla astığımız matematikçiler ve bilim adamları-bugün zihnimizi meşgul eden ve çevremizi anlamlandırmamızı sağlayan matematiğin mimarları- insanlara yararlı olmak için çalıştılar. Siz bu uzun yazıdan sonra soluk aladurun, benim yapmam gereken bir şey var.

456. mandal, 457. mandal, 458. mandal, 459. mandal, 460. mandal...