



Projet de Télécommunications : Étude de chaînes de transmissions en bande de base

par Ilyasse Alioui
et Felix Foucher de Brandois

Département Sciences du Numérique - Première année
2022-2023

Table des matières

1	Introduction	4
2	Étude de modulateurs bande de base	4
2.1	Modulateurs à étudier et comparer	4
2.2	Étude réalisée	5
2.2.1	Modulateur 1	6
2.2.2	Modulateur 2	8
2.2.3	Modulateur 3	10
2.2.4	Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale	12
3	Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist	13
3.1	Étude sans canal de propagation	14
3.2	Étude avec canal de propagation sans bruit	17
4	Étude de l'impact du bruit et du filtrage adapté, notion d'efficacité en puissance	22
4.1	Chaînes à étudier et à comparer	22
4.2	Étude de chaque chaîne de transmission	23
4.2.1	Chaîne 1	23
4.2.2	Chaîne 2	26
4.2.3	Chaîne 3	28
4.3	Comparaison des chaînes de transmission implantées	31
5	Conclusion	32

Table des figures

1	Chaîne de transmission en bande de base	4
2	Filtre de mise en forme du modulateur 1	5
3	Filtre de mise en forme du modulateur 2	5
4	Filtre de mise en forme du modulateur 3	5
5	Signal de sortie du modulateur 1	6
6	DSP du signal de sortie du modulateur 1	6
7	Tracé des DSP observées et théoriques pour le modulateur 1 . . .	8
8	Signal de sortie du modulateur 2	8
9	DSP du signal de sortie du modulateur 2	9
10	Tracé des DSP observées et théoriques pour le modulateur 2 . .	10
11	Signal de sortie du modulateur 3	10
12	DSP du signal de sortie du modulateur 3	11
13	Tracé des DSP observées et théoriques pour le modulateur 3 . .	12
14	Comparaison des DSP des modulateurs	12
15	Comparaison des DSP des modulateurs	14
16	Réponse impulsionnelle globale sans canal de propagation	15

17	Diagramme de l'oeil du signal sans canal de propagation	16
18	Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée . .	17
19	Réponse impulsionnelle globale avec canal de propagation	18
20	Diagramme de l'oeil du signal avec canal de propagation	18
21	Tracé des réponses en fréquence pour $BW = 8000$	19
22	Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée pour BW = 8000	19
23	Réponse impulsionnelle globale avec canal de propagation	20
24	Diagramme de l'oeil du signal avec canal de propagation	20
25	Réponse impulsionnelle globale avec canal de propagation	21
26	Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée pour BW = 1000	21
27	Filtre de mise en forme du modulateur 1	22
28	Filtre de mise en forme du modulateur 1	22
29	Filtre de mise en forme du modulateur 1	23
30	Diagramme de l'oeil de la chaîne 1 sans bruit	24
31	Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée Chaîne 1	24
32	Diagramme de l'oeil de la chaîne 1 avec bruit	25
33	Comparaison entre le TEB obtenu et théorique de la chaîne 1 . .	26
34	Diagramme de l'oeil de la chaîne 2 sans bruit	26
35	Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée Chaîne 2	27
36	Diagramme de l'oeil de la chaîne 2 avec bruit	27
37	Comparaison entre le TEB obtenu et théorique de la chaîne 2 . .	28
38	Diagramme de l'oeil de la chaîne 3 sans bruit	29
39	Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée Chaîne 3	29
40	Diagramme de l'oeil de la chaîne 2 avec bruit	30
41	Comparaison entre le TEB obtenu et théorique de la chaîne 3 . .	30
42	Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée . .	31
43	Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée . .	31

1 Introduction

L'objectif du travail présenté dans ce rapport était d'étudier les différentes composantes d'une chaîne de transmission avec modulateur et démodulateur en bande de base :

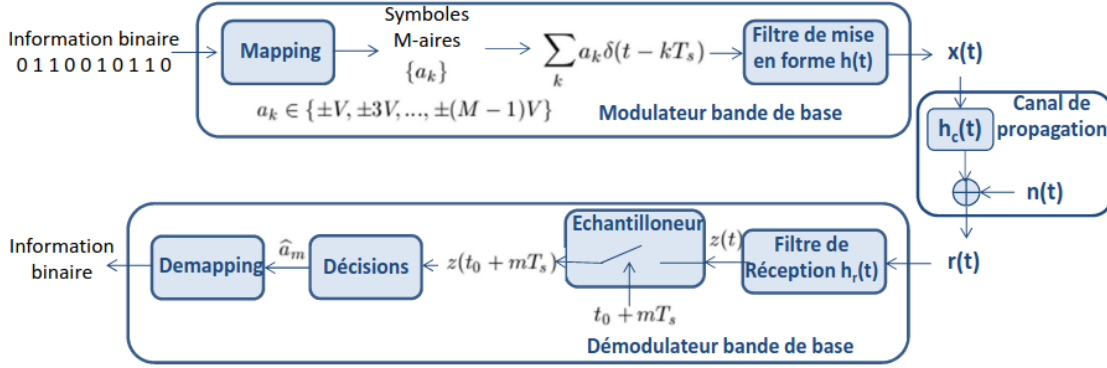


FIGURE 1 – Chaîne de transmission en bande de base

Nous allons analyser dans un premier temps l'impact du mapping, de filtre de mise en forme sur l'efficacité spectrale en comparant trois modulateurs. Ensuite, nous étudierons l'impact des interférences entre symboles (en respectant ou non le critère de Nyquist) sur la transmission, et en introduisant un canal de propagation. Enfin, nous évaluerons l'impact de l'ajout de bruit sur la transmission en comparant trois chaînes de transmission.

2 Étude de modulateurs bande de base

Ce premier travail va être dédié à l'étude des modulateurs bande de base et, en particulier, à l'identification des éléments ayant un impact sur l'efficacité spectrale obtenue pour la transmission.

Pour cela, nous avons implémenté trois modulateurs.

2.1 Modulateurs à étudier et comparer

Les modulateurs suivants ont été étudiés et comparés en termes d'efficacité spectrale :

- Modulateur 1 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 $\Rightarrow a_k \in \{-1, 1\}$

- Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_1} = N_{s_1}T_e$ et de hauteur 1.

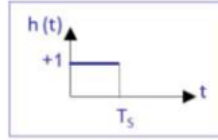


FIGURE 2 – Filtre de mise en forme du modulateur 1

- Modulateur 2 :
 - Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
 $\Rightarrow a_k \in \{-3, -1, 1, 3\}$
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_2} = N_{s_2}T_e$ et de hauteur 1.

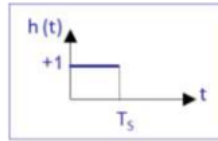


FIGURE 3 – Filtre de mise en forme du modulateur 2

- Modulateur 3 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 $\Rightarrow a_k \in \{-1, 1\}$
 - Filtre de mise en forme : racine de cosinus surélevé.

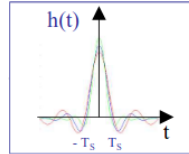


FIGURE 4 – Filtre de mise en forme du modulateur 3

2.2 Étude réalisée

Nous allons implanter ces trois modulateurs sur Matlab, en utilisant une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000$ Hz pour transmettre un même débit binaire $Rb = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde.

2.2.1 Modulateur 1

1. La génération de l'information binaire à transmettre (bits 0 et 1 équiprobables et indépendants) est faite par la fonction *randi* de Matlab.
On considère la suite de bits suivante : $\{0111010110\}$ comme information à transmettre.

La figure 5 présente le signal généré par le mapping et celui à la sortie du modulateur 1.

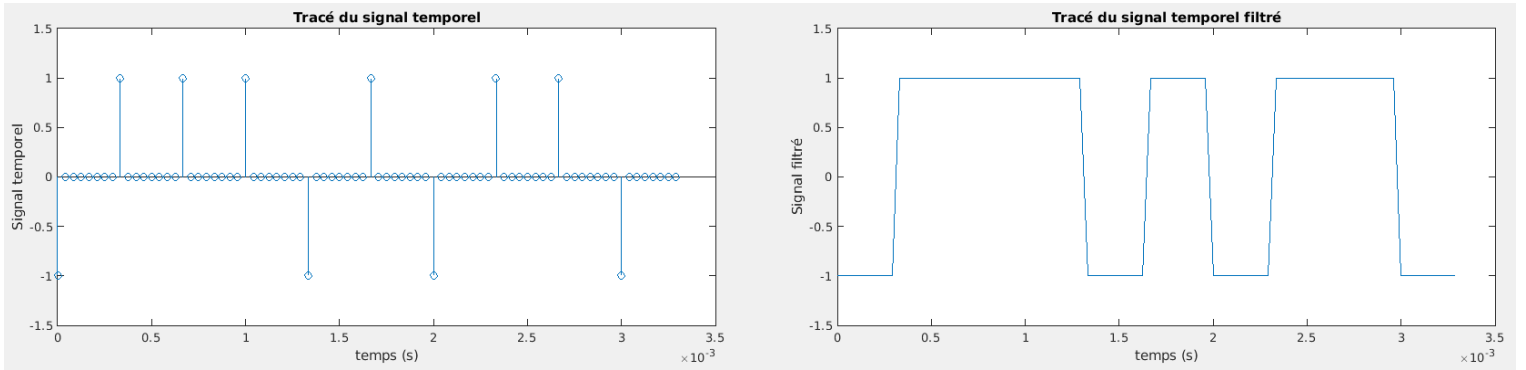


FIGURE 5 – Signal de sortie du modulateur 1

2. Avec un nombre de bits à transmettre plus important (1000), on trace la densité spectrale de puissance (DSP) du signal généré grâce à la fonction *pwelch* de Matlab.

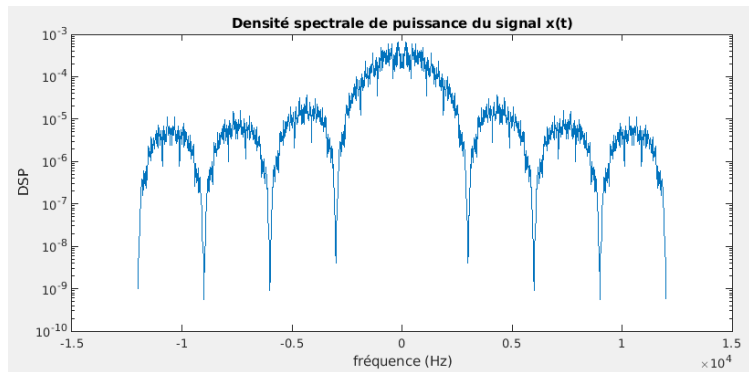


FIGURE 6 – DSP du signal de sortie du modulateur 1

3. La densité spectrale de puissance théorique du signal transmis est donné par la formule :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 + 2 \frac{\sigma_a^2}{T_s} \sum_{k=1}^{\infty} \Re[R_a(k) e^{j2\pi f k T_s}] + \frac{|m_a|^2}{T_s^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left| H\left(\frac{k}{T_s}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{k}{T_s}\right) \quad (1)$$

avec :

$$\sigma_a^2 = E[|a_k - m_a|^2] ; m_a = E[a_k] ; R_a(k) = \frac{E[a_m^* a_{m-k}] - |m_a|^2}{\sigma_a^2}$$

On a :

$$m_a = P[a_k = +1] \times (+1) + P[a_k = -1] \times (-1) = \frac{1}{2} \times (+1) + \frac{1}{2} \times (-1) = 0$$

(moyenne nulle)

$$R_a(k) = \frac{E[a_m^* a_{m-k}] - |m_a|^2}{\sigma_a^2} = \frac{E[a_m^*] E[a_{m-k}] - |m_a|^2}{\sigma_a^2} = \frac{|m_a|^2 - |m_a|^2}{\sigma_a^2} = 0$$

(symboles indépendants)

Donc :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2 \quad (2)$$

De plus :

$$\sigma_a^2 = E[|a_k - m_a|^2] = P[a_k = +1] \times (+1)^2 + P[a_k = -1] \times (-1)^2 = 1$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k h(t - kT_s)$$

$$\Rightarrow H(f) = TF[h(t)] = T_s \text{sinc}(\pi f T_s) e^{-j2\pi f k T_s}$$

Donc :

$$S_x(f) = T_s \text{sinc}(\pi f T_s)^2 \quad (3)$$

- La figure 7 compare la densité spectrale de puissance théorique du signal modulé avec celle trouvée précédemment.

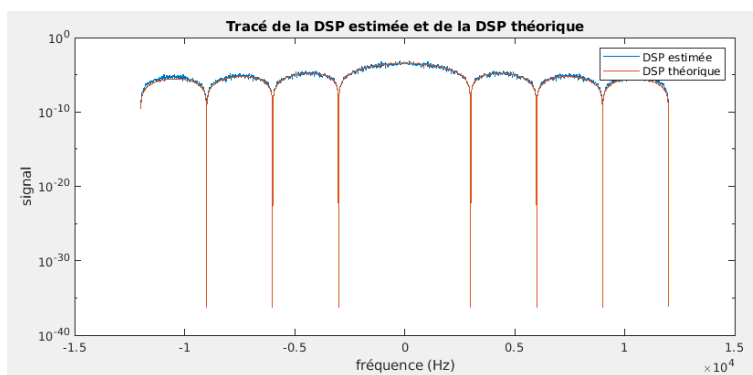


FIGURE 7 – Tracé des DSP observées et théoriques pour le modulateur 1

La densité spectrale de puissance générée à partir du signal modulé correspond bien à la densité théorique calculée.

2.2.2 Modulateur 2

- On considère de nouveau la suite de bits suivante : $\{0111010110\}$ comme information à transmettre.

La figure 8 présente le signal généré par le mapping et celui à la sortie du modulateur 2.

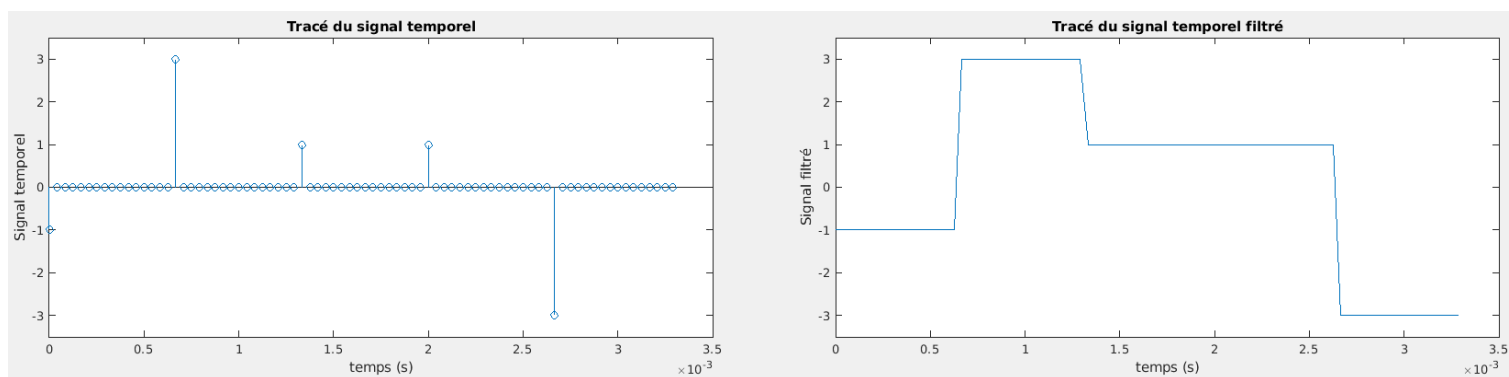


FIGURE 8 – Signal de sortie du modulateur 2

2. On trace la densité spectrale de puissance (DSP) du signal généré avec d'avantage de bits à transmettre.

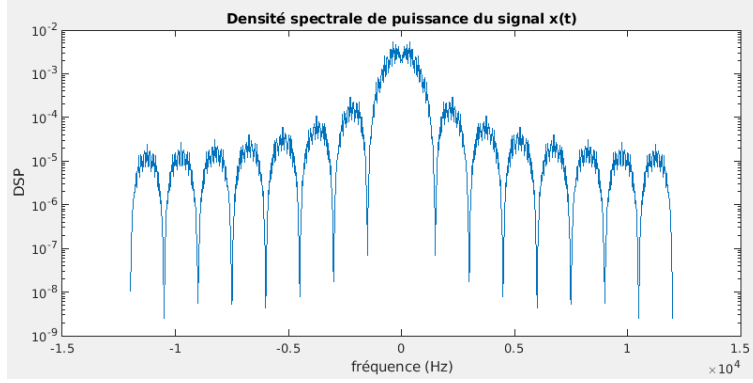


FIGURE 9 – DSP du signal de sortie du modulateur 2

3. On calcule la densité spectrale de puissance théorique du signal transmis. On a des symboles a_k indépendants et de moyenne nulle. On a donc, d'après l'équation 2 :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} |H(f)|^2$$

avec :

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 &= P[a_k = -3] \times (-3)^2 + P[a_k = -1] \times (-1)^2 + P[a_k = +1] \times (+1)^2 + P[a_k = +3] \times (+3)^2 \\ &= \frac{1}{4} \times (-3)^2 + \frac{1}{4} \times (-1)^2 + \frac{1}{4} \times (+1)^2 + \frac{1}{4} \times (+3)^2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$H(f) = TF[h(t)] = T_s \text{sinc}(\pi f T_s) e^{-j2\pi f k T_s}$$

Donc :

$$S_x(f) = 5T_s \text{sinc}(\pi f T_s)^2 \quad (4)$$

- La figure 10 compare la densité spectrale de puissance théorique du signal modulé avec celle trouvée précédemment.

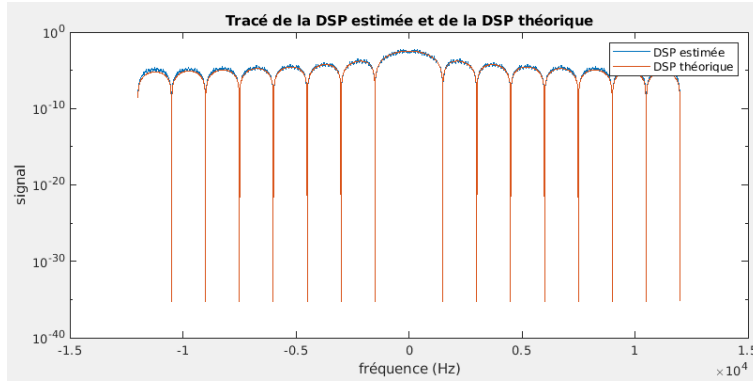


FIGURE 10 – Tracé des DSP observées et théoriques pour le modulateur 2

La densité spectrale de puissance générée à partir du signal modulé correspond bien à la densité théorique calculée.

2.2.3 Modulateur 3

- On considère de nouveau la suite de bits suivante : $\{0111010110\}$ comme information à transmettre.

La figure 11 présente le signal généré par le mapping et celui à la sortie du modulateur 3.

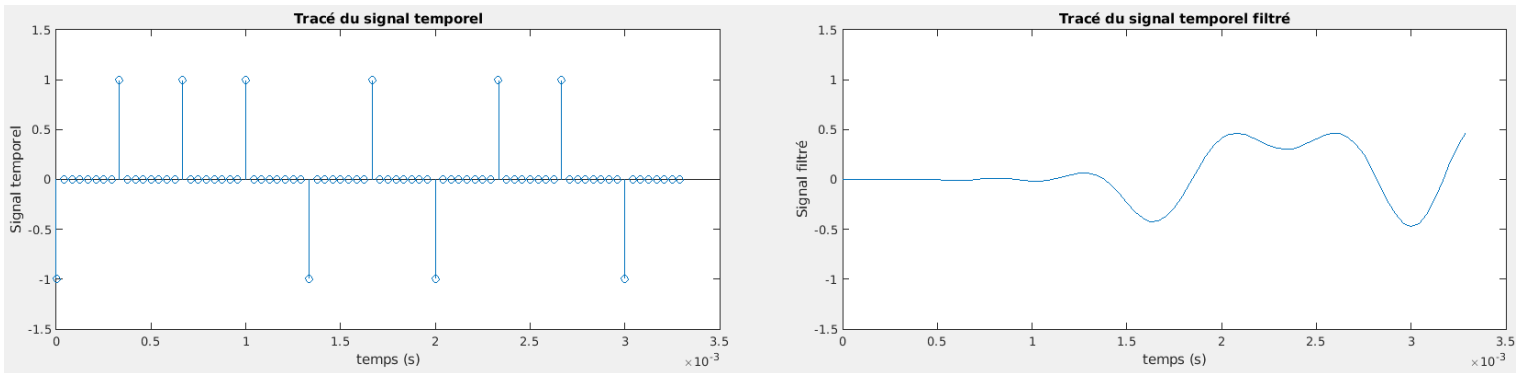


FIGURE 11 – Signal de sortie du modulateur 3

2. On trace la densité spectrale de puissance (DSP) du signal généré avec d'avantage de bits à transmettre.

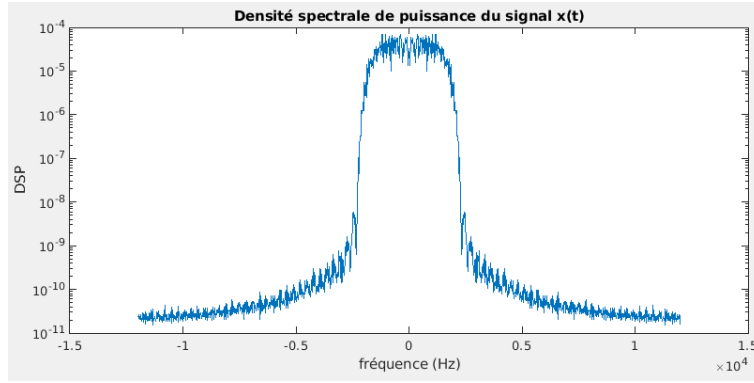


FIGURE 12 – DSP du signal de sortie du modulateur 3

3. La densité spectrale de puissance théorique du signal transmis nous est donnée par la formule :

$$S_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s} = \begin{cases} T_s & \text{si } |f| < \frac{1-\alpha}{2T_s} \\ \frac{T_s}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\pi T_s}{\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T_s} \right) \right) \right) & \text{pour } \frac{1-\alpha}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T_s} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5)$$

4. La figure 13 compare la densité spectrale de puissance théorique du signal modulé avec celle trouvée précédemment.

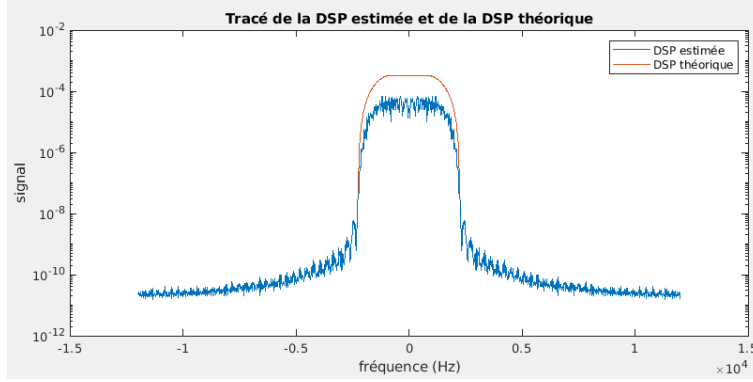


FIGURE 13 – Tracé des DSP observées et théoriques pour le modulateur 3

La densité spectrale de puissance générée à partir du signal modulé correspond bien à la densité théorique calculée.

2.2.4 Comparaison des modulateurs implantés en termes d'efficacité spectrale

La figure 14 présente les densité spectrale de puissance des différents signaux générés par les modulateurs pour un même débit binaire.

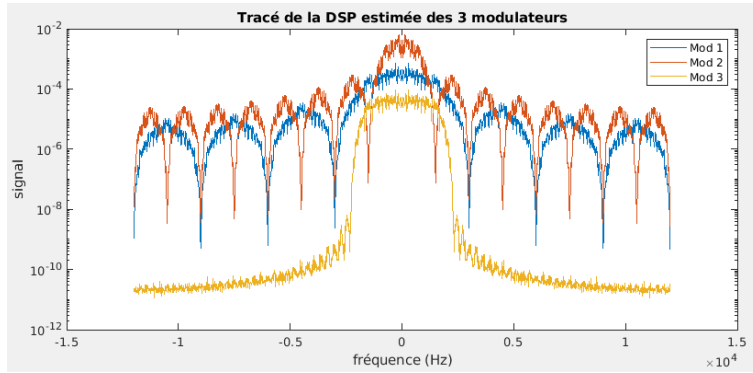


FIGURE 14 – Comparaison des DSP des modulateurs

Pour pouvoir comparer les trois modulateurs, calcule l'efficacité spectrale de transmission pour chaque modulateurs, donnée par la formule :

$$\eta = \frac{R_b}{B} = \frac{R_s \times \log_2(M)}{R_s \times k} = \frac{\log_2(M)}{k} \quad (6)$$

avec :

B : la largeur de la bande passante

R_b : le débit binaire

R_s : le débit symbole

M : l'ordre de modulation

$$k = \frac{B}{R_s}$$

D'après la figure 14, on a :

$$B_1 = 3000 \text{ Hz}, B_2 = 1500 \text{ Hz et } B_3 = 2250 \text{ Hz.}$$

$$\text{et } M_1 = 2, M_2 = 4, M_3 = 2$$

De plus,

$$R_{s_1} = R_b = 3000 \text{ Hz}, R_{s_2} = \frac{R_b}{2} = 1500 \text{ Hz et } R_{s_3} = R_b = 3000 \text{ Hz.}$$

$$\implies k_1 = \frac{B_1}{R_{s_1}} = 1, k_2 = 1, k_3 = 0.75$$

$$\implies \eta_1 = 1, \eta_2 = 2, \eta_3 = 1.33$$

On en déduit que le modulateur 2 est le plus efficace des trois, et le modulateur 1 est le moins efficace.

Le mapping 4-aire et la modulation à l'aide d'un filtre en cosinus surélevé améliore donc l'efficacité spectrale de transmission.

3 Étude des interférences entre symbole et du critère de Nyquist

Cette partie va être dédiée à l'étude des interférences entre symboles dans une chaîne de transmission et à l'intérêt d'y respecter le critère de Nyquist.

La chaîne de transmission a été implantée avec une fréquence d'échantillonnage $F_e = 24000 \text{ Hz}$ pour transmettre un débit binaire $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000 \text{ bits par seconde}$.

On a considéré un mapping binaire à moyenne nulle, un filtre de mise en forme et un filtre de réception de même réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s et de hauteur 1.

3.1 Étude sans canal de propagation

Dans un premier temps, la chaîne de transmission est étudiée sans canal de propagation, c'est-à-dire sans bruit mais également sans filtrage introduit par le canal.

1. On étudie le signal à la sortie du modulateur et les filtres de transmission pour déterminer l'échantillonnage optimal qui nous permet d'atteindre un taux d'erreur binaire (TEB) nul.

— Sur la figure 15, nous avons tracé le signal en sortie du filtre de réception.

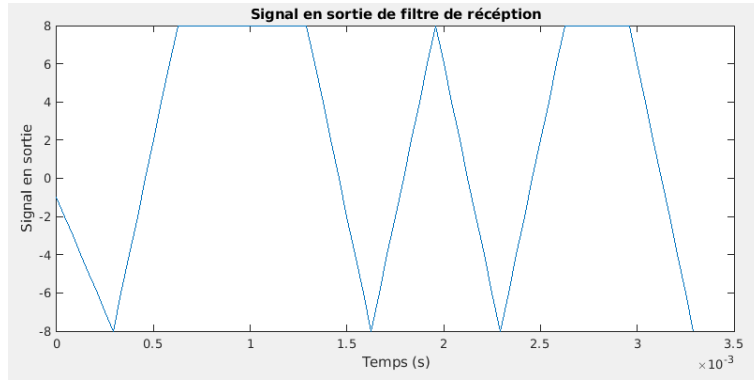


FIGURE 15 – Comparaison des DSP des modulateurs

Ici : $T_s = \frac{1}{R_b} = \frac{1}{3000} = 3.33 \cdot 10^{-4} \text{s}$ et $N_s = T_s \times F_e = 8$

On obtient bien, pour une information de départ de 10 bits, un signal d'une longueur $10 \times T_s$ et compris entre $-N_s$ et N_s

— La réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission, g , est donnée par la formule :

$$g(t) = (h * h_c * h_r)(t) \quad (7)$$

Ici : $g(t) = (h * h_r)(t)$ (car $h_c(t) = \delta(t)$)

$$\begin{aligned} \Rightarrow g(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)h(t - \tau)d\tau \\ &= \int_0^{T_s} h(t - \tau)d\tau \quad \text{avec } h(t - \tau) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t - \tau \leq T_s \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow g(t) &= \begin{cases} \int_0^{T_s} 0 d\tau & \text{si } t < 0 \text{ ou } 2T_s < t \\ \int_0^t 1 d\tau & \text{si } t \in [0, T_s] \\ \int_{t-T_s}^{T_s} 1 d\tau & \text{si } t \in [T_s, 2T_s] \end{cases} \\ \Rightarrow g(t) &= \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \text{ ou } 2T_s < t \\ t & \text{si } t \in [0, T_s] \\ -t & \text{si } t \in [T_s, 2T_s] \end{cases} \end{aligned}$$

On trace la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission sur la figure 16.

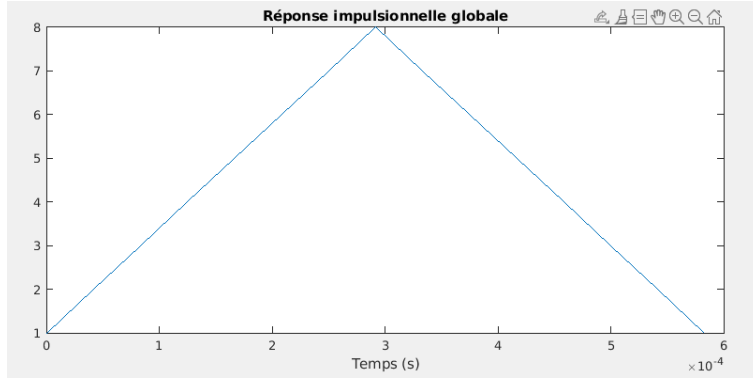


FIGURE 16 – Réponse impulsionnelle globale sans canal de propagation

On observe que le résultat obtenu est cohérent avec celui calculé précédemment.

— À la sortie de l'échantillonneur, on a :

$$z(t_0 + mT_s) = a_m \times g(t_0) + \sum_{k \neq m} a_k \times g(t_0 + (m-k)T_s) + w(t_0 + mT_s) \quad (8)$$

avec :

$a_m \times g(t_0)$: Le terme utile

$\sum_{k \neq m} a_k \times g(t_0 + (m-k)T_s)$: Le terme d'interférences entre symboles

$w(t_0 + mT_s)$: Le terme de bruit (dans notre cas, $w = 0$)

Pour déterminer les instants d'échantillonnage optimaux $n_0 + mN_s$ (avec N_s le facteur de sur échantillonnage de la chaîne) à partir de la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission, on doit

trouver un t_0 (et donc $n_0 = t_0 * F_e$) qui annule les termes d'interférence entre symboles, c'est-à-dire qui respecte le critère de Nyquist :

$$\begin{cases} g(t_0) \neq 0 \\ g(t_0 + pT_s) = 0 \quad \text{pour } p \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Sur la figure 16, on observe que $t_0 = T_s \Leftrightarrow n_0 = N_s$ convient :

$$\begin{cases} g(T_s) = T_s \\ g(T_s + pT_s) = 0 \quad \text{pour } p \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

- La figure 17 présente le diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception. Pour ce tracé, nous avons utilisé l'instruction `plot(reshape(z, Ns, length(z)/Ns))` sur Matlab (avec z le signal en sortie du filtre).

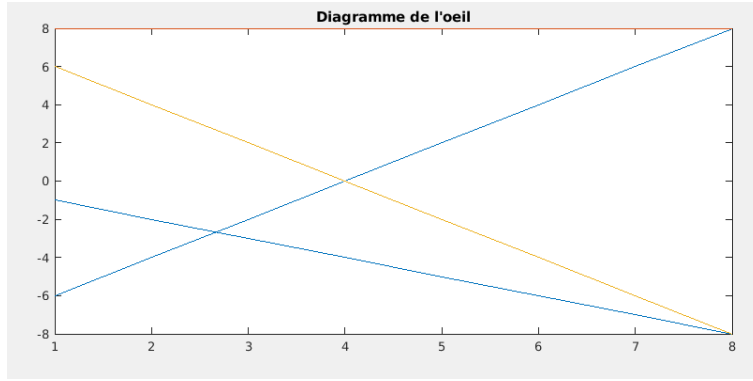


FIGURE 17 – Diagramme de l'oeil du signal sans canal de propagation

- On cherche à déterminer les instants optimaux d'échantillonnage à partir de la figure 17. On est dans le cas d'un mapping binaire. On recherche donc un t_0 où le nombre d'ordonnée pour cette abscisse est égal à 2.

On observe que $t_0 = T_s \Leftrightarrow n_0 = N_s$ convient.

- Puisque le critère de Nyquist est respecté et que l'on est dans un cas binaire, le détecteur à seuil à choisir est bien 0, et selon la règle de décision maximum à posteriori (MAP) :

$$\text{Règle de décision} \implies \begin{cases} z_m \geq 0 & : \hat{a}_m = +1 \\ z_m < 0 & : \hat{a}_m = -1 \end{cases}$$

Puis pour obtenir l'information transmise sous forme de suite de bits, on doit effectuer un démappage : $-1 \rightarrow 0$; $1 \rightarrow 1$

2. On modifie les instants d'échantillonnage dans l'implantation précédente pour échantillonner à $n_0 + mN_s$, avec $n_0 = 3$ (tous les autres éléments restent identiques).

Les instants ne sont donc plus optimaux : les interférences ne sont pas annulées et le critère de Nyquist n'est plus respecté. Ainsi, le détecteur de seuil n'est plus valide et on obtient une information binaire avec un taux d'erreur binaire non nul.

La figure 18 permet de comparer l'information de départ avec celle d'arrivée pour des instants d'échantillonnages optimaux et non optimaux.

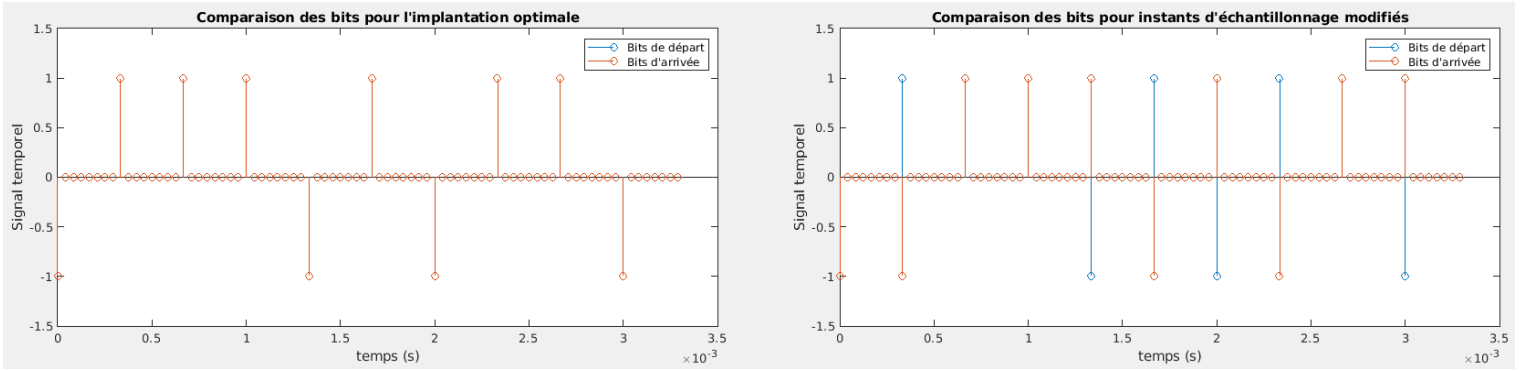


FIGURE 18 – Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée

L'information en sortie du démodulateur n'est pas la même que celle à l'entrée du modulateur.

3.2 Étude avec canal de propagation sans bruit

On ajoute à la chaîne précédente un canal de propagation à bande limitée BW mais qui n'introduit pas de bruit, en considérant un échantillonnage aux instants optimaux : on ajoute un filtre passe bas représentant le canal de propagation.

Nous allons étudier l'ajout de ce filtre dans la chaîne de transmission pour deux valeurs de BW , $BW = 8000$ Hz et $BW = 1000$ Hz.

La réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bas est donné par la formule :

$$h(t) = 2f_c \text{sinc}(2\pi f_c t) \text{ avec } f_c = \frac{BW}{F_e} \quad (9)$$

1. Pour $BW = 8000$ Hz :

- La réponse impulsionnelle globale est : $g(t) = (h * h_c * h_r)(t)$.
La figure 19 présente la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission.

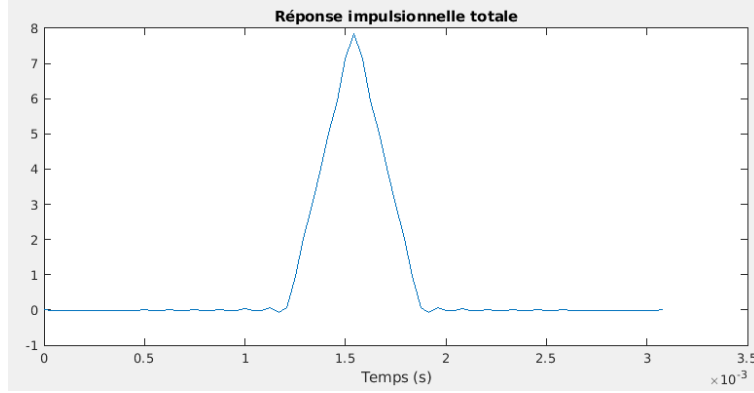


FIGURE 19 – Réponse impulsionnelle globale avec canal de propagation

- On trace également le diagramme de l'oeil du signal à la sortie du filtre de réception :

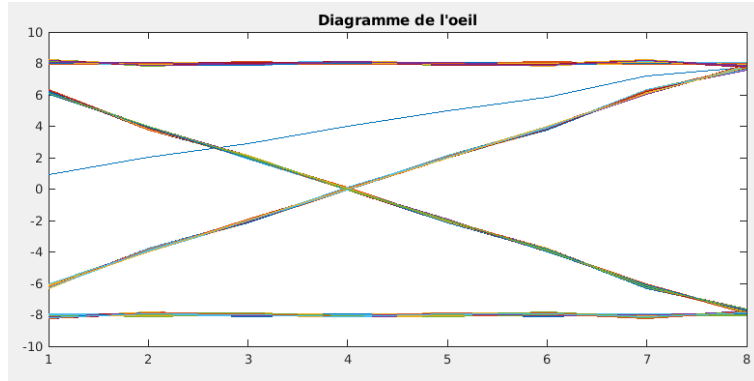


FIGURE 20 – Diagramme de l'oeil du signal avec canal de propagation

- La figure 21 montre le tracé de $|H(f)H_r(f)|$ et de $|H_c(f)|$ avec $|H(f)|$ la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $|H_r(f)|$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $|H_c(f)|$ la réponse en fréquence du filtre canal.

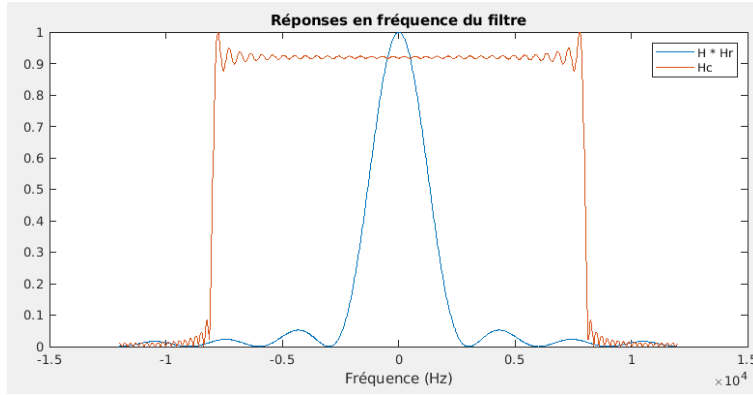


FIGURE 21 – Tracé des réponses en fréquence pour $BW = 8000$

Après l'ajout du filtre passe-bas, la chaîne de transmission respecte toujours le critère de Nyquist. En effet, d'après le graphique 20, on a bien $BW > f_{max}$. La réponse impulsionnelle globale est toujours en forme de triangle, mais sa base a été réduite, comme le montre la figure 19. Le diagramme de l'oeil de la figure 20 montre qu'on peut encore échantillonner en $n_0 = N_s$ sans avoir d'interférences.

Cela nous permet bien d'obtenir un taux d'erreur binaire nul. La figure 22 nous permet de constater le taux d'erreur binaire en comparant les informations de départ et d'arrivée.

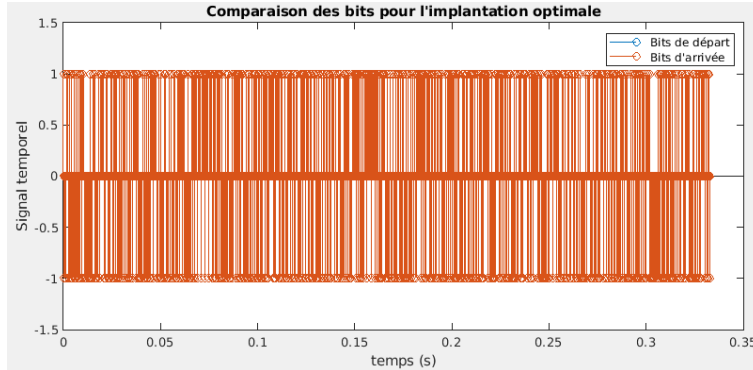


FIGURE 22 – Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée pour $BW = 8000$

2. Pour $BW = 1000$ Hz :

- La réponse impulsionnelle globale est : $g(t) = (h * h_c * h_r)(t)$.
La figure 23 présente la réponse impulsionnelle globale de la chaîne

de transmission.

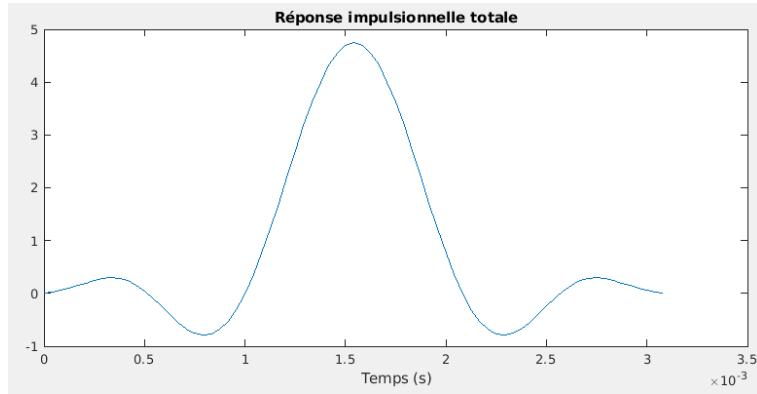


FIGURE 23 – Réponse impulsionnelle globale avec canal de propagation

— On trace également le diagramme de l’œil du signal à la sortie du filtre de réception :

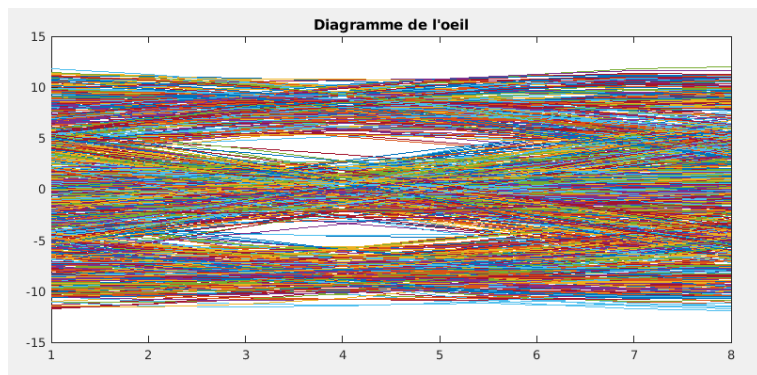


FIGURE 24 – Diagramme de l’œil du signal avec canal de propagation

— La figure 25 montre le tracé de $|H(f)H_r(f)|$ et de $|H_c(f)|$

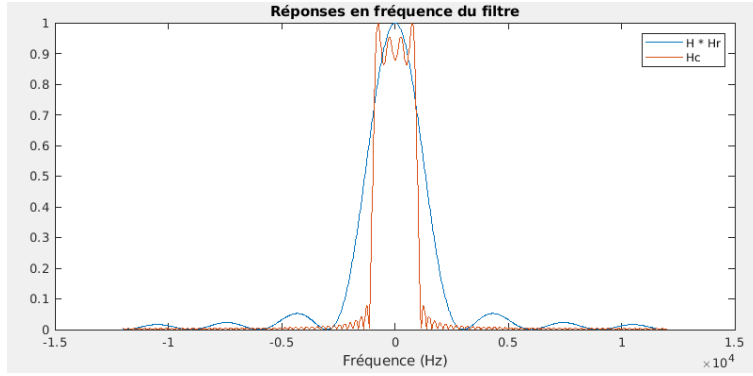


FIGURE 25 – Réponse impulsionnelle globale avec canal de propagation

Ici, après l'ajout du filtre passe-bas, la chaîne de transmission ne peut plus respecter le critère de Nyquist : sur la figure 23 de la réponse globale de la chaîne, peu importe le t_0 choisi, on n'a pas :

$$\begin{cases} g(t_0) \neq 0 \\ g(t_0 + pT_s) = 0 \quad \text{pour } p \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

On voit également, sur la représentation des filtres en fréquence, que $BW < f_{max}$, ce qui crée des interférences entre symboles, comme le souligne le diagramme de l'oeil de la figure 24.

On obtient donc un taux d'erreur binaire non nul. La figure 26 permet de constater les différences entre l'information de départ avec celle d'arrivée.

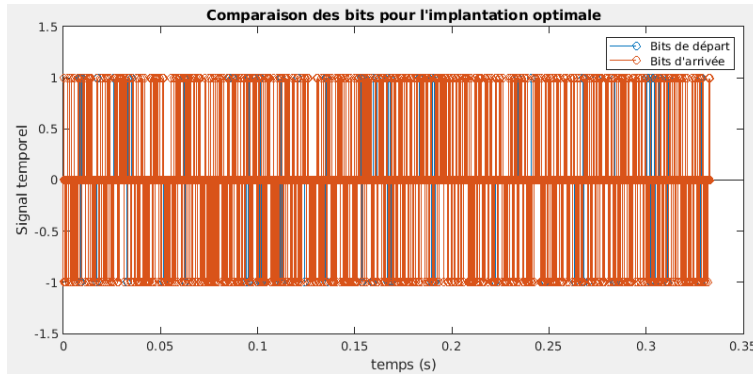


FIGURE 26 – Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée pour $BW = 1000$

4 Étude de l'impact du bruit et du filtrage adapté, notion d'efficacité en puissance

Cette dernière partie est dédiée à l'étude du bruit dans la chaîne de transmission numérique : impact du bruit introduit par le canal sur la transmission sur le taux d'erreur binaire.

Pour cela, nous avons implémenté chaînes de transmission.

4.1 Chaînes à étudier et à comparer

Les chaînes suivantes ont été étudiés et comparés en termes d'efficacité spectrale :

- Chaîne 1 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 $\Rightarrow a_k \in \{-1, 1\}$
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s1} = N_{s1}T_e$ et de hauteur 1.
 - Canal de propagation : Bruit additif et gaussien.
 - Filtre de réception : rectangulaire de durée $T_{s1} = N_{s1}T_e$ et de hauteur 1.

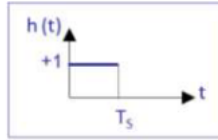


FIGURE 27 – Filtre de mise en forme du modulateur 1

- Chaîne 2 :
 - Mapping : symboles binaires à moyenne nulle.
 $\Rightarrow a_k \in \{-1, 1\}$
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s1} = N_{s2}T_e$ et de hauteur 1.
 - Canal de propagation : Bruit additif et gaussien.
 - Filtre de réception : rectangulaire de durée $T_{s2} = \frac{N_{s2}}{2}T_e$ et de hauteur 1.

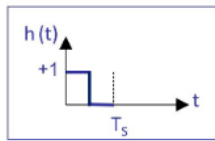


FIGURE 28 – Filtre de mise en forme du modulateur 1

- Chaîne 3 :
 - Mapping : symboles 4-aires à moyenne nulle.
 $\Rightarrow a_k \in \{-3, -1, 1, 3\}$
 - Filtre de mise en forme : rectangulaire de durée $T_{s_3} = N_{s_3}T_e$ et de hauteur 1.
 - Canal de propagation : Bruit additif et gaussien.
 - Filtre de réception : rectangulaire de durée $T_{s_3} = N_{s_3}T_e$ et de hauteur 1.

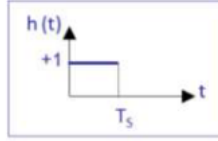


FIGURE 29 – Filtre de mise en forme du modulateur 1

4.2 Étude de chaque chaîne de transmission

Le bruit sera ajouté en utilisant : $\text{bruit} = \sigma_n * \text{randn}(1, \text{length}(x))$.

où x représente le signal à bruite et σ_n^2 la puissance du bruit, donnée en fonction du rapport signal à bruit par bit souhaité à l'entrée du récepteur, $\frac{E_b}{N_0}$ par :

$$\sigma_n^2 = \frac{P_x N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}} \quad (10)$$

avec N_s le facteur de sur échantillonnage, M l'ordre de la modulation et P_x la puissance du signal à bruite (signal en sortie du modulateur bande de base).

4.2.1 Chaîne 1

1. On identifie, sans bruit, les instants optimaux d'échantillonnage de la chaîne 1 grâce à la figure 30 qui présente le diagramme de l'oeil tracé en sortie du filtre de réception.

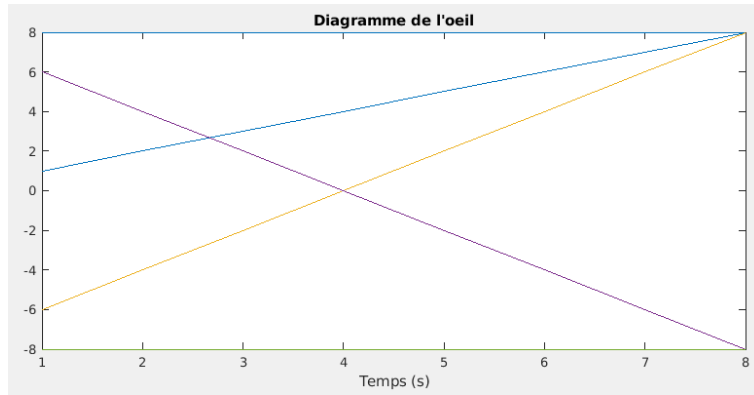


FIGURE 30 – Diagramme de l'oeil de la chaîne 1 sans bruit

En prenant $t_0 = T_s \Leftrightarrow n_0 = N_s$, on obtient bien un échantillonnage qui respecte le critère de Nyquist.

Puisque le critère de Nyquist est respecté et on est dans un cas binaire, le détecteur à seuil à choisir est 0.

La figure 31 permet de comparer l'information de départ avec celle d'arrivée.

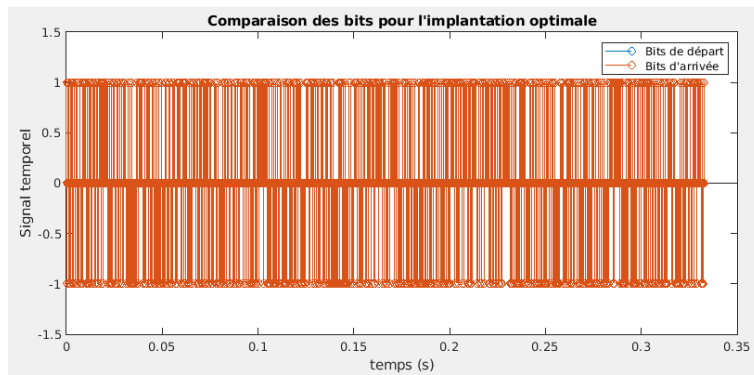


FIGURE 31 – Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée
Chaîne 1

On obtient bien un taux d'erreur binaire de 0.

2. On introduit ensuite le bruit.
On constate l'impact du bruit sur la chaîne de transmission sur la figure

32 qui présente le diagramme de l'oeil de la chaîne en prenant différentes valeurs de $\frac{E_b}{N_0}$:

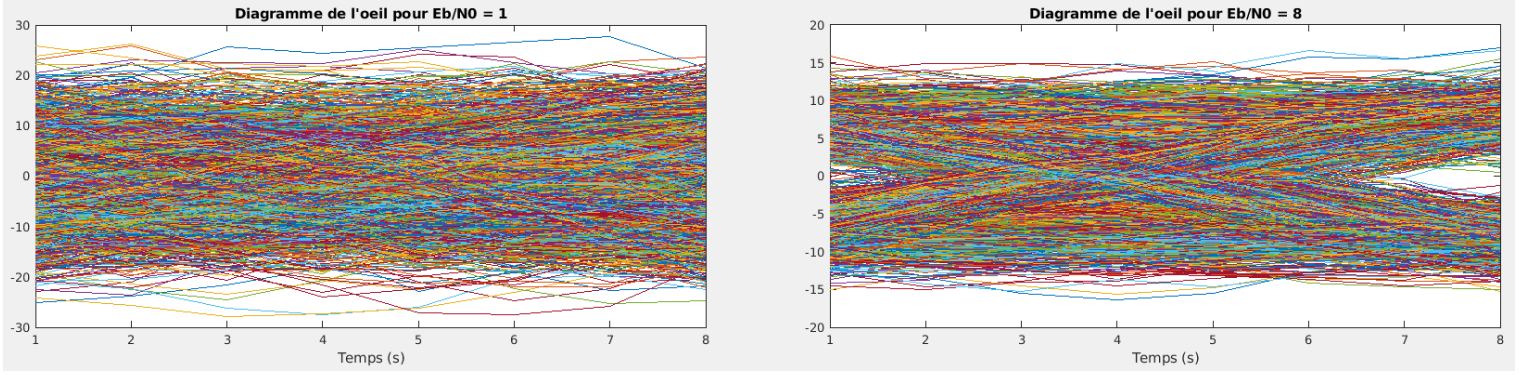


FIGURE 32 – Diagramme de l'oeil de la chaîne 1 avec bruit

Plus le SNR (Rapport Signal sur Bruit E_b/N_0) est petit, plus le diagramme de l'oeil est bruité et on ne peut plus à partir de ce diagramme déterminer l'instant optimal d'échantillonnage.

En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise le seuil optimal de décision, le taux d'erreur binaire de la transmission est donné par la formule :

$$TEB = \frac{TES}{\log_2(M)} \quad (11)$$

et :

$$TES = Q\left(\frac{Vg(t_0)}{\sigma}\right) \quad (12)$$

On a :

$$M = 2 ; V = 1 ; g(t_0) = T_s \\ \Rightarrow TEB = Q\left(\frac{T_s}{\sigma}\right) \text{ avec } \sigma = \sqrt{\frac{P_x N_s}{2 \frac{E_b}{N_0}}}$$

De plus, si le filtre est adapté, on a :

$$TES = 2 \left(\frac{M-1}{M} \right) Q \left(\sqrt{\frac{6 \log_2(M) E_b}{M^2 - 1 N_0}} \right) \quad (13)$$

Ce qui est le cas ici donc :

$$TEB = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

On compare le taux d'erreur binaire obtenu et le taux d'erreur binaire théorique de la chaîne 1, en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ pour des valeurs allant de 0 à 8 dB sur la figure 33 :

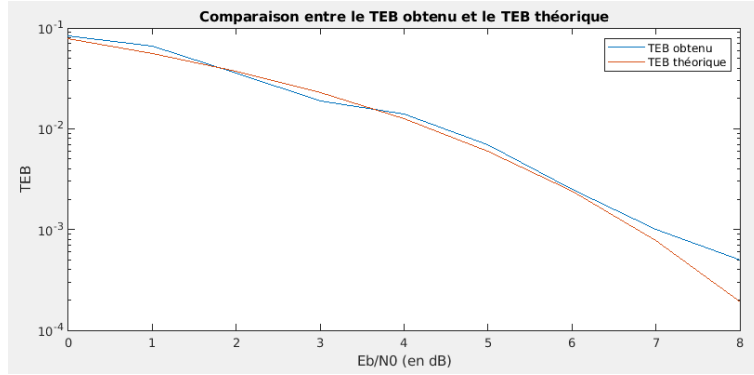


FIGURE 33 – Comparaison entre le TEB obtenu et théorique de la chaîne 1

Ce tracé nous permet de valider le bon fonctionnement de notre chaîne de transmission puisque les deux courbes sont similaires.

4.2.2 Chaîne 2

1. On identifie, sans bruit, les instants optimaux d'échantillonnage de la chaîne 2 grâce à la figure 34 qui présente le diagramme de l'oeil tracé en sortie du filtre de réception.

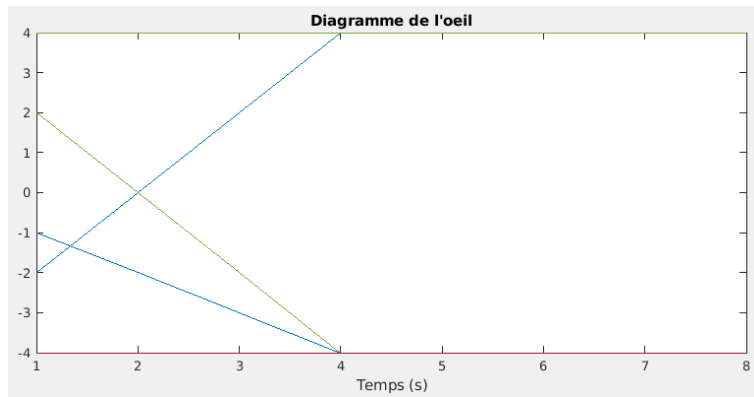


FIGURE 34 – Diagramme de l'oeil de la chaîne 2 sans bruit

Pour n'importe quelle valeur de $t_0 \in [\frac{T_s}{2}, T_s] \Leftrightarrow n_0 \in [\frac{N_s}{2}, N_s]$, on obtient bien un échantillonnage qui respecte le critère de Nyquist.

Puisque le critère de Nyquist est respecté et on est dans un cas binaire, le détecteur à seuil à choisir est 0.

La figure 35 permet de comparer l'information de départ avec celle d'arrivée.

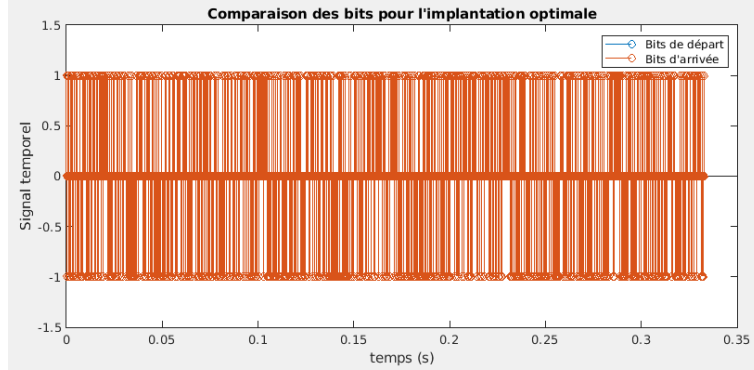


FIGURE 35 – Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée
Chaîne 2

On obtient bien un taux d'erreur binaire de 0.

2. On introduit ensuite le bruit.

On constate l'impact du bruit sur la chaîne de transmission sur la figure 40 qui présente le diagramme de l'oeil de la chaîne en prenant différentes valeurs de $\frac{E_b}{N_0}$:

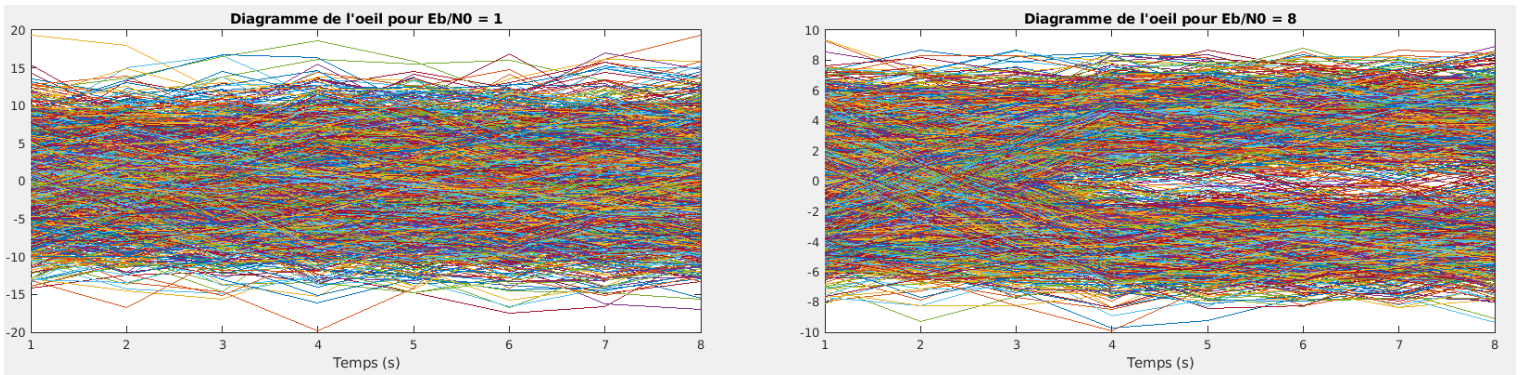


FIGURE 36 – Diagramme de l'oeil de la chaîne 2 avec bruit

Encore un fois, plus le SNR (Rapport Signal sur Bruit E_b/N_0) est petit, plus le diagramme de l'oeil est bruité et on ne peut plus à partir de ce

diagramme déterminer l'instant optimal d'échantillonnage.

Le filtre est adapté donc :

$$TEB = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

On compare le taux d'erreur binaire obtenu et le taux d'erreur binaire théorique de la chaîne 2, en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ pour des valeurs allant de 0 à 8 dB sur la figure 37 :

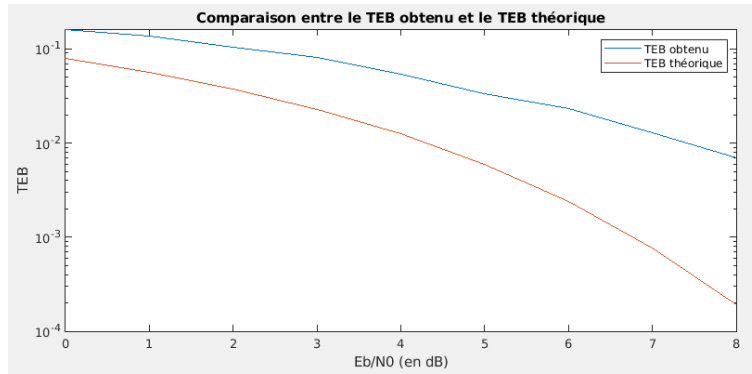


FIGURE 37 – Comparaison entre le TEB obtenu et théorique de la chaîne 2

Ce tracé nous permet de valider le bon fonctionnement de notre chaîne de transmission puisque les deux courbes sont similaires.

4.2.3 Chaîne 3

1. On identifie, sans bruit, les instants optimaux d'échantillonnage de la chaîne 3 grâce à la figure 38 qui présente le diagramme de l'oeil tracé en sortie du filtre de réception.

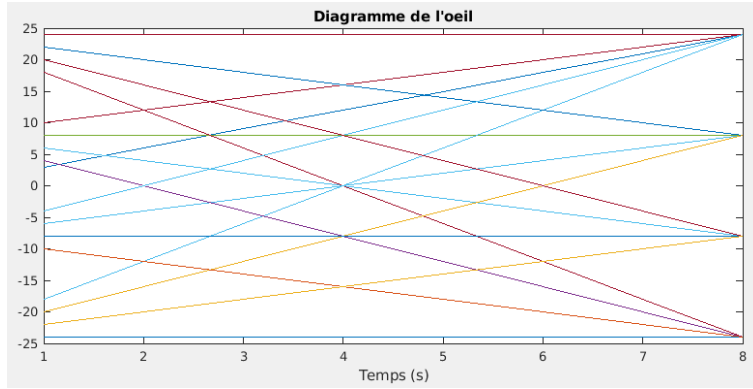


FIGURE 38 – Diagramme de l'oeil de la chaîne 3 sans bruit

En prenant $t_0 = T_s \Leftrightarrow n_0 = N_s$, on obtient bien un échantillonnage qui respecte le critère de Nyquist.

Puisque le critère de Nyquist est respecté et on est dans un cas binaire, le détecteur à seuil à choisir est 0.

La figure 39 permet de comparer l'information de départ avec celle d'arrivée.

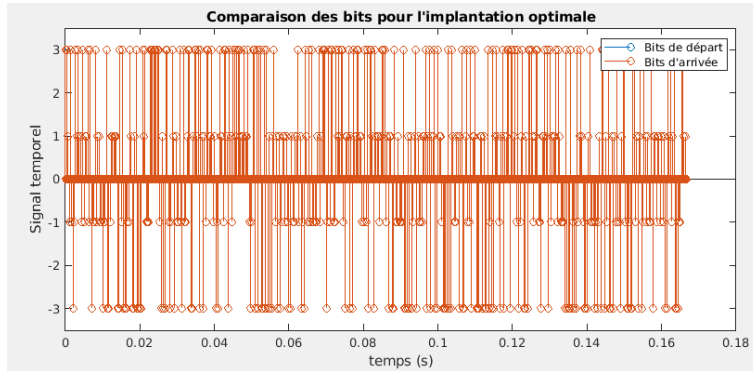


FIGURE 39 – Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée
Chaîne 3

On obtient bien un taux d'erreur binaire de 0.

2. On introduit ensuite le bruit.

On constate l'impact du bruit sur la chaîne de transmission sur la figure 40 qui présente le diagramme de l'oeil de la chaîne en prenant différentes valeurs de $\frac{E_b}{N_0}$:

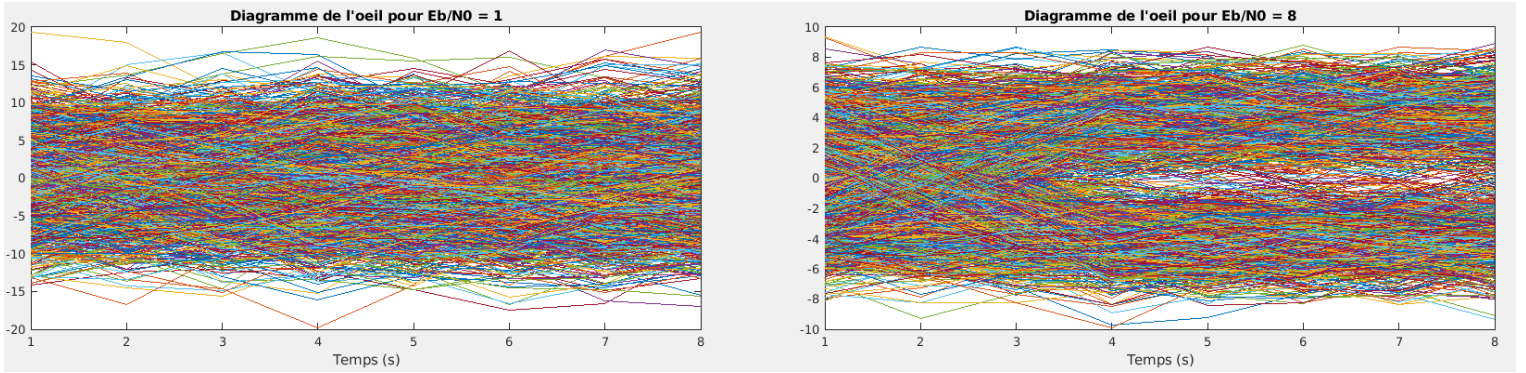


FIGURE 40 – Diagramme de l'oeil de la chaîne 2 avec bruit

Encore un fois, plus le SNR (Rapport Signal sur Bruit E_b/N_0) est petit, plus le diagramme de l'oeil est bruité et on ne peut plus à partir de ce diagramme déterminer l'instant optimal d'échantillonnage.

Le filtre est adapté donc :

$$TEB = \frac{3}{4}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5} \frac{E_b}{N_0}}\right)$$

On compare le taux d'erreur binaire obtenu et le taux d'erreur binaire théorique de la chaîne 3, en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ pour des valeurs allant de 0 à 8 dB sur la figure 41 :

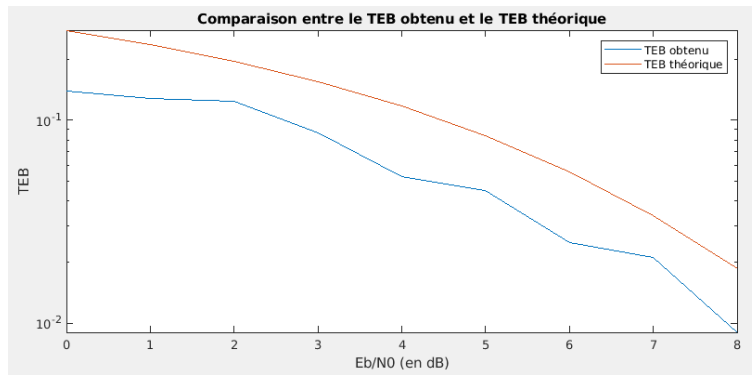


FIGURE 41 – Comparaison entre le TEB obtenu et théorique de la chaîne 3

Ce tracé nous permet de valider le bon fonctionnement de notre chaîne de transmission puisque les deux courbes sont similaires.

4.3 Comparaison des chaînes de transmission implantées

1. La figure 42 compare les taux d'erreurs binaire entre la chaîne 1 et la chaîne 2.

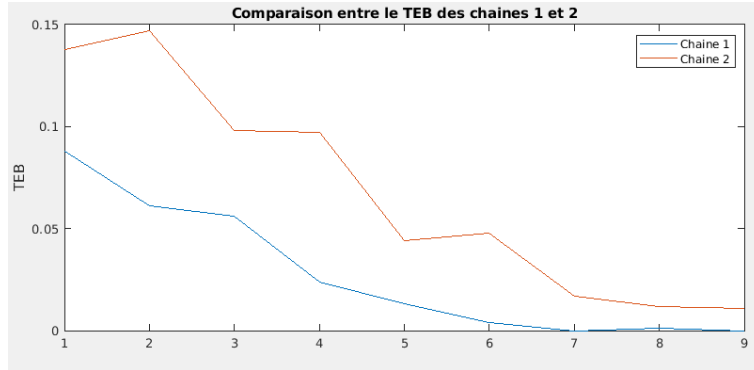


FIGURE 42 – Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée

2. La première chaîne de transmission est plus efficace en termes d'efficacité de puissance que la deuxième car elle présente un taux d'erreur binaire inférieur.
3. La figure 43 compare les taux d'erreurs binaire entre la chaîne 1 et la chaîne 3.

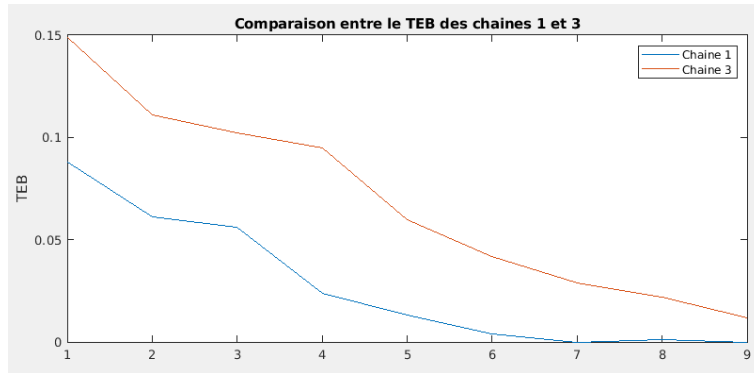


FIGURE 43 – Comparaisons entre l'information de départ et celle d'arrivée

4. Nous avons observé que la chaîne de transmission 1 présente un taux d'erreur binaire plus faible que la chaîne de transmission 3, suggérant une efficacité en puissance supérieure pour la première.

5 Conclusion

Ce projet a permis d'étudier différents aspects d'une chaîne de transmission en bande de base. Nous avons pu évaluer l'impact du mapping et du filtre de mise en forme sur l'efficacité spectrale en comparant trois modulateurs. Nous avons également étudié l'impact des interférences entre symboles sur la transmission, ainsi que l'effet d'un ajout de bruit sur la qualité de la transmission. Enfin, nous avons comparé trois chaînes de transmission en termes d'efficacité de puissance et de taux d'erreur binaire. Les résultats obtenus ont permis de mieux comprendre les mécanismes de la transmission en bande de base.