

Álgebra Linear e Geometria Analítica - A

1º Teste

30 de Outubro de 2024

Justifique devidamente as respostas a todas as questões

Duração total do teste: 1h30m

(4 val.)1) Considere o sistema de equações lineares nas variáveis x, y, z e w ,

$$\begin{cases} x - y + 2z + 3w = 2 \\ 2x + 2z + 4w = 6 \\ -2y + z = -2 \end{cases}$$

Resolva o sistema usando a decomposição $A = LU$.

(7,5 val.)2) Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ \alpha & 0 & 3 \end{bmatrix},$$

onde α é um parâmetro real.

a) Verifique que A é invertível se e só se $\alpha \neq 1$.

b) Considere $\alpha = 2$.

i) Calcule a inversa de A .

ii) Determine a matrix X do tipo 3×3 tal que $A^T X + 5B = DC$, onde

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

(6 val.)3) Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 e o subconjunto

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 7y + 3z = 0\}.$$

a) Verifique que S é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^3 .

b) Determine uma base e a dimensão de S .

(2,5 val.)4) Considere o espaço vetorial \mathbb{R}^3 e os vetores $(1, a, 2a), (0, 1, 0), (a, 0, 8a)$, onde a é um parâmetro real. Determine os valores de a para os quais $\mathcal{B} = ((1, a, 2a), (0, 1, 0), (a, 0, 8a))$ é uma base de \mathbb{R}^3 .