

## PRÁCTICA DE GRAFOS

1) Para cada uno de los siguientes casos dar la definición formal del grafo  $G = (V; A; \varphi)$

i)



ii)



iii)



iv)



2) Dibujar el grafo  $G = (V; A; \varphi)$  dado por

i)  $G = (\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}; \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}; \varphi)$

$a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
$\varphi$	$\{v_1, v_3\}$	$\{v_1, v_4\}$	$\{v_3, v_5\}$	$\{v_2, v_4\}$	$\{v_1, v_3\}$	$\{v_5, v_6\}$

ii)  $G = (\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}; \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\}; \varphi)$

$a_i$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$
$\varphi$	$\{v_3, v_7\}$	$\{v_1, v_3\}$	$\{v_1, v_8\}$	$\{v_4, v_4\}$	$\{v_1, v_2\}$	$\{v_3, v_5\}$	$\{v_3, v_1\}$	$\{v_2, v_6\}$	$\{v_5, v_3\}$

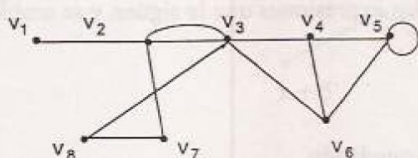
3) Para cada uno de los grafos de los ejercicios 1 y 2 se pide:

- a) i) vértices y aristas incidentes
- ii) lazos
- iii) aristas paralelas
- iv) vértices adyacentes

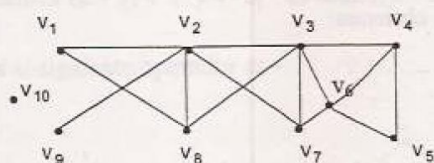
b) Son grafos simples?

4) Para cada uno de los siguientes grafos hallar la matriz de adyacencia y la matriz de incidencia.

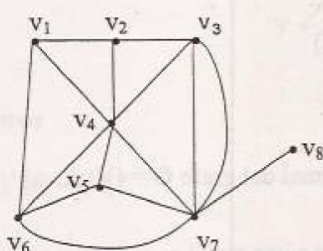
i)



ii)



iii)



5) Con referencia al ejercicio 4i ) hallar

a) todos los caminos de longitud 4 que empiecen en  $v_4$ .

b) tres ciclos que comiencen en  $v_4$

c) un camino simple que una  $v_1$  con  $v_5$

d) dos ciclos no simples que empiecen en  $v_7$

6) Hallar el grado de cada uno de los vértices para los grafos de los ejercicios 4ii) y 4iii)

7) Dibujar, si es posible, un grafo que sea

i) regular de 1 vértice

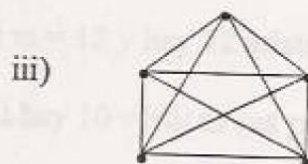
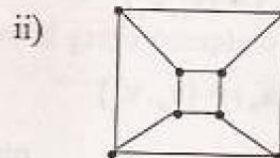
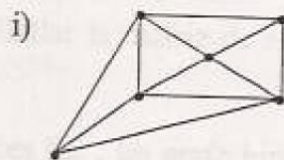
ii) regular de 2 vértices

iii) regular de 3 vértices

iv) regular de 4 vértices

v) regular de 5 vértices

8) Algunos de los siguientes grafos es regular?



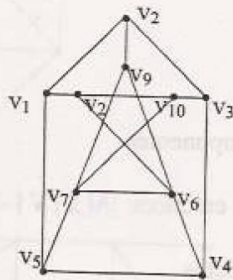
9) Para cada una de las siguientes secuencias de números naturales hallar un grafo cuyos vértices tengan como grado a cada uno de los números o mostrar que ese grafo no existe.

- a) 4, 4, 1, 1
- b) 3, 2, 1, 1
- c) 5, 4, 4, 3, 3, 1
- d) 2, 2, 2, 1, 1
- e) 4, 4, 4, 2, 1

10) Hallar el cardinal del conjunto de vértices  $V$  para cada uno de los siguientes grafos  $G$ .

- i)  $G$  tiene 16 aristas y es 6 - regular
- ii)  $G$  es regular con 12 aristas
- iii)  $G$  tiene 15 aristas con 3 vértices de grado 6 y los vértices restantes tienen grado 4

11) Para el siguiente grafo



Se pide

- i) El subgrafo  $\tilde{G}_{v_7}, \tilde{G}_{v_5}, \tilde{G}_{v_1}$  y  $\tilde{G}_{v_2}$
- ii) El subgrafo  $\tilde{G}_B$  con  $B = \{v_2, v_4, v_6, v_8, v_{10}\}$
- iii) Si las aristas  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  están dadas por

$$\varphi(a_1) = \{v_1, v_2\}, \varphi(a_2) = \{v_2, v_9\}, \varphi(a_3) = \{v_1, v_5\}$$

$$\varphi(a_4) = \{v_2, v_{10}\}, \varphi(a_5) = \{v_7, v_{10}\}, \varphi(a_6) = \{v_6, v_7\}$$

hallar los subgrafos  $\tilde{G}_{a_i}$  para  $i = 1, 6$

iv) Considerando las mismas aristas que en iii) hallar el subgrafo  $\tilde{G}_{A_i}$

para  $i = 1, 6$  en  $A_1 = \{a_1, a_3, a_5\}, A_2 = \{a_2, a_4, a_6\}, A_3 = \{a_1, a_5\}$

v) Dibujar cada uno de los subgrafos encontrados en i) ii) iii) y iv)



12) a) Dibujar un grafo completo de 6 vértices

b) Dibujar un grafo regular de 6 vértices que no sea completo

13) Probar que un grafo completo de  $m$  vértices tiene  $\frac{m(m-1)}{2}$  aristas

14) Considerar el grafo  $G = (V; A; \varphi)$  y probar que la relación de conexión definido por  $vRw \Leftrightarrow \exists$  camino que une  $v$  con  $w$  ó  $v = w$  es una relación de equivalencia en el conjunto de vértices del grafo.

15) Indicar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones. Probar las verdaderas y dar un contraejemplo si son falsas.

i) El grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| \geq |V|$  es conexo

ii) El grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| \geq |V|$  tiene un ciclo

iii) El grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| \leq |V| - 2$  no es conexo

iv) El grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| \leq |V| - 2$  es acíclico

v) El grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| = |V| - 2$  tiene dos componentes

vi) El grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| = |V| - 2$  tiene al menos dos componentes

vii) Si el grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| = |V|$  tiene dos componentes entonces:  $|A| \leq |V| - 2$

viii) El grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| = |V| + 1$  tiene al menos dos ciclos

ix) El grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| = |V| + 1$  tiene exactamente dos ciclos

x) Si en el grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| = |V| + 1$  entonces hay al menos dos ciclos

xi) Un grafo  $G = (V; A; \varphi)$  con  $|A| = |V| + 1$  no es conexo

16) Hallar la matriz de adyacencia para el grafo completo  $K_6$  y para el grafo bipartito completo  $K_{3,2}$

17) Sea  $K_{m,n}$  un grafo bipartito completo.

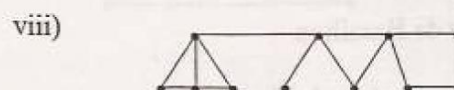
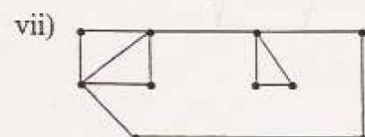
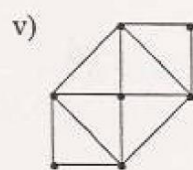
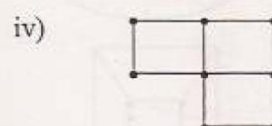
i) hallar el número de aristas y el número de vértices

ii) Si  $m = 12$  y hay 72 aristas ¿cuánto vale  $n$ ?

iii) Si hay 10 vértices ¿es posible que sea regular de grado 3?

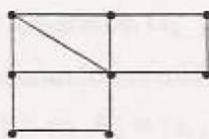
18) Dar la matriz de adyacencia  $M_a$  y la matriz de incidencia  $M_i$  para los grafos completo  $K_n$  y bipartito completo  $K_{m,n}$ .

19) Hallar, si es posible un ciclo y/o un camino de Euler para cada uno de los siguientes grafos:



21) Cuáles de los siguientes grafos tienen ciclos y/o caminos de Hamilton

i)



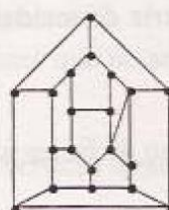
ii)



iii)



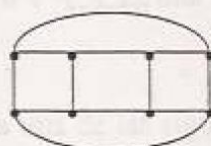
iv)



v)



vi)



vii)



viii)



22) Hallar ejemplos de los siguientes tipos de grafos

- i) Con ciclo de Euler y de Hamilton
- ii) Con ciclo de Euler y sin ciclo de Hamilton
- iii) Con ciclo de Hamilton y sin ciclo de Euler
- iv) Sin ciclo de Euler y sin ciclo de Hamilton

23) Probar que el grafo bipartito completo  $K_{m,n}$  es de Hamilton si y sólo si  $m = n$

27) Cuáles de los siguientes pares de grafos son isomorfos? Escribir el isomorfismo

