ASIGNATURA: FÍSICA 2

UNIDAD 1: PARTE 2
CARGAS EN REPOSO Y EL CAMPO ELÉCTRICO ESTÁTICO

CONTENIDISTA: HERNÁN BOSCO

OBJETIVOS

QUE USTED PUEDA:

- ✓ **Iniciarse en el conocimiento sobre la electricidad.**
- ✓ **Comprender los conceptos fundamentales sobre el campo eléctrico en conductores y aislantes.**

CONTENIDOS

1.2. El potencial eléctrico
1.2.1. Superficies equipotenciales
1.2.2. Fórmula general del potencial eléctrico
1.2.3. El potencial y el trabajo no dependen de la trayectoria
1.2.4. El potencial debido a una carga puntual.
1.2.5. Potencial en un disco cargado.
1.2.6. Potencial debido a un dipolo eléctrico.
1.2.7. Energía potencial eléctrica.
1.3. Capacitores y dieléctricos.
1.3.1 Capacidad
1.3.2 Condensador (o capacitor)
1.3.3 Capacidad de un capacitor de placas paralelas
1.3.4. Capacidad de un capacitor cilíndrico.
1.3.5. Conexión en serie y paralelo de los capacitores.
1.3.5.1. Conexión en serie.
1.3.5.2. Conexión en paralelo
1.3.6. Almacenamiento de energía en un campo eléctrico.
1.3.7 Capacitor de placas paralelas con dieléctrico.

PALABRAS CLAVES

Carga eléctrica, electrón, fuerza eléctrica, campo eléctrico, potencial eléctrico, capacidad.

CARGAS EN REPOSO Y EL CAMPO ELÉCTRICO ESTÁTICO.

El estudio de esta segunda parte servirá para ampliar los conocimientos sobre la electricidad.

1.2. El potencial eléctrico

El fenómeno de la electricidad y en particular de la electrostática no solo lo podemos describir con magnitudes vectoriales como el campo eléctrico, sino también con magnitudes escalares como el potencial eléctrico o dicho de otra forma la diferencia de potencial eléctrico.

Para que podamos calcular esta diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos A y B debemos analizar el trabajo realizado por un agente externo a una carga de prueba q_o, considerada siempre positiva, dentro de un campo eléctrico $\vec{E}$ para desplazarla desde A hasta B, independizándonos de la carga de prueba q_0.

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_o}$$

Si	$W_{AB} > 0$	es	$V_B > V_A$
	$W_{AB} < 0$	es	$V_B < V_A$
	$W_{AB} = 0$	es	$V_B = V_A$

En el Sistema internacional la unidad del potencial eléctrico es el volt.

$$[V] = \frac{[J]}{[C]} = \frac{[Joule]}{[Coulomb]}$$

Podemos también definir el potencial eléctrico en un punto, esto lo hacemos considerando al punto A extremadamente alejado, idealmente en el infinito y asignamos a este valor de referencia cero o sea $V_A = 0$ V, lo cual eliminando los subíndices nos queda el potencial en un punto.

$$V = \frac{W}{q_0}$$

W es el trabajo que realiza un agente externo para mover una carga q_0 desde el infinito al punto en cuestión donde evaluamos el potencial.

Tanto el trabajo realizado por el agente externo como el potencial son independientes de la trayectoria, esto es así, porque las fuerzas eléctricas son conservativas.

1.2.1. Superficies equipotenciales

Se denominan las superficies equipotenciales al lugar geométrico en el espacio en el cual todos sus puntos se encuentran al mismo potencial eléctrico.

El campo eléctrico es perpendicular a las superficies equipotenciales y existe una relación entre el potencial y el campo que es la siguiente:

$$\vec{E} = -\nabla V$$

1.2.2. Fórmula general del potencial eléctrico

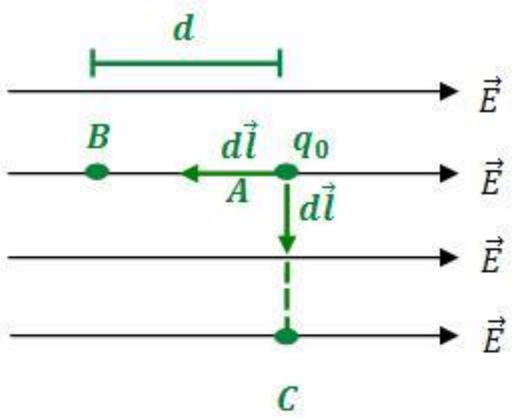
Habíamos dicho que el potencial entre dos puntos A y B era igual a

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q_0}$$

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}\,.d\vec{l} = -q_0.\int_A^B \vec{E}\,.d\vec{l}$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{l}$$

Si tenemos un campo eléctrico uniforme y queremos calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B (V_{AB}) y la diferencia de potencial entre los puntos A y C (V_{AC}).



$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{l}$$

El campo eléctrico es constante y se opone al $d\vec{l}$.

$$V_B - V_A = -\int_A^B |\vec{E}|.|d\vec{l}|.cos(180) = |\vec{E}|.\int_A^B d\vec{l} = |\vec{E}|.d$$

Esta expresión nos permite determinar otra unidad para el campo eléctrico

$$[\vec{E}] = \frac{[N]}{[C]} = \frac{[V]}{[m]}$$

Ahora queremos calcular el potencial entre C y A:

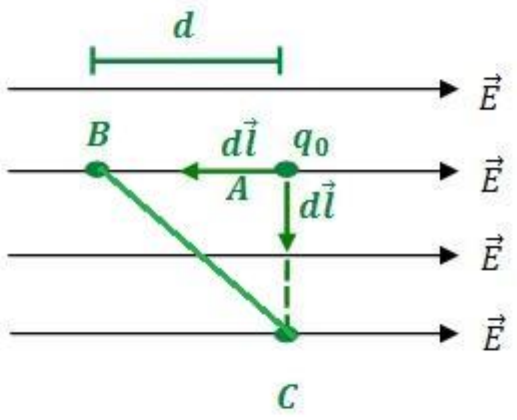
$$V_C - V_A = -\int_A^C \vec{E}.d\vec{l} = -\int_A^C |\vec{E}|.|d\vec{l}|.cos(90) = 0$$

Esto último es así ya que el $cos(90) = 0$, significa que A y C pertenecen a una superficie equipotencial.

1.2.3. El potencial y el trabajo no dependen de la trayectoria

Ya habíamos dicho que las fuerzas eléctricas son del tipo conservativas por lo tanto el trabajo para mover una carga desde un punto A a un punto B, no es dependiente de la trayectoria elegida, como tampoco lo es el potencial eléctrico.

Vamos a ver un ejemplo, consideremos por simplicidad un campo eléctrico constante y uniforme, o sea el ejemplo anterior.



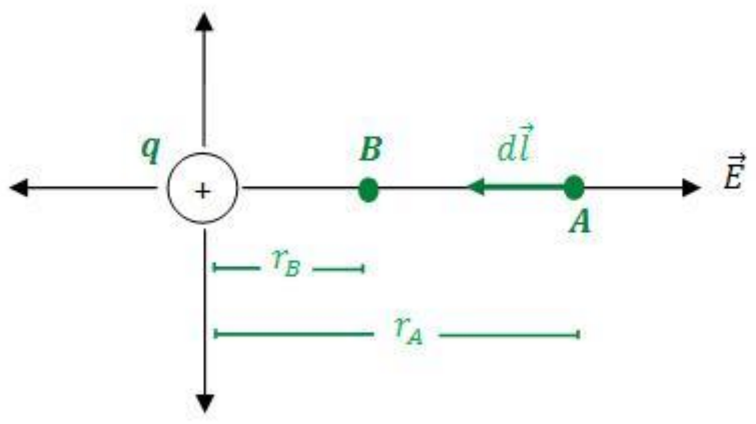
Ya demostramos que $V_{AC} = 0$ por pertenecer a una superficie equipotencial, solo deberíamos demostrar que el potencial $V_{AC} + V_{CB} = V_{AB} = |\vec{E}|.d$

Consideramos que A,B y C están ubicados en los vértices de un cuadrado.

$$V_{CB} = V_C - V_B = -|\vec{E}|.cos(135).\int_C^B d\vec{l} = -|\vec{E}|\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right).\sqrt{2.d^2} = |\vec{E}|.d$$

1.2.4. El potencial debido a una carga puntual.

Vamos a considerar una carga puntual positiva



Vamos a calcular la diferencia de potencial entre A y B

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.d\vec{l} = -\int_A^B |\vec{E}|.|d\vec{l}|.cos(180) = \int_A^B |\vec{E}|.|d\vec{l}|$$

El movimiento de *dl* hacia la izquierda produce una disminución de r por lo tanto:

$$dl = -dr = -dx$$

$$V_B - V_A = -\int_{r_A}^{r_B} |\vec{E}|.dr = -k.q.\int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$

Recordando que:

$$\int \frac{1}{r^2} = -\frac{1}{r} + \mathbb{C}$$

$$V_B - V_A = k.q.\left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

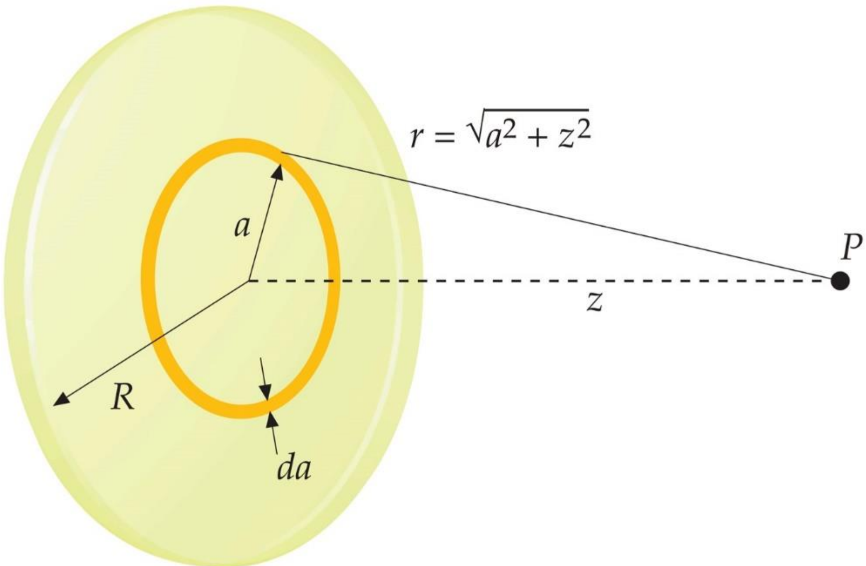
Esta última expresión nos da la diferencia de potencial debido a una carga puntual.

Si considero que la posición A está en el infinito y elimino el subíndice B

$$V = k.q.\frac{1}{r}$$

Con esta expresión podemos ver que en una carga puntual aislada, las superficies equipotenciales son esferas concéntricas a la carga.

1.2.5. Potencial en un disco cargado.



Vamos a calcular la expresión del potencial eléctrico sobre el eje de un disco cargado.

Vamos a definir la densidad superficial de carga como

$$\tau = \frac{Q}{S}\frac{[Carga]}{[Superficie]}$$

Esta densidad superficial de carga es un valor constante, lo que implica que la distribución no solo es contínua sino homogénea en todo el disco.

Consideramos un dq formado por una franja circular plana de radio a y ancho da.

Por lo tanto

$$dq = \tau.2.\pi.a.da$$

$2.\pi.a$: Longitud de la circunferencia.
da: Ancho de la franja

Podemos considerar que $y = a$ y que $dy = da$

Por lo que $r = \sqrt{y^2 + z^2}$

Para una carga puntual vimos que

$$V = k.q.\frac{1}{r}$$

$$dV = \frac{k.dq}{r}$$

$$dV = \frac{k.\tau.2.\pi.y.dy}{\sqrt{y^2 + z^2}}$$

$$V = \int dV = \int_0^R \frac{k.\tau.2.\pi.y.dy}{\sqrt{y^2 + z^2}} = \frac{k.\tau.2.\pi}{}.\int_0^R \frac{y.dy}{\sqrt{y^2 + z^2}}$$

Para resolver esta integral vamos a hacer cambio de variables.

$$h = y^2 + z^2$$

z es un valor constante en este caso asi que

$$dh = 2ydy$$

$$\frac{dh}{2} = y.dy$$

$$V = k.\tau.2.\pi.\int_0^R \frac{dh}{2.\sqrt{h}}$$

$$V = k.\tau.\pi.\int_0^R \frac{dh}{\sqrt{h}}$$

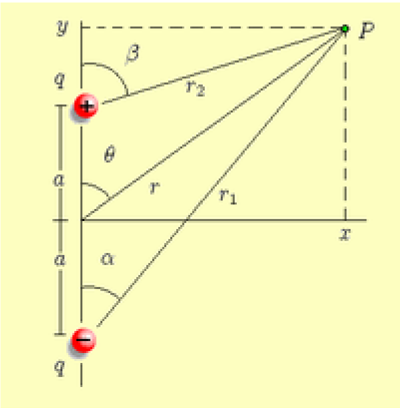
De tabla de integrales:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + \mathbb{C}$$

$$V = k.\tau.\pi.2.[\sqrt{y^2 + z^2}]_0^R = k.\tau.\pi.2.[\sqrt{R^2 + z^2} - z]$$

Esta última expresión nos indica que si me alejo del centro del disco, el potencial tiende a cero. A partir del desarrollo binomial $(1 + x)^2 = 1 + n.x$ si $x << 1$ se puede demostrar que si me alejo lo suficiente del disco cargado sin llegar al infinito, el sistema se comporta como una carga puntual.

1.2.6. Potencial debido a un dipolo eléctrico.



Vamos a calcular el potencial eléctrico en un punto P ubicado a una distancia *r*, del centro de un dipolo.

Vamos a considerar que el punto se encuentra alejado del dipolo, o sea que $r \gg a$.

$$V = V_+ + V_- = k.\frac{q}{r_2} - k.\frac{q}{r_1}$$

$$V = k.q.(\frac{r_1 - r_2}{r_1.r_2})$$

Si considero que $r \gg a$, podemos hacer la siguiente simplificación.

$$r_1 - r_2 = 2.a.cos\theta$$
$$r_1.r_2 = r^2 \quad o\ sea\ que \quad r_1 = r_2 = r$$

Entonces

$$V = \frac{k.q.2.a.cos\theta}{r^2}$$

Siendo r la distancia al centro del dipolo.

1.2.7. Energía potencial eléctrica.

Para un sistema de cargas puntuales, es la energía necesaria para traer una carga q_0 desde el infinito hasta una distancia r de otra carga q_1.

$$U = W = V.q_0 = \frac{k.q_{1.}q_0}{r}$$

1.3. Capacitores y dieléctricos.

Los capacitores o también denominados condensadores, son componentes que están presentes en la mayoría de los circuitos eléctricos y electrónicos.
Su función principal es la de poder almacenar y luego transmitir energía potencial eléctrica.

1.3.1 Capacidad

La propiedad de poder almacenar cargas en un conductor aislado se la denomina Capacidad, esta capacidad se mide en una unidad denominada faradio (F) y es fuertemente dependiente de la forma geométrica del conductor, cuanta más superficie tenga el conductor más capacidad tendrá.

Podemos definir la relación entre la carga eléctrica y el potencial a través de la capacidad de la siguiente forma.

$$\boldsymbol{Q = C.V}$$

O sea que

$$\boldsymbol{C} = \frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{V}} = \frac{[\boldsymbol{Coulomb}]}{[\boldsymbol{Volt}]} = [\boldsymbol{F}] = [\boldsymbol{Faradio}]$$

El faradio es una unidad grande, se suele usar comúnmente los submúltiplos del fario como ser:

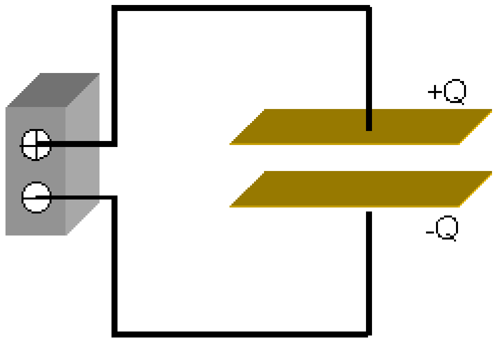
$$1\ \mu F = 10^{-6} F = Microfaradio$$

$$1\ nF = 10^{-9}\ F = Nanofaradio$$

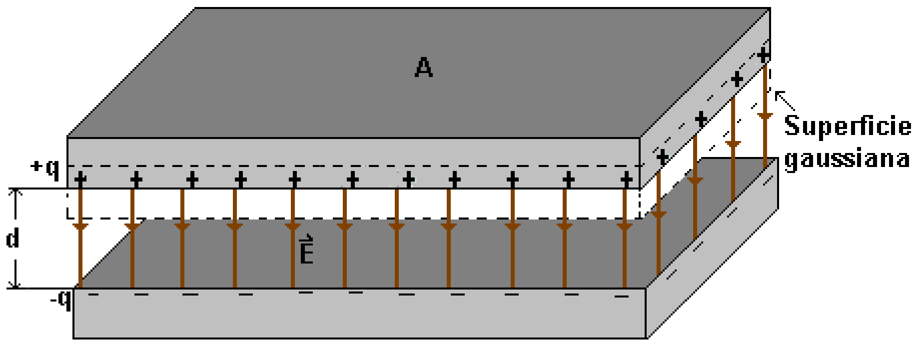
$$1\ pF = 10^{-12} F = Picofaradio$$

1.3.2 Condensador (o capacitor)

Es un dispositivo, formado por dos conductores con cargas iguales y opuestas. Habitualmente para cargarlo se transfiere cargas desde un conductor hacia el otro , quedando uno de los conductores con +Q y el otro conductor con -Q.



1.3.3 Capacidad de un capacitor de placas paralelas



Si la distancia entre placas (d) es pequeña con respecto a la superficie (A) , se puede considerar el campo eléctrico $\vec{E}$ uniforme. Las líneas de fuerza serán paralelas e igualmente espaciadas.
La capacidad la vamos a averiguar de la siguiente manera:

1ro Calculamos el campo eléctrico aplicando la ley de Gauss.

2do Obtengo $V = -\int \vec{E}\,.d\vec{l}$.

3ro Nos queda una expresión $V = f(Q)$

4to Luego obtengo C

Aplicamos primero la ley de Gauss, eligiendo como superficie gaussiana una caja como muestra la figura

$$\boldsymbol{\varepsilon_0 . \oint \vec{E}. d\vec{s} = q}$$

El flujo en la superficie dentro de la placa es cero, porque el campo es cero.

El flujo en las paredes verticales también es cero porque $\vec{E}$ y $d\vec{s}$ son perpendiculares.

Solo puede quedar flujo sobre la superficie inferior. Como el campo es constante en toda la superficie Gaussiana lo puedo sacar de la integral quedando:

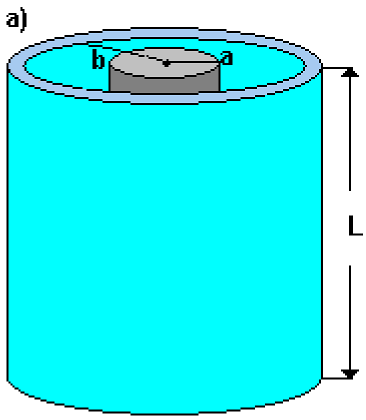
$$\varepsilon_0 . E . A = q$$

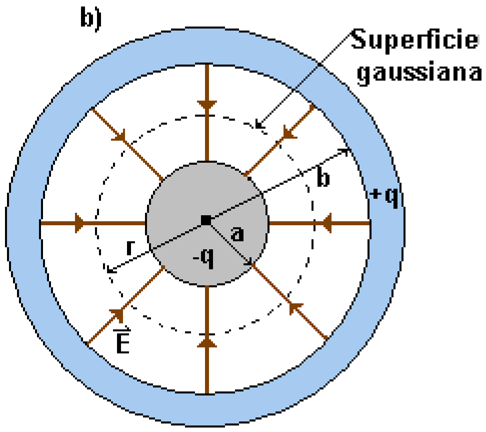
$$V = -\int \vec{E}. d\vec{l} = E . d$$

$$\boldsymbol{C = \frac{\varepsilon_0 . A}{d}}$$

Esta última fórmula es aplicable solo en capacitores de placas paralelas.
Podemos notar que esta capacidad depende de la geometría del capacitor.

1.3.4. Capacidad de un capacitor cilíndrico.





Considerando la simetría, vamos a elegir como superficie Gaussiana un cilindro de radio r y de longitud L.

$$\varepsilon_0 . \oint \vec{E} . d\vec{s} = q$$

En las dos tapas no existe flujo, ya que $\vec{E}$ es perpendicular con $d\vec{s}$.

En la superficie cilíndrica el campo eléctrico se mantiene constante, por lo tanto:

$$\varepsilon_0 . E . 2 . \pi . r . L = q$$

$$E = \frac{q}{2 . \pi . \varepsilon_0 . r . L}$$

Podemos ver que el campo eléctrico depende de la distancia r.

Ahora vamos a calcular el potencial, si queremos mover una carga de prueba desde a hasta b, oponiéndose al campo.

$$V = -\int_a^b \vec{E} . d\vec{l} = -\int_a^b |\vec{E}| . cos(180) . |dl| = \int_a^b E \, dr$$

$$V = \frac{q}{2 . \pi . \varepsilon_0 . L} \int_a^b dr = \frac{q}{2 . \pi . \varepsilon_0 . L} [ln(b) - ln(a)] = \frac{q}{2 . \pi . \varepsilon_0 . L} ln(\frac{b}{a})$$

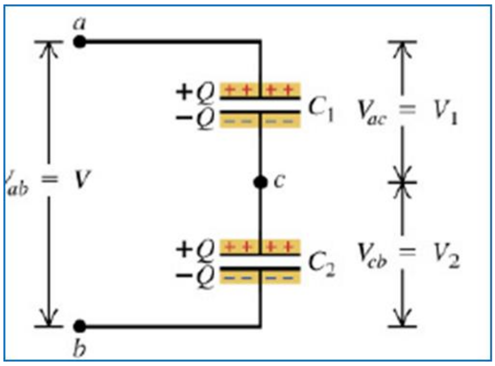
La capacidad nos queda:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2.\pi.\varepsilon_0.L}{ln(\frac{b}{a})}$$

1.3.5. Conexión en serie y paralelo de los capacitores.

Como dijimos anteriormente un capacitor es un componente, en un circuito se suelen conectar más de un capacitor, existen dos típicas conexiones básicas, la conexión en serie y la conexión en paralelo.

1.3.5.1. Conexión en serie.



Para este caso tenemos que

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

$$V_1 = \frac{Q}{C_1}$$

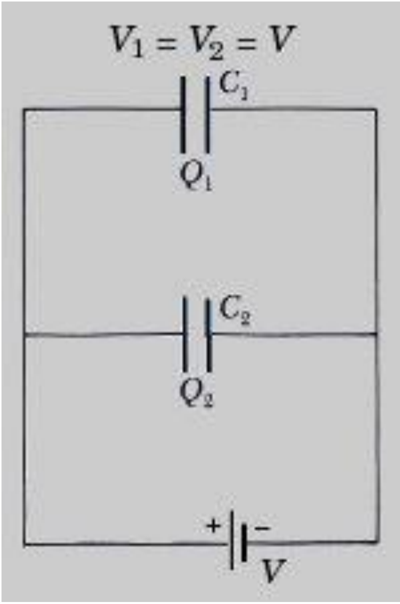
$$V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

$$V = V_1 + V_2 = q.(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})$$

Por lo tanto

$$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

1.3.5.2. Conexión en paralelo



Al estar en paralelo la tensión en cada capacitor es la misma.

$$Q_1 = C_1.V$$

$$Q_2 = C_2.V$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 = V.(C_1 + C_2)$$

$$C_p = C_1 + C_2$$

1.3.6. Almacenamiento de energía en un campo eléctrico.

Vamos a ver como se almacena energía en un capacitor.

Un capacitor almacena una energía potencial eléctrica U igual al trabajo necesario para cargarlo. Esta energía se puede recuperar si se descarga el capacitor. El trabajo de carga generalmente lo realiza una batería , a expensas de su energía química almacenada.

El trabajo es

$$W = V.q$$

$$V(t) = \frac{q(t)}{C}$$

Si queremos transferir dq se requiere dw de trabajo, por lo tanto

$$\boldsymbol{dW = V.dq = \frac{q(t)}{C}.dq}$$

Consideremos ahora que el capacitor se está cargando con una batería a tensión constante (Corriente continua). Si el proceso continúa hasta transferir la carga total Q.

$$\boldsymbol{W = \int dW = \int_0^Q \frac{q}{C}.dq = \frac{1}{2}.\frac{Q^2}{C}}$$

Por ser $Q = C.V$

$$\boldsymbol{U = W = \frac{1}{2}.C.V^2}$$

La energía almacenada en un capacitor recide en su campo eléctrico $\vec{E}$.

1.3.7 Capacitor de placas paralelas con dieléctrico.

La ecuación $C = \frac{\varepsilon_0.A}{d}$**,** solo es válida para capacitores de placas paralelas cuando están en el vacío.
Faraday comprobó experimentalmente que un capacitor con un dieléctrico entre sus placas tenía la propiedad de acumular mayor cantidad de cargas que uno de igual forma sin dieléctrico a igual potencial. Dicho de otra forma se lograba aumentar la capacidad incorporándole un dieléctrico al capacitor.

Vamos a definir la constante dieléctrica de un material

$$\boldsymbol{k = \frac{Cd}{C}}$$

Donde Cd es la capacidad con dieléctrico y C es la capacidad sin dieléctrico. El valor de k debe ser mayor a uno.
Entonces en un capacitor de placas paralelas tenemos que

$$\boldsymbol{Cd = \frac{k.\varepsilon_0.A}{d}}$$

En general la capacidad de un capacitor se puede expresar de la siguiente manera.

$$\boldsymbol{C = k.\varepsilon_0.L}$$

En donde

k , Constante dieléctrica del material, en el vacio vale cero.
L, Depende de la geometría del capacitor.