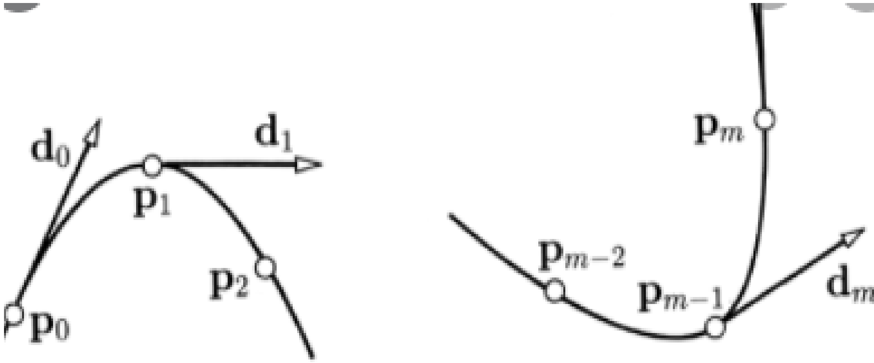

DERIVADA PARTE 4

https://www.youtube.com/watch?v=_6-zwdrqD3U

Derivada Sucesivas

Las **derivadas sucesivas** son las derivadas de una función después de la segunda derivada.

- ✓Cuando derivamos una función obtenemos la primera **derivada** $f'(x)$
- ✓Si derivamos esta primera **derivada** obtenemos la segunda **derivada** $f'(x)$
- ✓ Si derivamos esta segunda **derivada** obtenemos la tercera **derivada** $f'(x)$
- ✓Si derivamos esta tercera **derivada** obtenemos la cuarta **derivada** $f'(x)$
- ✓Y así sucesivamente.

Ejemplo

- Obtener todas las derivadas de la función f definida por:

$$f(x) = 3x^3 + 4x^2 + 9x - 7$$

- Usando reglas de derivación hacemos la derivada primera

$$f'(x) = 9x^2 + 8x + 9$$

- Repitiendo el proceso podemos obtener la segunda derivada, la tercera derivada y así sucesivamente.

$$f''(x) = 18x + 8$$
$$f'''(x) = 18$$
$$f^{(4)}(x) = 0$$

- Nótese que la cuarta derivada es cero y la derivada de cero es cero, por lo cual tenemos en este caso

$$f^{(n)}(x) = 0 \quad n \geq 4$$

Otro Ejercicio

- Calcular la quinta derivada de la siguiente función: $f(x)= \operatorname{sen}2x$

- Derivando la función dada tenemos como resultado

- ✓ $f\,'(x)=2\cos 2x$
- ✓ $f\,''(x)= -4\operatorname{sen} 2x$
- ✓ $f\,'''(x) = -8\cos 2x$
- ✓ $f\,''''(x)= 16\operatorname{sen} 2x$
- ✓ $f\,'''''(x) = 32\cos 2x$

Velocidad y Aceleración

- Una de las motivaciones que llevaron al descubrimiento de la derivada fue la búsqueda de la definición de la velocidad instantánea.

Cuya definición formal es la siguiente:

- Sea y = f(t) una función cuya gráfica describe la trayectoria de una partícula en un instante ***t***, entonces su velocidad en un instante ***t*** viene dada por:

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = f'(t)$$

- Una vez obtenida la velocidad de una partícula, podemos calcular aceleración instantánea.

Cuya definición es la siguiente:

- La aceleración instantánea de una partícula cuya trayectoria viene dada por y = f(t) es:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = f''(t)$$

Ejemplo

- Una partícula se mueve sobre una recta según la función posición:

$$y = 2t^3 - 3t + 5$$

- 1. ¿ En que instante su velocidad es 0?
- 2. ¿En que instante su aceleración es 0?

Solución

- Hacemos primera y segunda derivada de la función :

$$y = 2t^3 - 3t + 5$$

$$6t^2 - 3$$

f ´ (x)=

f ´´(x) = 12 t

- Ahora igualamos a cero

$$v(t) = 0 \leftrightarrow 6t^2 - 3 = 0$$

$$\leftrightarrow t = 6\left(t - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(t + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad o \quad t = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

- Procedemos con la pregunta 2 de manera análoga:

$$a(t) = 0 \leftrightarrow 12t = 0$$

$$\leftrightarrow t = 0$$

Derivada Enésima

- En algunos casos, podemos encontrar una fórmula general para cualquiera de las derivadas sucesivas (y para todas ellas). Esta fórmula recibe el nombre de **derivada enésima, $f'^{n}(x)$**.

Ejemplos

- Calcular la derivada enésima de:

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{1 \cdot 2}{x^3} = \frac{2!}{x^3} \qquad f'''(x) = -\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{x^4} = -\frac{3!}{x^4}$$

....

$$f'^{n}(x) = (-1)^n \frac{n!}{x^{n+1}}$$

Extremos Absolutos

- Definición de **extremos absolutos**:

Sea f(x) una función definida en un intervalo **I**, los valores máximo y mínimo de f en **I** (si los hay) se llaman extremos de la función.

Máximo absoluto

Se dice que una función tiene su máximo absoluto en el x = a si la ordenada es mayor o igual que en

cualquier otro punto del dominio de la función.