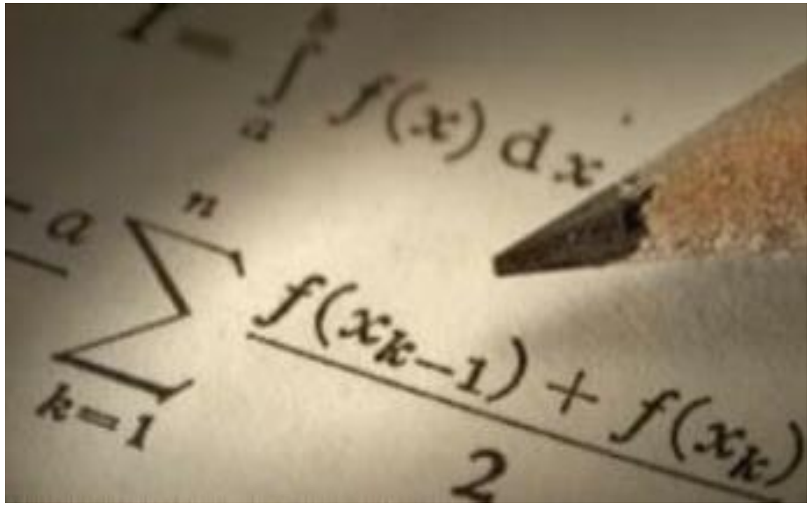
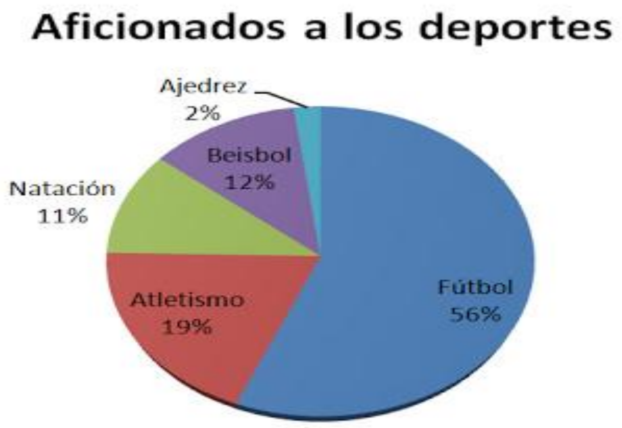


FUNCIÓNES Parte 1

https://youtu.be/uuUS53gC_IYulo

INTRODUCCIÓN

- A través del lenguaje nos comunicamos con los demás. En la actualidad, el lenguaje gráfico es sin duda una de las formas de conocimiento y de transmisión de la información. En todos los medios de comunicación aparece información expresada por medio de tablas y de gráficos de rápida interpretación visual y que muestran cómo unas variables dependen de otras.



Un poco de Historia

- Newton fue el primero que se aproximó al concepto de **función**, utilizando el término fluyente para cualquier relación entre variables.
- Leibniz se sirvió por primera vez de la palabra **función** para indicar las cantidades que dependen de una variable. También introdujo palabras como **constante, variable y parámetro**.
- Euler fue el que la expresa tal como la conocemos hoy f(x)

Nota:

- Las funciones estudiadas en este capítulo son las llamadas funciones a una variable es decir tienen una sola variable independiente y su representación es en el plano.

Vamos a dar un ejemplo de la vida real

- El Parque Nacional de Yellowstone cuenta con una cantidad muy importante de géiseres muy activos. Algunos de ellos bastante previsibles en su comportamiento https://www.youtube.com/watch?v=N1OrCAHsQZU
- Algunos de ellos se han podido modelizar es decir se puede preveer de cuando entraran en actividad

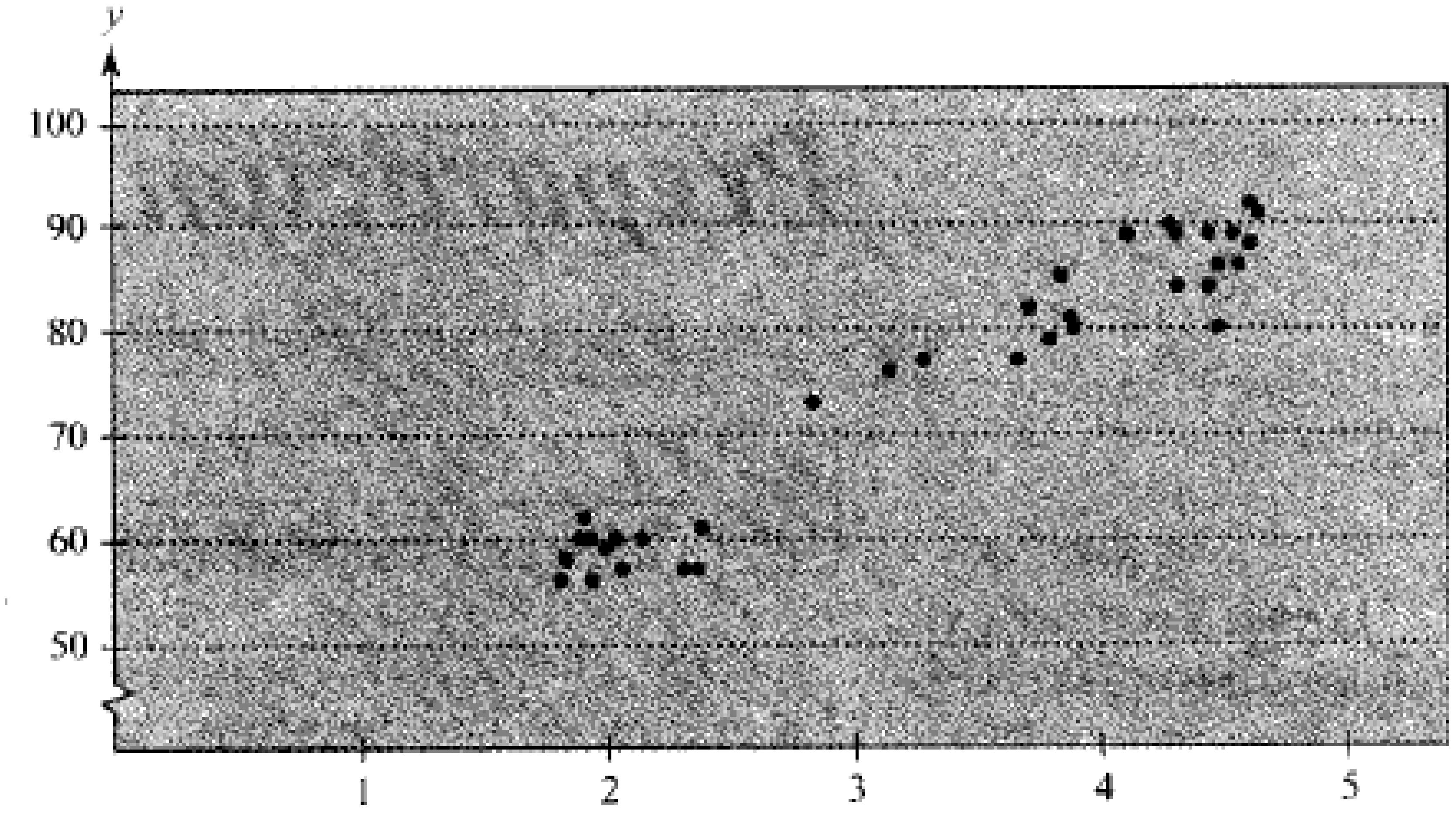
Veamos la siguiente tabla

La tabla siguiente muestra 35 erupciones en forma de pares ordenados (x, y), donde x representa la duración e y el intervalo, ambos en minutos. (*Fuente: Parque Nacional de Yellowstone.*)

(1,80, 56),	(1,82, 58),	(1,88, 60),	(1,90, 62),	(1,92, 60),
(1,93, 56),	(1,98, 59),	(2,03, 60),	(2,05, 57),	(2,13, 60),
(2,30, 57),	(2,35, 57),	(2,37, 61),	(2,82, 73),	(3,13, 76),
(3,27, 77),	(3,65, 77),	(3,70, 82),	(3,78, 79),	(3,83, 85),
(3,87, 81),	(3,88, 80),	(4,10, 89),	(4,27, 90),	(4,30, 84),
(4,30, 89),	(4,43, 84),	(4,43, 89),	(4,47, 80),	(4,47, 86),
(4,53, 89),	(4,55, 86),	(4,60, 88),	(4,60, 92),	(4,63, 91),

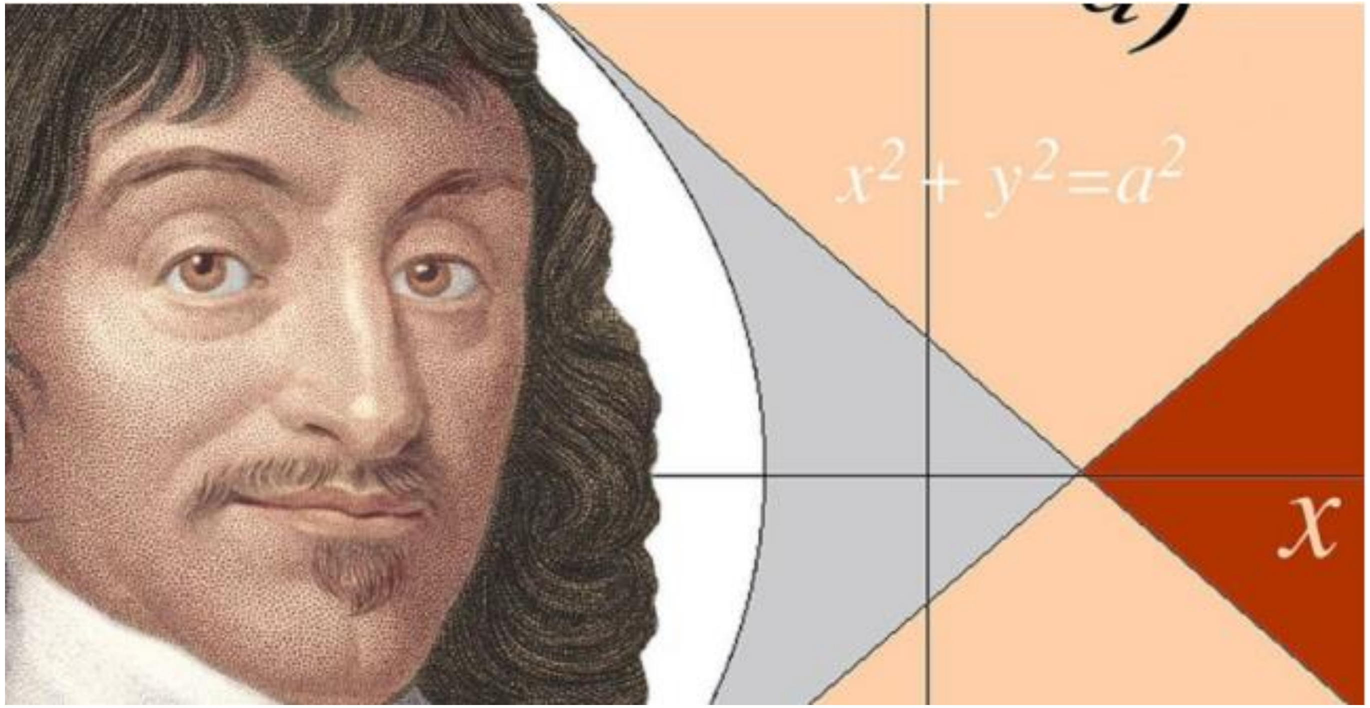
La primera componente representa la duración en minutos de la actividad, y la segunda es el lapso de tiempo entre una actividad y la otra

Gráficamente



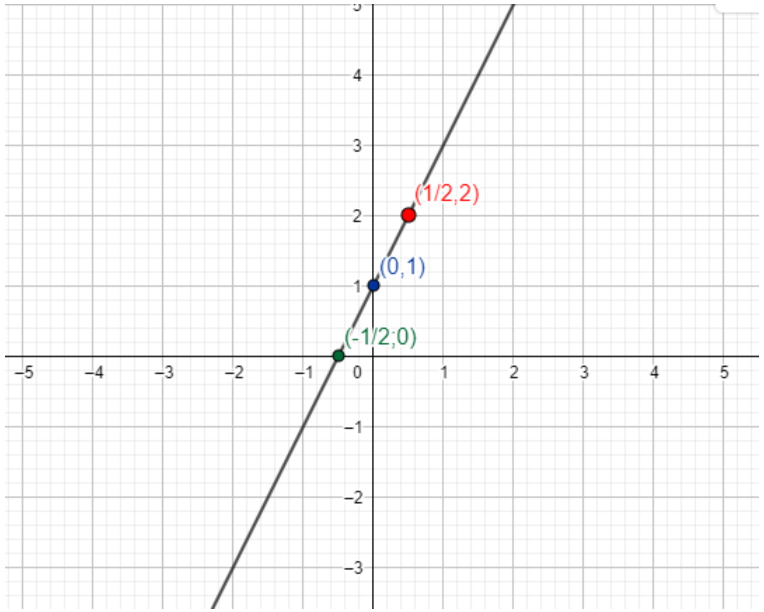
Gráfica de una Función

Fue el matemático René Descartes con la ayuda del plano coordenado conceptos geométricos como el de recta pudieron formularse analíticamente y conceptos algebraicos visualizarse geométricamente.

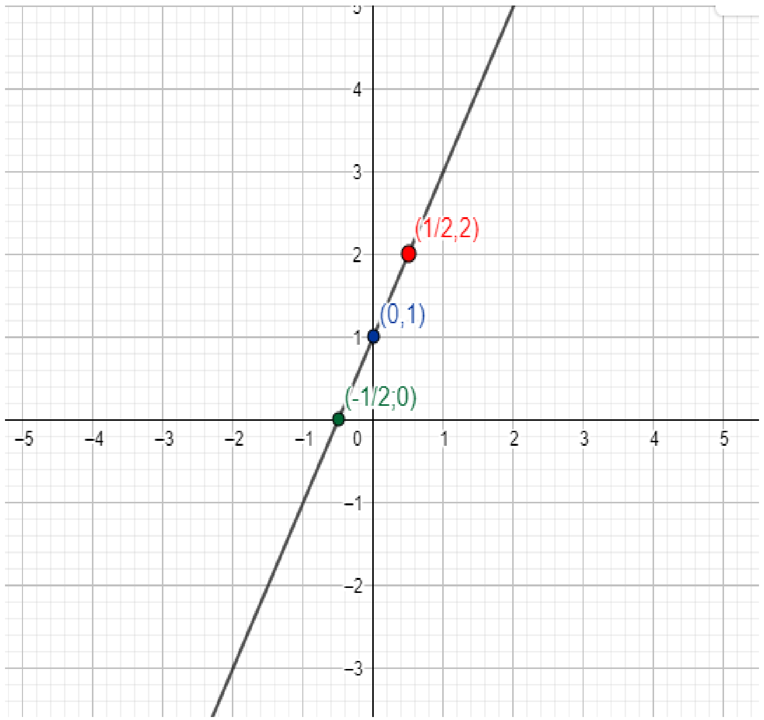


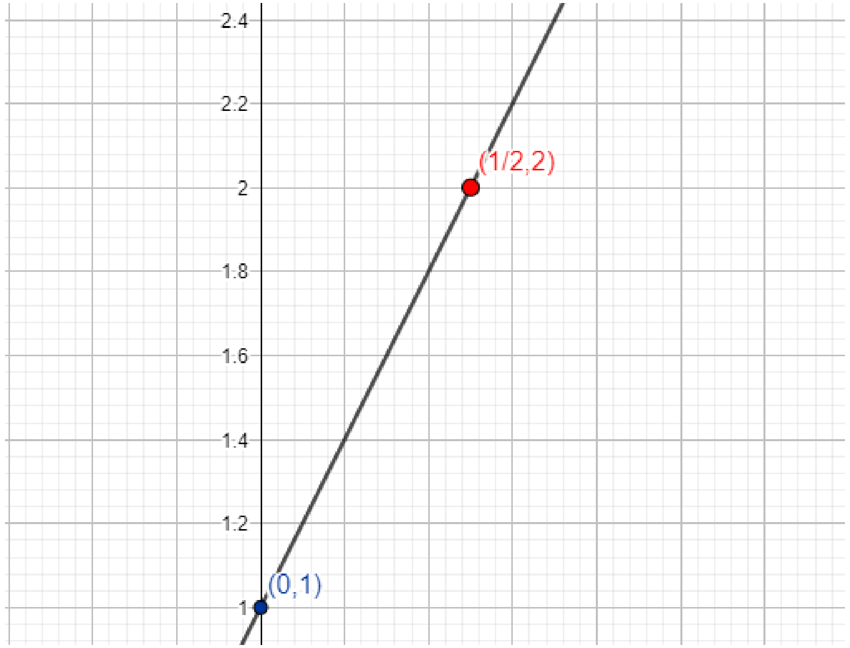
Suponamos tener la siguiente ecuación y=2**x**+1

El par (0,1) es solución para esta ecuación
Pero no es la única solución existen muchas, infinitas
(1,3) ; (2,5) ; (-1,-1); ($\frac{1}{2}$, 2)……….
El conjunto de todos los puntos que cumple con la ecuación se pueden representar en el plano y constituyen la grafica



Sin duda podemos decir que los programas gráficos que nos proporciona la tecnología nos ayudan a resolver y graficar funciones y relaciones. Además nos permite acercarnos o alejarnos visualmente a ellas . Por ejemplo





Concepto de Función

DEFINICIONES

- **Definición 1**: De manera intuitiva podemos decir que una función es una **relación** entre dos magnitudes, (Por ej. cantidad de agua y volumen lleno de la botella) de tal manera que a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda.

- **Definición 2:** Dados dos conjuntos A y B, y sea f: A $\rightarrow$B

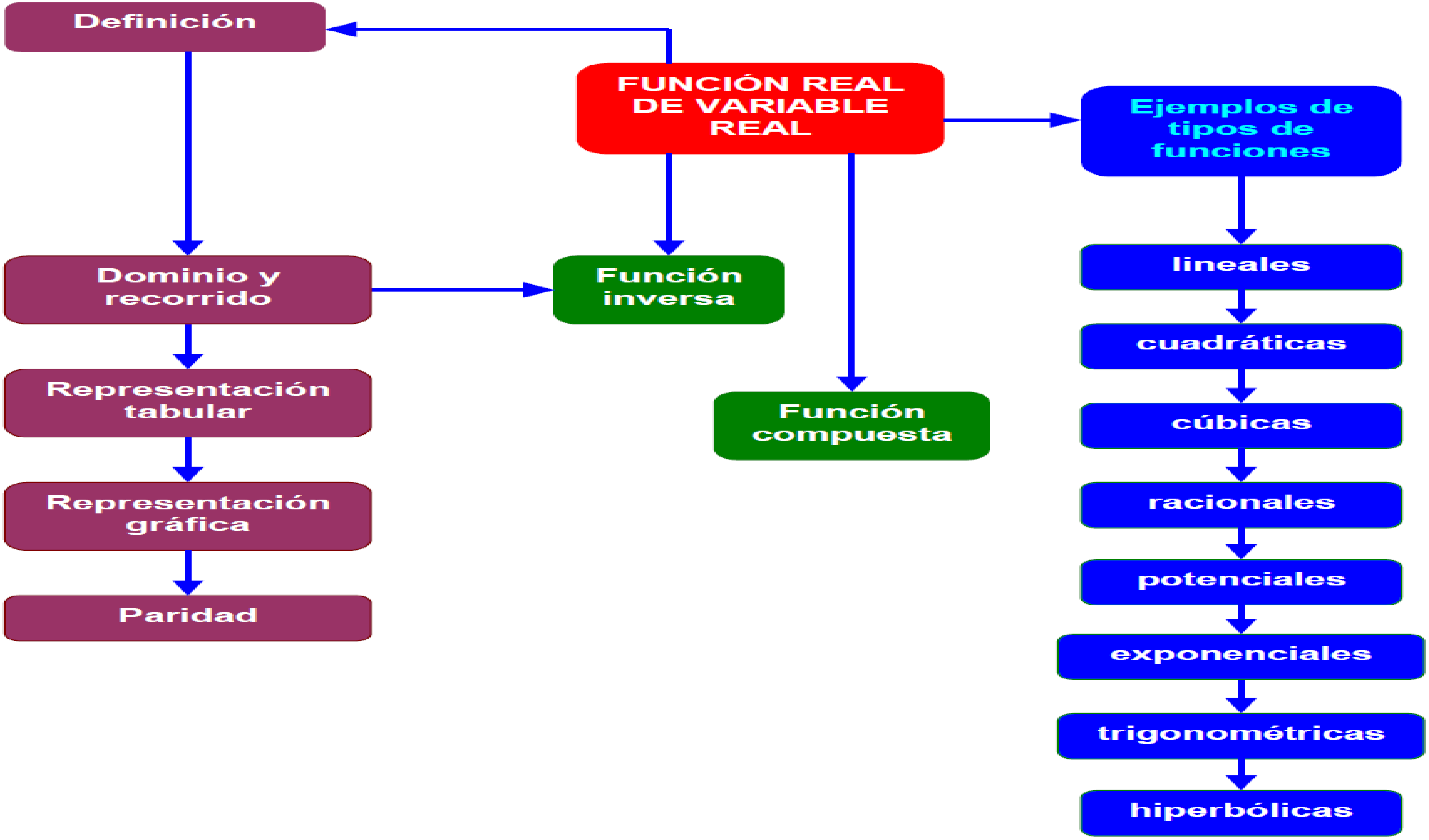
(una relación de A en B) se dice que **f es una función** definida en el conjunto *A* que toma valores en el conjunto B, cuando a cada elemento de A le corresponde **uno y sólo uno** elemento de B.

- **Definición 3:** Dados dos conjuntos A y B, y sea f: A →B (una relación de A en B) se dice que **f es una función** del conjunto A en el conjunto B si y solo si cumple con las siguiente condiciones:

  - **Existencia:** $\forall x \in A : \exists y \in B / f(x) = y$
  - **Unicidad:** $\forall x \in A : (f(x) = y_1 \wedge f(x) = y_2 \rightarrow y_1 = y_2)$

Video

- https://youtu.be/uuUS53gC_IYulo


FUNCIÓN REAL DE VARIABLE REAL
Definición
Dominio y recorrido
Representación tabular
Representación gráfica
Paridad
Función inversa
Función compuesta
Ejemplos de tipos de funciones
lineales
cuadráticas
cúbicas
racionales
potenciales
exponenciales
trigonométricas
hiperbólicas

✓Ejemplo de “NO FUNCION”
No se cumple la existencia “ Omar no prefiere ninguna asignatura”
No cumple la unicidad “ hay alumnos que prefieren mas de una asignatura “

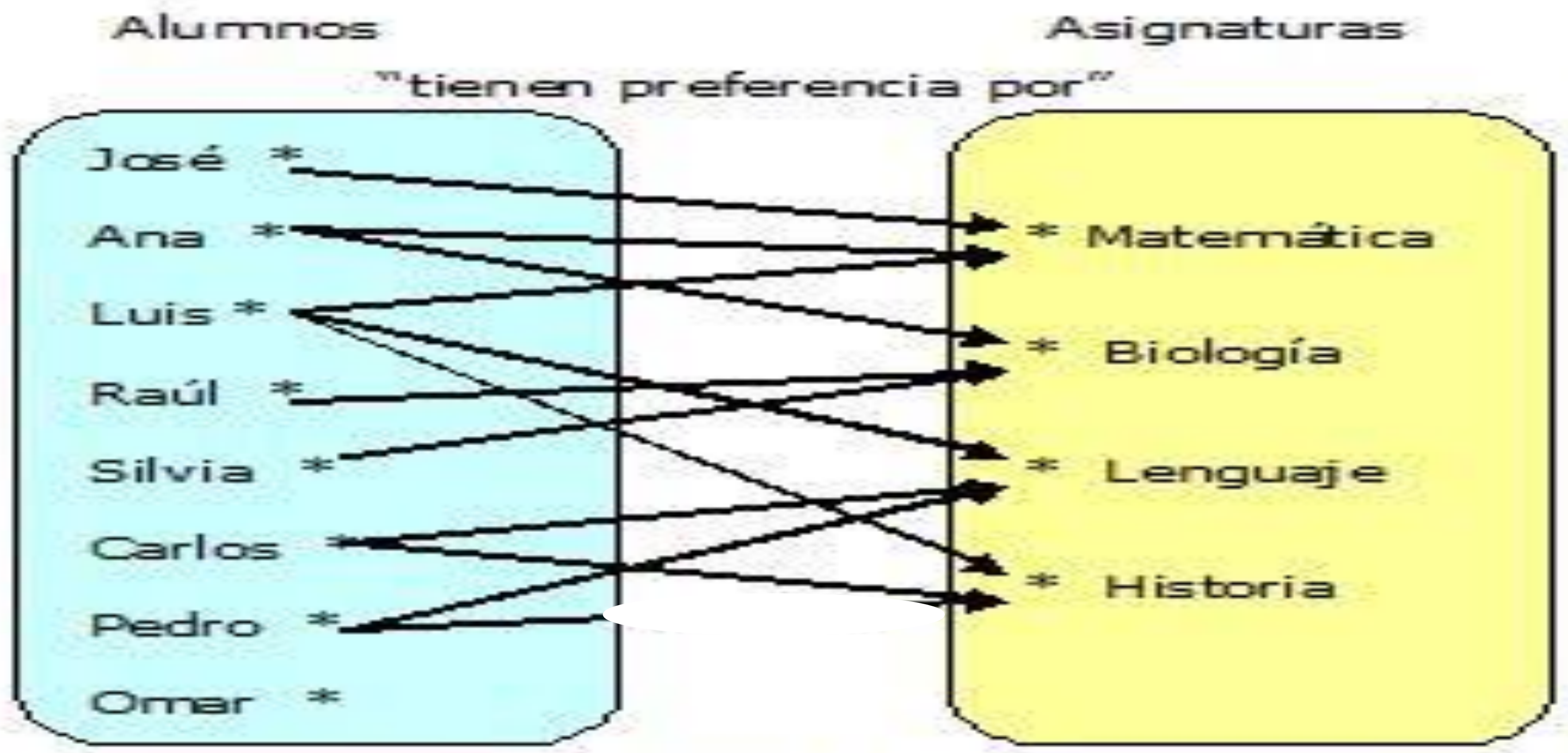
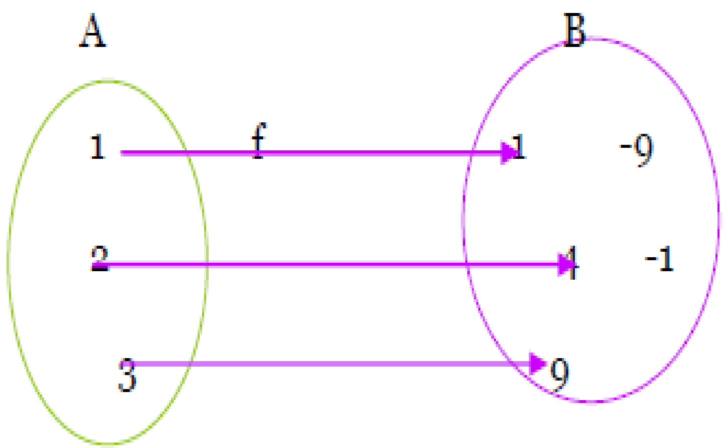


Figura 1.

MAS EJEMPLOS

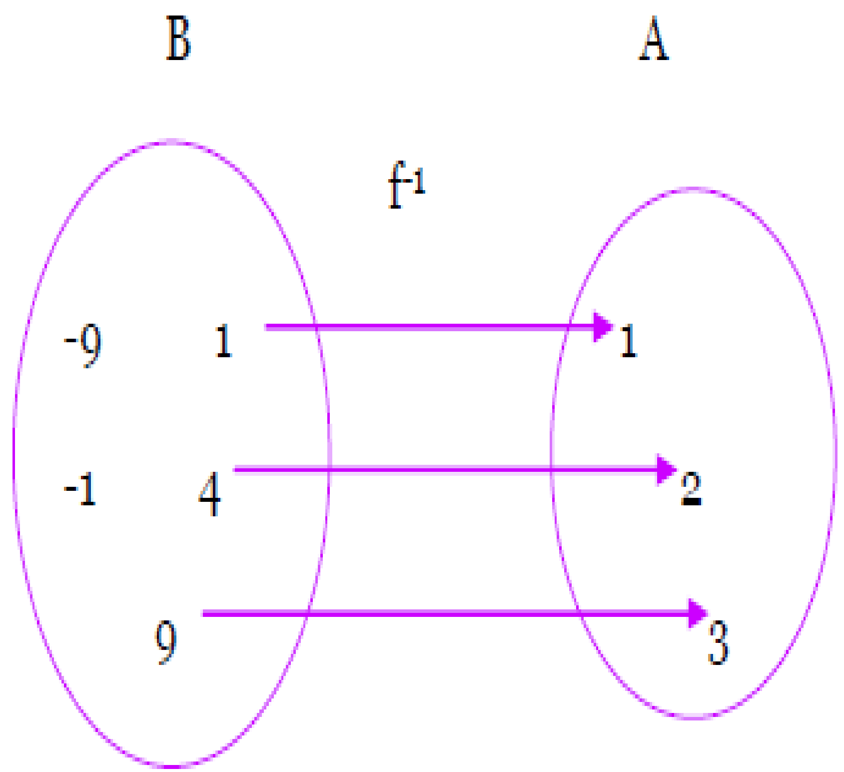
1- Sean los conjuntos A={ 1,2,3} y B ={-1,1,4,9,-9}. Sea la siguiente relación f definida de la siguiente manera f(1)= 1 ; f(2)= 4 ; f(3)= 9 Donde el conjunto A es el dominio de f y el conjunto B es el codominio de f .

Por lo tanto los pares (1,1) (2,4) y (3, 9) pertenecen a f



La relación f es una función ya que cumple con las condiciones de existencia y unicidad

2- Tomemos ahora la relación inversa de f que esta formada por los pares (1,1) ; (4,2) ; (9,3) Donde ahora el dominio es el conjunto B y el codominio es el conjunto A. Dicha relación no es función ya que no cumple existencia



3- Sea f: $R \to R$:f(x)=2x+1 probaremos analíticamente que f es una función. El conjunto de los números reales es el dominio como el codominio en esta "relación"

a) Probaremos que cumple con la existencia de f

$\forall x:(x \in R \to 2x \in R \to 2x+1 \in R)$ luego hemos probado que para todo real existe un número real tal que f(x)=2x+1

b) Probaremos ahora la unicidad de f

$\forall x \in R:(f(x) = y_1 \wedge f(x) = y_2 \to y_1=2x+1 \wedge y_2=2x+1 \to x = \frac{y_1 - 1}{2} \wedge x = \frac{y_2 - 1}{2}$ ahora igualamos

$\frac{y_1 - 1}{2} = \frac{y_2 - 1}{2} \to simplificando \quad y_1 = y_2)$

Hemos probado que cumple con las dos condiciones (existencia y unicidad) por lo tanto f(x)=2x+1 es una función de $R \to R$

RELACIONES QUE NO SON FUNCIONES

4- Sea f: $R \to R : f(x) = +\sqrt{x}$ Esta relación no es una función ya que no cumple existencia lo probamos

$\forall x : (x \in R \to \sqrt{x} \in R$ esto no es siempre cierto ya que por ej. $-2 \in R \wedge \sqrt{-2} \notin R)$ no se cumple la existencia $\forall x \in R$

5- Sea f: $R_{\geq 0} \to R : f(x) = \pm\sqrt{x}$ esta relación si bien cumple la existencia ya que aquí el dominio son los reales mayores o iguales que 0 pero no cumple la unicidad. Probamos porque:

f(4) = ± 2 al elemento 4 del dominio le corresponden dos valores del codominio 2 y -2 por lo tanto no cumple unicidad.

Observación:

- Toda función es una relación (relación que cumple con las propiedades de existencia y unicidad) pero ***no toda relación*** es una función (ya que no toda relación cumple con las propiedades de existencia y de unicidad)

Distintas Formas de Expresar una función

Sea $f: A \to B$ una función; nosotros dijimos que podemos expresarla como $f(x)=y$ esto también se puede expresar como $(x,y) \in f$ (esta forma es más común para relaciones) o bien como $x\,f\,y$ (que es también común para relaciones)

Es decir que:

$$f(x) = y \leftrightarrow (x,y) \in f \leftrightarrow x\,f\,y$$

Elementos de una Función

Sea f: A→B / f(x) =y

- A Dominio o Conjunto de partida de la función.
- Variable independiente "x" (es a la que se le da valores para obtener la variable y)
- Variable dependiente "y"
- B Codominio o Conjunto de llegada de la función
- f(x) fórmula de la función
- A→B campo de definición de la función

Dominio

Sea f : A $\rightarrow$ B tal que f(x)=y (f una función)

- **Definición:** Se llama **Dominio** de la función f: A$\rightarrow$ B , al conjunto donde toma valores la **variable independiente**, en nuestro caso el dominio es el conjunto A.

  Se le llama también conjunto de partida y se lo representa simbólicamente D(f) o bien Dom(f)

- Ejemplos
- 1.) f:R $\rightarrow$ R : f(x)=2x+1 Dominio de la función R
- 2.) f: R^+ $\rightarrow$R:f(x)=log x Dominio de la función R^+

Dominio Máximo o Dominio Natural

- **Definición:** Se llama **Máximo Dominio o Dominio Natural** de una función al máximo de los subconjuntos de números reales que hace posible que la variable independiente tome valores sin que f deje de ser función

Cuando el dominio de una función f no está explícitamente se considera como su dominio el máximo subconjunto de R donde la relación f puede evaluarse como función.

Ejemplo

$f(x):\sqrt{x-2}$ Podemos dar como dominio de esta función $x > 5$ pero este no es el dominio natural de la misma (si bien es un conjunto de valores que hace posible que f tome valores reales, no es el máximo) El máximo de los subconjuntos de los reales esta dado por $x \geq 2$, por lo tanto este es el dominio natural para la función dada.

Codominio

- **Definición:** Se llama Codominio de la función f: $A \to B$,al conjunto donde toma valores la variable dependiente en nuestro caso el codominio es el **conjunto B** también se le da en llamar **conjunto de llegada** Suele representarse con algunas de las siguientes expresiones Cod(f) o bien C(f)
- Ejemplos
- 1- $f:R \to R : f(x)=2x+1$ Codominio de f Cod(f)=R
- 2- $f:R \to R:f(x)=e^{X}$ Codominio de f Cod(f)=R

Ejemplos

- 1. $f:R \to R : f(x)=2x+1$

Su campo de definición es $R \to R$

Su Fórmula es $y= f(x)=2x+1$

- 2. $f:R\to R:f(x)=e^X$

Su campo de definición es $R \to R$

Su Fórmula es $y= f(x)= e^X$

IMAGEN , RANGO o RECORRIDO de una FUNCIÓN

- **Definición:** Se llama **Imagen, Rango** o también **Recorrido** de una función al conjunto de valores del conjunto B que toma la variable dependiente, es decir, es el conjunto de valores que puede alcanzar la función. El recorrido de una función del tipo y =f(x) suele representarse con alguna de estas expresiones: R(f), Rango(f), Im(f).

Ejemplo

f:R $\rightarrow$ R: f(x)= x^2

Su imagen son los Reales ≥0 ya que todo número real sea positivo o negativo al cuadrado es positivo o cero en el caso de que x=0

I(f)= [0,∞) como observamos la imagen es distinta al conjunto de llegada pero si podemos decir que esta incluida en este.