

Übungen zur Computerorientierten Physik

3 Gleichförmige Verteilung in/auf (Hyper-) Kugel

Schreiben Sie eine Funktion, die d -dim. Zufallsvektoren gleichverteilt in der Einheitskugel (Radius 1) erzeugt, die um den Koordinatenursprung liegt.

Grundidee: Zurückweisungsmethode: Erzeugen Sie einen Zufallsvektor $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)$ gleichverteilt in $[-1, 1]^d$ und akzeptieren Sie den Vektor wenn seine Länge $|\vec{x}| = \sqrt{\sum_i x_i^2} \leq 1$ ist.

Mit der gleichen Methode können Sie auch gleichverteilte Zufalls-Vektoren auf der Oberfläche der Einheitskugel generieren. Normieren Sie dazu einen innerhalb der Kugel akzeptierten Vektor, indem Sie durch seine Länge $|\vec{x}|$ teilen. Wenn Sie noch eine Statistik führen, wie viele Versuche nötig waren, können Sie daraus π abschätzen.

Im einzelnen:

- Implementieren Sie dazu die Funktion `generate_sphere()` gemäß

```
/****** generate_sphere *****/
/** Generates a random 'dim' dimensional 'point'    **/
/** which is uniformly distributed in the unit      **/
/** 'dim'-dimensional sphere (centered at 0)       **/
/** if 'surface' only points on the surface of the **/
/** sphere are generated                           **/
/** Uses rejection method.                         **/
/** PARAMETERS: (*)= return-paramter               **/
/**          dim: dimension of system               **/
/**          (*) point: generated vector            **/
/**          surface: project on surface of sphere ? **/
/** RETURNS:                                       **/
/**  number of trails needed                       **/
/*******/
int generate_sphere(int dim, double *point, int surface)
```

Schreiben Sie ein passendes Hauptprogramm um sich eine vorgegebene Zahl von Zufallsvektoren ausgeben zu lassen.

Testen Sie das Programm.

- Erzeugen Sie 1000 Zufallsvektoren gleichverteilt im Kreis. Leiten Sie die Vektoren in eine Datei und plotten Sie die Vektoren (z.B. mit `gnuplot`).

- Erzeugen Sie 1000 Zufallsvektoren gleichverteilt auf dem Rand des Kreises. Leiten Sie die Vektoren in eine Datei und plotten Sie die Vektoren (z.B. mit `gnuplot`).
- Erzeugen Sie 1000 Zufallsvektoren gleichverteilt auf dem Rand der Kugel. Leiten Sie die Vektoren in eine Datei und plotten Sie die Vektoren (z.B. mit `gnuplot`, mit dem `splot` Befehl).
- Verwenden Sie die Funktion um π näherungsweise durch eine Simulation mit Zufallszahlen zu ermitteln.

Überlegen Sie sich dazu wie das Volumen des Kreises mit der Zahl der nötigen Versuche, die von `generate_sphere()` zurück gegeben wird, in Zusammenhang steht.

Erstellen Sie einen Plot, in dem Sie den Schätzwert als Funktion von der Zahl K der Aufrufe von `generate_sphere()` auftragen, für $K = 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$.

- Zusatzaufgabe (ggf. nächster Tag): Geben Sie den geeignet reskalierten Standardfehler $\sqrt{\text{Var}/(K-1)}$ mit aus.