

第 1 章

結び目理論入門

定義 1.1: 結び目・絡み目

- **結び目** (knot) とは, 空間対 (S^3, S^1) であって S^1 が S^3 の滑らかな部分多様体になっているもののこと.
- n 成分**絡み目** (link) とは, 空間対 $(S^3, \underbrace{S^1 \amalg \cdots \amalg S^1}_n)$ であって $S^1 \amalg \cdots \amalg S^1$ が S^3 の滑らかな部分多様体になっているもののこと. n のことを**成分数**と呼ぶ.

定義 1.2: 結び目の同値

結び目 K_1, K_2 を与える. 以下の 2 つの定義は同値である.

- S^3 の向きを保つ自己同相写像 φ が存在して $\varphi(K_1) = K_2$ を満たすとき, K_1 と K_2 は**同値**であるという.
- S^3 の自己同相写像の族 $\{h_t: S^3 \rightarrow S^3\}_{t \in [0, 1]}$ が存在するとき, K_1 と K_2 は**全同位同値** (ambient isotopic) であるという:
 - $H: S^3 \times [0, 1] \rightarrow S^3, (x, t) \mapsto h_t(x)$ は連続写像
 - $h_0 = \text{id}_{S^3}$
 - $h_1(K_1) = K_2$