



TESSELLATION
日本テセレーションデザイン協会

図形と空間の不思議 敷き詰め模様で遊ぼう! ③

2014.11



●日本テセレーションデザイン協会●ご案内●

日本テセレーションデザイン協会は、図形の敷き詰めを応用した新しいデザインを創作、研究するメンバーが集う団体です。1998年にローマで開催されたエッシャー会議を機に発足し、首都圏を中心に定期的に会合を開き活動しています。本協会では、テセレーションに関心のある新規会員を絶賛募集中です。ご興味のある方は、ぜひ下記サイトからご連絡ください。

mixi (テセレーション コミュニティ) http://mixi.jp/view_community.pl?id=960872

折り方で組変わる立体表面の連続模様 ～計算によるデザインの創出～

荒木 義明 (日本テセレーションデザイン協会代表)

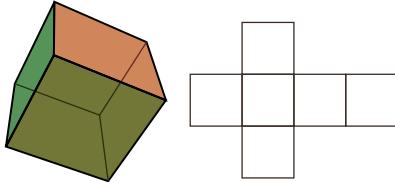


図1. 立方体(左)とその展開図の一例(右)

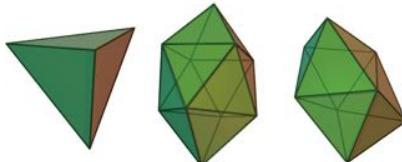


図2. 辺長が等しい立体の例
右から正四面体(5個ある正多面体の1例)、
J17, J84 (92個あるジョンソン立体の2例)

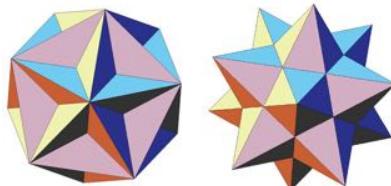


図3. 凹や棘のある立体の例

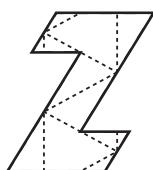


図4. 異なる4つの凸立体が折れるZ形の
展開図。点線に沿って折り目をいれると
正四面体が折れる

昨今流行の「計算折り紙」という離散数学の最新成果をテセレーションデザインとパズルへの応用として紹介します。計算折り紙では、1)ある立体がどのような展開図から折れるのか、2)ある展開図でどのような立体が折れるのかという素朴で深淵な問い合わせあり、それに関連した未解決問題が多数存在します。

筆者らは図2のような辺長が等しい立体に限定して、複数の立体が一つの共通な展開図から折れる事象や、同じ立体が一つの展開図から複数の方法で折れる事象を調べています。特に正四面体の展開図が必ず壁紙群P2で平面にタイリングできる特徴から、正四面体と共に展開図をもつジョンソン立体がJ17とJ84の二つに限られることを特定し、その展開図を網羅しました。

本展示では展開図の上に絵柄が描かれており、絵柄が連続するように展開図の縁を貼り合わせていくと立体ができます。貼り合わせ方は何通りもあり、立体にならない場合や、図3のように凹(くぼみ)や棘(とげ)のある立体になる場合もあります。

凹や棘のない立体を組み立てたらパズルの第一関門が突破です。この形状は凸立体という数学的に筋のよい特徴で、工作する際にも立体としても組み立て易いです。少なくとも4つの違う方法で凸立体が折れる展開図を用意したので、チャレンジして凸立体を組み立ててみてください。正四面体が図4のZ型の展開図から折れたらプロ級です。

凸立体を2つ以上組み立てられたら、次は表面模様の違いに注目してください。模様には動物が描かれており、隣り合う動物の組合せが入れ替わったり、立体の角に集まる動物の数が変化しているでしょう。

鋭い人は動物の柄が折り方を変えて切れ目なく連続していることに気がついたかもしれません。この模様はいくつもの条件を同時に満たすよう緻密に計算されているのです。

このような模様を作るには、図6のように展開図の縁の対応関係を求める。立体に折った際に貼り合わさる展開図の縁は同じ形状になるので同じ色で塗ります。今回は一つの展開図を複数の折り方で折っても連続した模様となるようにしたいので、全ての折り方の縁の対応関係を掛け合わせた対応関係を求めます。(図6の右下)

次は展開図を同じ形状のタイルに細分化して動物等の絵柄を描き易くします。描き易さの条件は 1) タイル内の同一種の辺の数を最小限 2) タイルの種類を最小限とする 3) 異種のタイルは他方を含まない 4) 可能ならタイルの面積は種類により異なるとしました。

今回計算により従来のユークリッド平面だけで思い及ばない様々なテセレーションを創出できました。特に図7のように立体の鏡映対称と関係なく一部のタイルのみに鏡像関係が現れる例は興味深いです。

離散数学の計算には、テセレーションやパズルに限らず科学全般へ諸問題への応用の可能性が秘められており、本展示が参加者の新しい発見につながることを期待しています。本研究は北陸先端科学技術大学院大学の上原隆平教授、埼玉大学の堀山貴史准教授との共同研究です。また本研究のキッカケを与えて頂いた大阪商業大学の谷岡一郎教授、魚とサメのベースとなる作品を提供して頂いた中村誠氏に感謝します。



図5. 図4のZ型の展開図にネコとサメの絵柄を描いたテセレーションの作例
正四面体(左上)、平行六面体(右上)、J84(右下)を含む4つの凸多面体上で模様が途切れなく連続している。

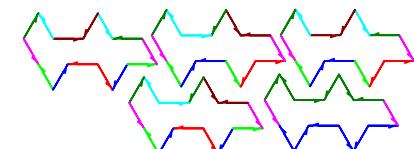


図6. J84の異なる4種類の折り方ごとの
展開図の縁の対応関係(同じ色の辺同士を
貼り合わせると)、すべての折り方を満たすよう
縁の対応関係を掛け合わせたもの(右下)

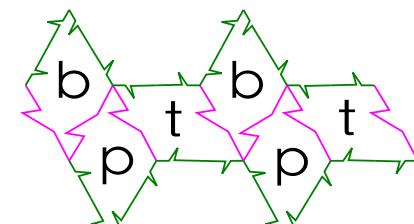


図7. 図6の全ての折り方を満たす展開図の
縁の対応関係を2種類のタイルに分割した例
(bとpは鏡映関係にある同じタイル)

正三角形による「アーテセレーション」 ～新しいデザインツール「富士山とカキ氷」～

谷岡 一郎 (大阪商業大学)



図1. 単一の正三角形タイル約300枚による幾何学模様の例



図2. 正三角形タイルの表(左:富士山)と裏(右: カキ氷)

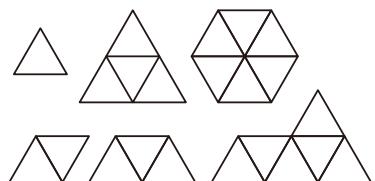


図3. 正三角形を組み合わせて作成したもので平面を敷き詰める图形の例



図4. 正三角形を組み合わせた台形から大きな台形の作成を反復して得られるレプタイル图形

正三角形タイルによる幾何学模様

本展示では単純なタイルを組み合わせることで驚くほどの多彩なデザインを生み出せることの面白さとその可能性について紹介します。図1の箱根細工のような複雑な幾何学模様も実はたった一種類の正三角形タイルを約300枚以上使って作り上げたものなのです。

図1の要素である正三角形タイルには図2のように表裏で同じ柄の異なる配色になっています。タイル自体の柄は極単純で、表裏それぞれ正三角形の高さ2分の1で白と緑のツートーンに色分けされています。

タイルの表裏の区別するためにも上半分が白いタイルの表を「富士山」、下半分が白いタイルの裏を「カキ氷」に見立てることにしましょう。

正三角形の組み合わせによる平面の敷き詰め

まずは「富士山とカキ氷」の元となる正三角形についてその敷き詰めの特徴を押さえておきましょう。

図3のように正三角形は組み合わせることで、より大きな正三角形はもとより、ひし形、台形、正六角形などを作ることができます。これらの图形はそれと同じ形を180°回転し組み合わせた图形を縦横にずらして貼り合わせるだけで簡単に平面全体を敷き詰めることができます。

また图形を組み合わせ、より大きな相似な图形をつくる手順を何度も繰り返すことで、複雑な構造を持つ敷き詰めを実現できます。図4は台形から大きな台形を作る手順を繰り返してできるレプタイル(自己相似タイリング)と呼ばれる图形の一例です。図5は、ひし形を組み合わせ、より大きなひし形に沿ったそれと等面積の图形を生成する手順を繰り返してできる擬相似タイリングの例です。この图形の境界はフラクタルになります。

正三角形の楽しさを引き出すワークショップ

このように敷き詰め易い特徴をもつ正三角形には無限のデザインの可能性がありますが、今回は特に小学生をターゲットとして彼らが正三角形の特徴に手応えを感じ楽しんでもらえる方法を検討しました。

1点目は組み合わせてきた模様の面白さが映えるようにすることです。要素を単純化すれば組み合せたものを様々な形に見立て易くなると考えらるため要素の具象性を下げて形状や柄を単純化した「富士山とカキ氷」を採用しました。

2点目はタイルの配置の試行錯誤しながら模様の規則性を生み出し易くすることです。利用するタイルの枚数を多すぎず66枚とし、敷き詰めた際の外形が長細い六角形になるルールとしました。作り手が作業するのは小さい範囲であっても、外形の六角形自体が平面全体を敷き詰められる形のためより広い領域を意識しながら作業ができるでしょう。図6～9のように多くの小学生が制作に取り組んでいます。

アートとテセレーションを融合

今後「富士山とカキ氷」を通じて小学生たちが正三角形などの幾何学图形のセンスを磨き自身の表現手段として作品を生み出していくことを期待しています。その先にはアートとテセレーションがさらに融合した新しい表現が現れるでしょう。ここでは「アーテセレーション(=アート+テセレーション)」と呼ぶことにしましょう。

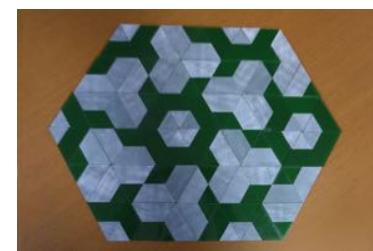


図8. 小学生による66枚のタイル敷き詰め例

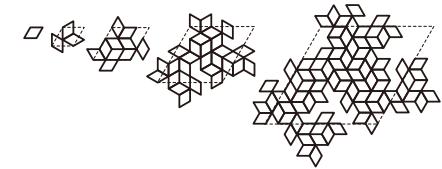


図5. 正三角形を組み合わせたひし形から大きなひし形と等面積の图形の作成を反復して得られるEric Lordによる擬似自己相似タイリングの例



図6. 小学生による66枚のタイル敷き詰め例



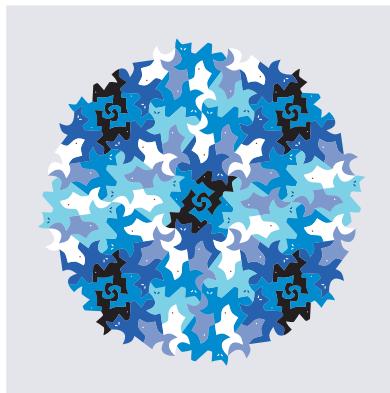
図7. 小学生による66枚のタイル敷き詰め例



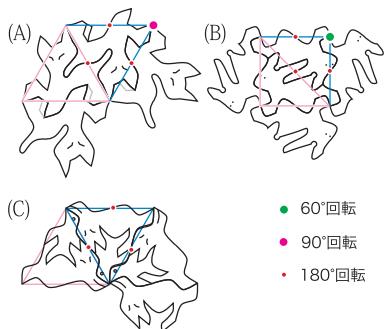
図9. 小学生による66枚のタイル敷き詰め例

- ・ランダムテセレーションの試み
- ・トートバッグにテセレーションデザイン
(作品とワークショップ)

中村 誠 (テセレーションデザイナー)



3モチーフのランダムテセレーションジグソーパズル
(木、アクリル、アクリル塗装 550×550)

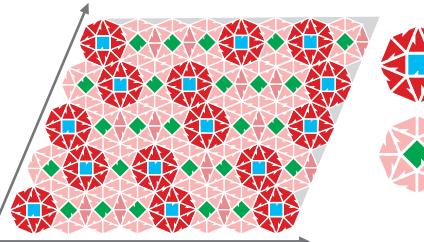


ランダムに敷き詰められる図形

テセレーションには様々な敷き詰め方があるが、身の回りにある一般的なタイルの様に決まった周期性のある敷き詰めか、またはペンローズタイルの様に決まった周期性の無い敷き詰めが知られている。これらとは違い、意図的に無秩序な敷き詰めが可能な方法があるとすれば、同じ形を共有する線分を増やすことも一つの方法だ。しかし、これは更に作図の制約を増やす事でもあり、作画の難易度は高くなる。図(A)と(B)は青い線上に描いた辺が中点から180°回転していて、更に図の2辺が全く同じ形の線分だ。基本的にこの方法は全ての基本图形で可能だ。また、制約上の難易度は图形を(C)の様に2つ以上のモチーフに分割することで、描き易くなるかもしれない。

ランダムテセレーションでの分割でモチーフを増やす事はジグソーパズル等の色々なパズルにおける楽しみの幅を広げる可能性もあるだろう。

正方形と45度二等辺三角形のランダムな敷き詰め (提供・荒木義明氏)



- 敷き詰め方法には様々なやり方がある
 - 狭い領域でもっともらぐはぐになるやり方を提案
 - 青と緑の八角形タイルを被りを許容して敷き詰める
 - 斜め方向にはランダムに置ける
- 青は横並びに連続できない

トートバッグにテセレーションデザイン (作品展示)

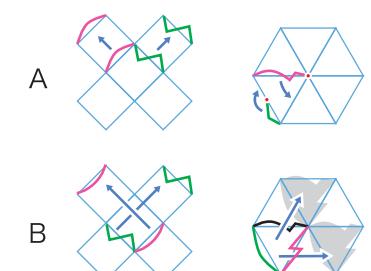
近年、テセレーションデザインを施した色々な商品がちらほら出回る様になったが、膨大なデザインの洪水の中で、人々に気付かれる事はあまり無いように思う。今回、既存の商品にテセレーションを描いた作品を展示することで、テセレーションデザインの魅力をアピールしたい。あなたの身の回りにあるテセレーションデザインをぜひ探してみて欲しい。

今回選んだ素材はキャンバス綿100%のナチュラルなトートバッグ。画材は布地用手描き染料(ダイロンカラーファン)で描いた。

- (1)、3モチーフ、4回転対称、魚と鳥と猫
- (2)、2モチーフ、3回転対称、魚と鳥
- (3)、多モチーフ、嵌め込み絵 (テセレーションでは無いが、テセレーションを作画する上の連想やクニックを磨くための習作)
- (4)、2モチーフ、鏡映対称、兎と鳥
- (5)、1モチーフ、4回転対称、猫
- (6)、2モチーフ、6回転対称のランダムテセレーション、鳥と猫

(ワークショップ)

作業はシールに描いてもらったテセレーションをトートバッグに貼ってオリジナル作品を作るこというもの。書き易い様にテンプレート(青線)を用意した。最初に自由に描いた絵から発想を広げる演繹的な方法と完成時の絵をイメージしつつ、細部の形を調整する帰納的な方法を駆使。今回はどれだけの人が興味を持って挑戦してくれるかは未知数ながら、此の結果を見て今後の活動に生かしていくればと思う。



線分移動による描画法の一例。
Aは1モチーフ、Bは2モチーフ。