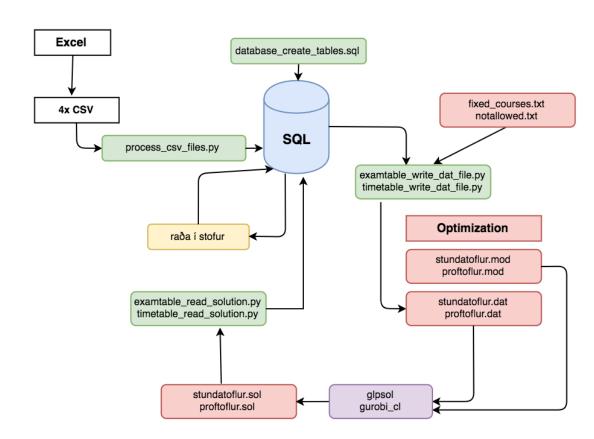
Líkan X – Bestunarlíkan fyrir próftöflur

Kynning

Þetta verkefni var unnið af nemendum í áfanganum Líkan X sem er 15 vikna áfangi í Háskólanum í Reykjavík. Verkefnið snerist um að búa til bestunarlíkan fyrir stundatöflur og próftöflur. Fengin voru raungögn frá tölvudeildinni, þau voru lagfærð og bætt. Þessi hluti verkefnisins fjallar um próftöflur.



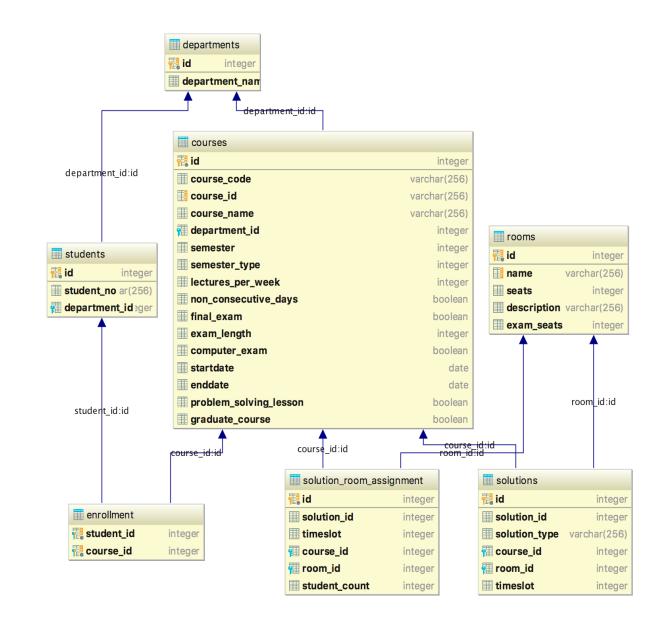
Myndin sýnir ferlið sem unnið var með, það er hvaða forrit og gögn passa saman.

Gagnagrunnsskema

Innihald gagnagrunnsins býr til skema sem inniheldur töflur. Á eftirfarandi mynd má sjá hvernig töflurnar fyrir okkar gagnagrunn eru uppbyggðar. Hver tafla hefur svokallaðan frumlykil. Frumlykill er dálkur í töflu sem er einkvæmur og er oftast notaður til að einkenna hverja töflu fyrir sig. Eins og sést á myndinni, eru þeir merktir með gulum lykli.

Einnig innihalda töflurnar tengilykla. Þeir vísa í lykla í öðrum töflum og eru notaðir til að tengja saman færslur úr mismunandi töflum. Á myndinni eru þeir merktir með bláum lykli og örvarnar sýna hvar hver og einn tengilykill tengist í.

Þessar töflur auðvelda úrvinnslu og leyfa okkur að vinna betur með gögnin og tengja þau saman.



Niðurstöður og samanburður

Í eftirfarandi töflu má sjá niðurstöður okkar á próftöflu vorannar 2018 fyrir tölvunarfræði-, verkfræði- og viðskiptafræðideild. Kóðinn var keyrður í dágóðan tíma, en þar sem kóðinn hefur margar ítranir getur það tekið nokkra daga eða jafnvel lengur að keyra þær allar. Hér til til hliðar má sjá tölfræðilegar niðurstöður sem geta gefið til kynna um hversu góðar niðurstöður fyrir þessa próftöflu eru.

Departments: T Mánudagur	ölvunarfræði, Þriðjudagur	Verkfræði, Við Miðvikudagur		Föstudagur	Mánudagur	Þriðjudagur	Miðvikudagur	Fimmtudagur	Föstudagur
SC-T-501-FMAL	SE-T-602-RISK SB-V-625-REII 	SE-T-306-MERK	SC-T-419-STR2 SE-T-201-STA2 SB-V-321-INEC 		- SC-T-201-GSKI - SC-T-215-STY1 - SC-T-637-GEDE - SE-T-101-INNF - SE-T-106-BURD - SE-T-106-LIFV - SB-V-401-LOG - SB-V-512-ATFE	SB-V-601-EIGN 	SE-T-202-EDL2 SB-V-627-VERK	SE-T-403-ADGE	i I
SE-T-306-LIFE 	SE-T-211-LINA 	SC-T-622-ARTI SE-T-606-HEAT SE-T-650-SUST 	·j	SC-T-218-ALC0 SC-T-444-USTY SE-T-406-T0LU SB-V-303-T0L1	i – i I – I	SE-T-407-EFNI SB-V-514-VISI 			SC-T-216-GH0H SC-T-508-GAG2 SC-T-631-S0E2 SE-T-106-REVE SE-T-507-VARM SE-T-510-MALI SB-V-204-MAII SB-V-304-FMAR

Í töflunni hér að neðan má sjá upprunalegu próftöfluna frá vorönn 2018 fyrir tölvunarfræði-, verkfræði- og viðskiptafræðideild. Hér til hliðar eru tölfræðilegu niðurstöðurnar út frá henni. Ef tölfræðilegar niðurstöðurnar eru

bornar saman má sjá að okkar próftafla uppfyllir settar skorður betur.

Fiöldi nemenda í fimm eða fleiri prófum 5 daga í röð: 0

Departments: Tölvunarfræði, Verkfræði, Viðskiptafræði Þriðjudagur Miðvikudagur Fimmtudagur Föstudagur Þriðjudagur Miðvikudagur Fimmtudagur Föstudagur Mánudagur -|SC-T-419-STR2|SC-T-215-STY1|SC-T-111-PR0G |SE-T-202-EDL2|SE-T-650-SUST SE-T-101-INNF SE-T-509-RAFT -|SB-V-203-STJ1|SE-T-306-MERK| SE-T-106-LIFV SE-T-606-PR0B SE-T-401-VELH|SB-V-625-REII SE-T-106-REVE |SB-V-202-REGR SB-V-201-RHAG |SB-V-321-INEC| SE-T-510-MALI |SC-T-218-ALCO|SC-I-707-VGBI|-|SE-T-211-LINA|SE-T-507-VARM|SC-T-419-CADP|SB-V-514-VISI|SC-T-427-WEPO| |SC-T-201-GSKI SC-T-508-GAG2 SC-T-637-GEDE | SC-T-415-STAN | - | SE-T-306-LIFE | SE-T-606-HEAT |SE-T-201-STA2 SE-T-602-RISK | SE-T-106-BURD | SE-T-406-T0LU | - | SB-V-311-0PMA SB-V-601-EIGN İSE-T-407-EFNI SB-V-627-VERK |SB-V-204-MAII| |SB-V-512-ATFE| SB-V-401-LOG|-

Stærðfræðimódel fyrir próftöflur

Fastar

$c = Fj\"{o}ldi \acute{a}fanga (1,2,...,C)$ $t = Fj\"{o}ldi t\'{i}mabila (1,2,...,T)$ $i\ddot{o}ldi \acute{a}fanga sem geta veri\~{o} samt\'{i}mis$

S = Fjöldi áfanga sem geta verið samtímis í prófi $P_1 = Refsing\ ef\ nemandi\ er\ í prófum\ á sama tíma (morgun - morgun) eða (hádegi - hádegi)$ $P_2 = Refsing\ ef\ nemandi\ er\ í prófum\ á sama\ degi\ (morgun - hádegi)$ $P_3 = Refsing\ ef\ nemandi\ er\ í prófum\ ekki\ á sama\ degi\ en\ ekkert\ tímabil\ á milli\ (hádegi - morgun)$ $P_4 = Refsing\ ef\ nemandi\ er\ í prófum\ ekki\ á sama\ degi\ en\ eitt\ tímabil\ á\ milli\ (hádegi - hádegi)$

 $P_5 = Ref sing\ ef\ nemandi\ er\ í\ prófum\ ekki\ á\ sama\ degi\ en\ eitt\ tímabil\ á\ milli\ (morgun-morgun)$ $P_6 = Ref sing\ ef\ nemandi\ er\ í\ prófum\ ekki\ á\ sama\ degi\ en\ tvö\ tímabil\ á\ milli\ (morgun-hádegi)$ $K_{c,\hat{c}} = Fjöldi\ nemenda\ sem\ eru\ bæði\ í\ áf\ anga\ c\ og\ \hat{c}$ $F_c = Fjöldi\ nemenda\ í\ áf\ anga\ c$

 $F_c = F$ jolut hemendu i aj ungu t $F^{max} = H$ ámarksfjöldi nemenda á hverju tímabili

Breytui

$$x_{c,t} = \begin{cases} 1 & ef \text{ \'af angi c er \'a \'t\'imabili t} \\ 0 & annars \end{cases}$$

 $z^{1}_{c,\hat{c}} = \begin{cases} 1 & ef \text{ áf angar } c \text{ og } \hat{c} \text{ skarast, eru samtimis} \\ 0 & annars \end{cases}$

 $z^{2}_{c,\hat{c}} = \begin{cases} 1 & \text{ef áfangar c og \hat{c} eru á sama degi (morgun - hádegi)} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$

 $c,\hat{c} = egin{cases} 1 & & ef \ af \ angar \ c \ og \ \hat{c} & eru \ a \ sitth vorum \ degi, ekkert \ tímabil \ amilli \ (hadegi - morgun) \ annars \end{cases}$

 $z^{4}_{c,\hat{c}} = \begin{cases} 1 & \textit{ef áfangar c og ĉ eru á sitthvorum degi, eitt tímabil á milli (hádegi - hádegi)} \\ annars & \end{cases}$ $= \begin{cases} 1 & \textit{ef áfangar c og ĉ eru á sitthvorum degi, eitt tímabil á milli (morgun - morgun)} \end{cases}$

 $z^{6}_{c,\hat{c}} = \begin{cases} 1 & \text{af angar c og } \hat{c} \text{ eru a sitth vorum degi, tv\"o timabil a milli (morgun - h\'adegi)} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$

Men

FixedCourses = Inniheldur próf sem þurfa að vera á ákveðnu tímabili NotAllowed = Inniheldur próf sem mega ekki vera á ákveðnu tímabili ComputerExam = Inniheldur próf sem er tekið í tölvu

Markfall

$$Min \sum_{c}^{C} \sum_{\hat{c}}^{C} (P_{1}z_{c,\hat{c}}^{1}K_{c,\hat{c}} + P_{2}z_{c,\hat{c}}^{2}K_{c,\hat{c}} + P_{3}z_{c,\hat{c}}^{3}K_{c,\hat{c}} + P_{4}z_{c,\hat{c}}^{4}K_{c,\hat{c}} + P_{5}z_{c,\hat{c}}^{5}K_{c,\hat{c}} + P_{6}z_{c,\hat{c}}^{6}K_{c,\hat{c}})$$

Breytur

$$\sum_{t=1}^{T} x_{c,t} = 1 \quad \forall c \qquad (1)$$

$$X_{c,t} + X_{\hat{c},t} \le 1 + Z_{c,\hat{c}}^{1} \quad \forall c, \hat{c}, t$$

 $X_{c,t} + X_{\hat{c},t} \leq 1 + Z^{1}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c}, t \qquad (2)$ $X_{c,t} + X_{\hat{c},t+1} \leq 1 + Z^{2}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 1,3,5,7,9,11,13,15,17,19 \qquad (3)$ $X_{\hat{c},t} + X_{c,t+1} \leq 1 + Z^{2}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 1,3,5,7,9,11,13,15,17,19 \qquad (4)$ $X_{c,t} + X_{\hat{c},t+1} \leq 1 + Z^{3}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 2,4,6,8,12,14,16,18 \qquad (5)$ $X_{\hat{c},t} + X_{c,t+1} \leq 1 + Z^{3}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 2,4,6,8,12,14,16,18 \qquad (6)$ $X_{c,t} + X_{\hat{c},t+2} \leq 1 + Z^{4}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 2,4,6,8,12,14,16,18 \qquad (7)$ $X_{\hat{c},t} + X_{c,t+2} \leq 1 + Z^{4}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 2,4,6,8,12,14,16,18 \qquad (8)$ $X_{c,t} + X_{\hat{c},t+2} \leq 1 + Z^{5}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 1,3,5,7,11,13,15,17 \qquad (10)$ $X_{\hat{c},t} + X_{\hat{c},t+2} \leq 1 + Z^{5}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 1,3,5,7,11,13,15,17 \qquad (11)$ $X_{\hat{c},t} + X_{\hat{c},t+3} \leq 1 + Z^{6}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 1,3,5,7,11,13,15,17 \qquad (12)$ $X_{\hat{c},t} + X_{c,t+3} \leq 1 + Z^{6}_{c,\hat{c}} \quad \forall c, \hat{c} \text{ og } t = 1,3,5,7,11,13,15,17 \qquad (12)$ $X_{c,t} = 0 \quad \forall (c,t) \in NotAllowed \qquad (13)$

 $x_{c,t} = 1 \quad \forall (c,t) \in FixedCourses \qquad (14)$ $\sum_{c=1}^{C} x_{c,t} \leq S \quad \forall t \qquad (15)$

 $\sum_{c=1}^{c} F_c x_{c,t} \leq F^{max} \quad \forall t \qquad (16)$ $\sum_{c=1}^{c} F_c x_{c,t} \leq F^{max} \quad \forall t \qquad (16)$ $\sum_{c=1}^{c} F_c x_{c,t} \leq 1 \quad \forall t \qquad (17)$

finna þau gildi sem gefa bestu niðurstöðuna við ákvarðanatöku. Það er einnig kallað bestun. Bestun er mikilvægt svið innan aðgerðarannsókna og er nýtt á mörgum sviðum í daglegu lífi eins og birgðastýringu, fjármál, vaktaskipulag og margt

Stærðfræðilíkön eru notuð til að skoða breytur og

birgðastýringu, fjármál, vaktaskipulag og margt fleira. Besturnarlíkan samanstendur af markfalli, breytum og skorðum. Besta lausn er sú lausn sem uppfyllir allar skorður og gefur hæsta eða lægsta gildi á markfalli.

Fastar:

Fastar eru þær forsendur sem liggja fyrir. Þeir eru skilgreindir og gefið gildi. Fastar geta bæði verið ákveðnar tölur (t.d.: tímabil = 20) og breytilegir eftir stærð líkansins. Dæmi um það er fjöldi áfanga. Áfangar geta verið mismunandi margir eftir árum og því telur forritið hversu margir áfangar eru hverju sinni og fastinn fær það gildi.

Breytur:

Ákvörðunarbreytur eru þær breytur sem þarf að ákvarða. Bestunarlíkanið gefur breytunum gildi og því geyma breyturnar lausnina á líkaninu. Í þessu líkani er einungis notað binary breytur. Það eru þær breytur sem taka aðeins gildið 1 ef breytan er sönn en annars 0.

Dæmi: x(c,t)x(3,1) = 0

x(3,1) = 0Hér er partur af lausn. Þettax(3,2) = 0segir okkur að áfangi(c) númerx(3,3) = 03 hefur verið settur á tímabil(t)x(3,4) = 0númer 5. Við sjáum það af því $x(3,5) = 1 \leftarrow$ að líkanið hefur gefið breytunnix(3,5) gildið 1 og hinumtilfellunum gildið 0.

<u>Markfall</u>

Markfall er fall af ákvörðunarbreytum þar sem markmiðið er annað hvort að hámarka eða lágmarka gildi þess. Hér er markmiðið að lágmarka gildi af heildarrefsistigum sem líkanið fær. Líkanið fær refsistig þegar skörun verður á prófum. (sjá 6 mismunandi skaranir sem er gefið refsingu fyrir að neðan).

Til einföldunar er skoðað einn part af markfallinu $(P_1 \cdot z^1_{c,\hat{c}} \cdot K_{c,\hat{c}})$. Þetta er tilfellið þar sem próf eru sett á sama tímabil t. P_1 er fasti fyrir refsingu að þessu tagi og tekur gildið 1000 sem var ákveðið áður. $K_{c,\hat{c}}$ er einnig fasti og stendur fyrir fjölda nemanda sem eru bæði í áfanga c og \hat{c} . Að lokum er binary breytan $z^1_{c,\hat{c}}$. Hún tekur gildið 1 ef að áfangar c og \hat{c} eru á sama tímabili en annars tekur hún gildið 0.

Þetta er síðan gert fyrir allar sex mismunandi skaranir prófa sem geta komið fyrir og tvöfalda summumerkið leggur saman refsingarnar fyrir alla áfangana í líkaninu.

Skorður:

(1) Passar að allir áfangar séu settir á eitthvað tímabil(2)-(12) Mismunandi skorður fyrir mismunandi skaranir á áföngum (sjá mynd fyrir neðan)

(13) Bannar ákveðna áfanga á ákveðnu tímabili(14) Festir ákveðna áfanga á ákveðnu tímabili

(15) Ákvarðar hámarksfjölda áfanga á hverju tímabili
(16) Ákvarðar hámarksfjölda nemanda á hverju tímabili
(17) Ákvarðar að aðeins eitt tölvupróf sé á hverju tímabili

Skörun prófa

Áfangi c og c eru á sama tímabili.	Áfangar á sama degi.	Áfangar ekki á sama degi en ekkert tímabil á milli.
Skörun 4 : Áfangar ekki á sama degi en eitt tímabil á milli. (H-H)	Skörun 5 : Áfangar ekki á sama degi en eitt tímabil á milli. (M-M)	Skörun 6 : Áfangar ekki á sama degi en tvö tímabil á milli.

Stærðfræðimódel fyrir röðun prófa í skólastofur

Fastar

$$c = Fj\"{o}ldi \'{a}fanga (1,2,...,C)$$
 $r = Fj\"{o}ldi sk\'{o}lastofu (1,2,...,R)$
 $F_c = fj\"{o}ldi nemenda \'{a}fanga c$
 $S_r = fj\"{o}ldi s\~{x}ta(exam seats) \'{a}stofu r$
 $K_r = fj\"{o}ldi \'{a}fanga sem komast \'{a}stofu r$
 $P_c = pl\~{a}ss sem \~{a}fangi c tekur \'{a}stofu r$
 $\alpha = fasti$
 $\beta = fasti$

Breytur

 $x_{c,r} = Fj$ öldi nemenda í áfanga c í stofu r (heiltala)

$$y_{c,r} = \begin{cases} 1 & ef \text{ af angi } c \text{ er } i \text{ stofu } r \\ 0 & annars \end{cases}$$
 (binary)
$$Z_r = \begin{cases} 1 & ef \text{ stofa } r \text{ er notu} \delta \\ 0 & annars \end{cases}$$
 (binary)

Mengi

NotAllowed = Inniheldur próf sem mega ekki vera í ákveðinni skólastofu

Markfall

$$Min Z = \alpha \sum_{r=1}^{R} Z_r + \beta \sum_{c=1}^{C} \sum_{r=1}^{R} y_{c,r}$$

Skorður

$$\sum_{r=1}^{R} x_{c,r} = F_c \quad \forall c \qquad (1)$$

$$X_{c,r} \leq S_r \cdot y_{c,r} \quad \forall c, r \qquad (2)$$

$$y_{c,r} = 0 \quad \forall (c,r) \in NotAllowed \qquad (3)$$

$$\sum_{c=1}^{C} x_{c,r} \leq S_r \quad \forall r \qquad (4)$$

$$y_{c,r} \leq Z_r \quad \forall c, r \qquad (5)$$

$$\sum_{c=1}^{C} P_c \cdot y_{c,r} \leq K_r \quad \forall r \qquad (6)$$

 $X_{c,r} \ge 0.25 \cdot S_r \cdot y_{c,r} \quad \forall c,r \qquad (7)$

 $X_{c,r} \ge 0.1 \cdot F_c \cdot y_{c,r} \quad \forall c,r$ (8)

Breytur:

Stærðfræðilíkanið inniheldur bæði heiltölubreytur og binarybreytur.

Markfall:

Markmiðið er að lágmarka fjölda stofa sem er í notkun (α) og minnka dreifingu á áföngum í stofu (β)

Skoðu

(1) Allir nemendur þurfa að vera í einhverri stofu
 (2) Ef stofa er opnuð þurfa að vera viss mörg sæti
 (3) Bannar ákveðin próf í ákveðinni stofu
 (4) Fjöldi nemenda í stofu þurfa að passa í sætin
 (5) Ef áfangi er í stofunni, þarf stofan að vera

notuð

(6) Takmarka fjölda áfanga sem komast í stofu

(7) Ef opnuð er stofa þá þarf að minnsta kosti 25%

í áfanga í þeirri stofu
(8) Ef opnuð er stofa þá þarf að minnsta kosti 10%
af nemendum í áfanga í þeirri stofu

