МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ОДЕССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Лабораторная работа по физике:

«Измерение геометрических размеров тел и определение их объема и площади поверхности»

Одесса - ОНПУ
2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ОДЕССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Лабораторная работа по физике:

«Измерение геометрических размеров тел и определение их объема и площади поверхности»

для иностранных студентов всех специальностей

Утверждено
на заседании
кафедры физики ОНПУ
Протокол № от 2017

Одесса - ОНПУ
2017

Лабораторная работа по общему курсу физики, раздел «Механика» для иностранных студентов всех специальностей дневной формы обучения / Сост: М.Е. Дюбченко, Н.Н. Корнева, Е.Н. Богданова– Одесса: ОНПУ, 2017.- 17 с.

Составители: М.Е. Дюбченко, к.т.н., Н.Н. Корнева , к.ф.-м.н., .Е.Н. Богданова, асс.

Рецензент: **О.В. Маслов**, доктор техн. наук, проф..

Лабораторная работа содержит теоретическое введение, в котором рассматриваются основы теории погрешности при измерении физических величин. В практической части выполняются два упражнения, непосредственно связанные с выводами теории.

Учебный материал сопровождается графическим материалом.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1-01

Теоретическое введение

Физические величины и их измерение.
Математическая обработка результатов измерений

1. Виды измерений

Под **физической величиной** понимается свойство, общее в качественном отношении многим физическим объектам, но в количественном отношении индивидуальное для каждого объекта (например, длина, масса, момент силы, мощность и т.д.).

Каждая физическая величина имеет две характеристики: качественную и количественную. Первая из них определяется тем, какое свойство материального мира эта величина отражает (например, температура характеризует интенсивность движения молекул тела).

Количественная характеристика обусловлена тем, что каждый из объектов материального мира содержит некоторое количество какого-либо свойства. Эту характеристику определяют путем измерения – экспериментального сравнения данной физической величины с другой физической величиной, качественно с ней одинаковой и принятой за единицу.

Таким образом, единицей физической величины называется такая физическая величина, которой по определению присвоено числовое значение, равное 1. Результат измерения записывают в виде значения физической величины – некоторого числа принятых для неё единиц (например, 12^0C – значение температуры тела).

По способу получения числового значения величины все измерения делятся на 4 основных вида: **прямые, косвенные, совокупные и совместные.**

В учебных лабораториях применяются только прямые и косвенные измерения.

Прямыми называют измерения , при которых искомое значение величины находят непосредственно из опытных данных. При прямых измерениях применяют средства измерения, предназначенные именно для измерения данной физической величины (например, измерение угла угломером, температуры термометром и т.п.).

Косвенными называются измерения, при которых искомое значение величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, найденными в результате прямых измерений. Примеры косвенных измерений: определение объёма тела по прямым измерениям его геометрических размеров, нахождение удельного электрического сопротивления проводника по его сопротивлению, длине и площади поперечного сечения.

Целью измерения является нахождение **истинного значения** величины — значения, которое идеальным образом характеризовало бы в качественном и количественном отношении измеряемую величину. Истинное значение физической величины может быть установлено лишь путем проведения бесконечного числа измерений, что невозможно реализовать на практике. Поэтому вместо истинного значения измеряемой величины используют **действительное значение**, определяемое экспериментальным путём и максимально приближённое к истинному значению.

В качестве действительного значения обычно принимают **среднее арифметическое значение** ($\overline{X}$) ряда измерений одной и той же величины:

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} ,$$

где x_i - значение отдельного измерения; N – число измерений.

2. Погрешность измерений

Отклонение результата измерения от истинного значения (действительного значения) величины называется **погрешностью измерений.** От погрешности измерения зависит точность измерения – характеристика, отражающая близость результата измерения к истинному значению измеряемой величины. Малым погрешностям соответствуют, очевидно, высокая точность измерений.

Классификация погрешностей в зависимости от способа ее выражения и характера проявления измеряемой величины во времени приведена на рис. 1.

Рис. 1

Абсолютная погрешность измерения Δ - разность между результатом измерения x_i и истинным значением измеряемой величины (средним арифметическим значением $\bar{x}$):

$$\Delta = x_i - \bar{x}$$

Абсолютная погрешность выражается в единицах измеряемой величины.

Однако она не может в полной мере служить показателем точности измерений, так как одно и то же ее значение, например, $\Delta = 0{,}05$мм при $x = 100$ мм соответствует достаточно высокой точности измерений, а при $x = 1$ мм – низкой. Поэтому вводится понятие относительной погрешности.

Относительная погрешность измерения δ - отношение абсолютной погрешности измерения Δ к истинному значению измеряемой величины ($\bar{x}$):

$$\delta = \frac{\Delta}{\bar{x}} = \frac{x_i - \bar{x}}{\bar{x}} * 100\%$$

Относительная погрешность - безразмерная величина, её численное значение может указываться, например, в процентах.

Она показывает, на какую долю от истинного значения величины x мы ошибаемся, т.е. качество результатов измерений.

Грубая погрешность (промах) - погрешность измерения, которая существенно превышает ожидаемую в данных измерениях. Она, как правило, возникает из-за ошибок или неправильных действий оператора (неверного отсчета, ошибок в записях или вычислениях, неправильного включения приборов или сбоев в их работе и др.). Возможной причиной возникновения промахов также могут быть кратковременные резкие изменения условий проведения измерений. Если промахи обнаруживаются в процессе измерений, то результаты, их содержащие, отбрасывают.

Систематической называют погрешность, величина которой остаётся постоянной, либо закономерно меняется при всех измерениях, проводимых одним и тем же методом.

Систематическая погрешность результата измерения складывается из нескольких частных систематических погрешностей, зависящих от источника возникновения. Основные из них следующие:

1) **инструментальная погрешность** - обуславливается несовершенством применяемых средств измерений. Она может быть оценена, если известен класс точности прибора. Например, класс точности «2» означает, что инструментальная погрешность не превышает 2% от максимального значения измеряемой величины, на которую рассчитан прибор. Часто в качестве погрешности средства измерения выбирают число, равное половине цены деления измерительного прибора;

2) методическая погрешность - обуславливается несовершенством метода и приемов использования средств измерений. Например, она возникает при определении мощности постоянного тока по показаниям амперметра и вольтметра без учета мощности, потребляемой указанными приборами;

3) **субъективная погрешность** - обуславливается несовершенством органов чувств оператора. Например, погрешность при измерении частоты методом биений со слуховым контролем. Измерения с цифровыми приборами свободны от субъективных погрешностей.

Систематическую ошибку нельзя устранить повторными измерениями. Её устраняют либо с помощью поправок, либо «улучшением» эксперимента.

Случайной называется погрешность неконтролируемо изменяющаяся от одного измерения к другому как по абсолютной величине, так и по знаку. В появлении таких погрешностей не наблюдается какой-либо закономерности, они обнаруживаются при повторных измерениях одной и той же величины в виде некоторого разброса получаемых результатов. Случайные погрешности неизбежны, неустранимы и всегда присутствуют в результате измерения. Описание большой совокупности случайных погрешностей подчиняется закономерностям теории вероятности и математической статистики.

Практика измерений подтверждает, что случайные погрешности по величине в большинстве случаев превышают систематические погрешности. Поэтому в дальнейшем будем производить оценку только случайных погрешностей.

Оценка погрешностей при прямых измерениях

а) Оценка случайных погрешностей

Оценка случайных погрешностей при измерении физических величин осуществляется с помощью теории погрешностей, в основе которой лежат два предположения Гаусса:

1. При большом числе измерений случайные погрешности одинаковые по величине, но противоположные по знаку, встречаются одинаково часто.

2. Чем больше погрешность, тем она менее вероятна.

Если предположить, что случайная погрешность следует нормальному закону распределения ошибок (закону Гаусса), то как следует из теории ошибок, можно уменьшить влияние случайной погрешности на окончательный результат и с

определенной вероятностью, называемой **надежностью**, оценить её величину (Приложение1).

Пусть проведено N равноточных (одним и тем же прибором) прямых измерений величины X и получен ряд значений $x_1, x_2,....x_N$. Комбинация этих значений

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N},$$

как ранее указывалось, называется **средним арифметическим** ряда измерений. Это наиболее вероятное значение измеряемой величины X или наилучшее приближение к X , являющееся его оценкой.

Таким образом, $X \approx \overline{X}$.

Следующая задача состоит в определении точности этого приближенного равенства, т.е. в отыскании такого интервала вокруг $\overline{X}$, называемого **доверительным интервалом,** который с заданной надежностью (вероятностью) «покрывает» значение X . Иначе говоря, **доверительным** называют такой числовой интервал, относительно которого с заранее установленной вероятностью можно сказать, что истинное значение измеряемой величины находится внутри этого интервала.

Как показывается в теории ошибок основным показателем точности общего результата $\overline{X}$ для ряда N измерений является величина

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2}{N(N-1)}} .$$

Эта величина называется **средним квадратичным отклонением** результата измерений (средняя квадратичная ошибка среднего арифметического).

В исследованиях, проводимых в учебных лабораториях, число измерений N оказывается невелико и величина σ может не соответствовать достигаемой точности. В этом случае доверительная оценка проводится методом малых выборок, основанном на так называемом распределении Стьюдента и абсолютная ошибка, обусловленная случайными погрешностями, определяется по формуле

$$\Delta_{сл} = t_s \cdot \sigma,$$

где t_s - коэффициент Стьюдента, зависящий от выбранного уровня надёжности p и числа измерений N .

Значения t_s для уровней надежности $p = 0{,}95$ и $p = 0{,}98$ приведены в таблице.

Таблица коэффициентов Стьюдента t_s

N \ P	0,95	0,98
2	12,7	31,8
3	4,30	6,96
4	3,18	4,54
5	2,78	3,75
6	2,57	3,36
7	2,45	3,14
8	2,36	3,00
9	2,31	2,90
10	2,26	2,82

Окончательный результат записывают в виде

$$X = (\overline{X} \pm \Delta_{сл})\ \text{ед.изм.}$$

Эта запись означает, что истинное значение измеряемой величины находится с вероятностью Р в интервале $\left[\overline{X} - \Delta_{сл};\ \overline{X} + \Delta_{сл}\right]$. *Границы этого интервала называются доверительными границами результата измерений, а заключенный между ними интервал* ***– доверительным интервалом*** (Рис.2).

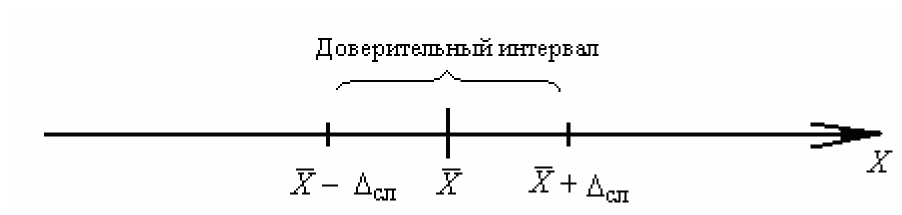

Рис. 2

Таким образом, в результате измерений находят не истинное (или действительное) значение измеряемой величины, а оценку этого значения в виде границ интервала, в котором оно находится с заданной вероятностью.

б) Оценка систематической и полной погрешности прямых измерений

Если произведена оценка не только случайной, но и систематической составляющих погрешности, то полная погрешность прямых измерений Δ^{Σ} определяется по формуле:

$$\Delta^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_{сл}^{2} + \Delta_{сист}^{2}}\ ,$$

где $\Delta_{сл} = t_s \cdot \sigma$; $\Delta_{сист} = p \cdot \Delta_{сист}^{\max}$.

Здесь $\Delta_{сист}^{\max}$ - цена деления прибора. Например, для микрометра $\Delta_{сист}^{\max}$=0,01мм, а для штангенциркуля она равна либо 0,1мм либо 0,05мм в зависимости от его типа.

Тогда окончательный результат записывают в виде

$$X = (\overline{X} \pm \Delta^{\Sigma})\ \text{ед.изм.}$$

Погрешности в косвенных измерениях

Погрешности косвенных измерений зависят, как следует из их определения, от погрешностей прямых измерений и, кроме того, от вида функции , по которой вычисляются значения величины, измеряемой косвенным путём.

а) Погрешность функции одной переменной

Если величина $U = f(x)$ является функцией только одной переменной x , которая путем прямых измерений определена с погрешностью Δ_x, то погрешность косвенных измерений $\Delta_{косв}$ величины U равна

$$\Delta_{косв} = \left|\frac{df}{dx}\right| \cdot \Delta_x$$

Пример 1:

Площадь диска - $S = \frac{\pi D^2}{4} \quad \Rightarrow \quad \Delta_s = \left|\frac{dS}{dD}\right| \Delta_D = \frac{\pi D}{2} \Delta_D$

Пример 2:

Путь при свободном падении $h = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \Delta_h = \left|\frac{\partial h}{\partial t}\right| \Delta_t = gt \cdot \Delta_t$

б) Погрешность функции нескольких переменных

Пусть искомая величина является функцией нескольких переменных, т.е. $U = f(x, y, \ldots z)$. Если переменные $x, y, \ldots z$ измерены с погрешностями $\Delta_x, \Delta_y, \ldots \Delta_z$, то погрешность в косвенном определении искомой величины U равна

$$\Delta_U = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta_y\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\Delta_z\right)^2}$$

Пример 1:

$g = \frac{2h}{t^2}$; $\qquad \Delta_g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial h}\Delta_h\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial t}\Delta_t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2}\Delta_h\right)^2 + \left(\frac{-4h}{t^3}\Delta_t\right)^2}$.

Пример 2:

$E = \frac{mV^2}{2}$**;** $\qquad \Delta_E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial m}\Delta_m\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial V}\Delta_V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{V^2}{2}\Delta_m\right)^2 + \left(mV \cdot \Delta_V\right)^2}$

Правила округления значений погрешности и результата измерений

Существуют следующие 3 правила округления рассчитанного значения погрешности и полученного результата измерения:

1. Погрешность результата измерения указывается двумя значащими цифрами, если первая из них 1 или 2, и одной, - если первая есть 3 и более.

<u>Значащие цифры</u> данного числа – все цифры, кроме нулей, стоящих впереди числа.

Примеры:

а) Число 15,0 имеет три значащие цифры.

б) Число 40 имеет две значащие цифры.

в) Число 0,045 имеет две значащие цифры.

г) Число 0,0450 имеет три значащие цифры.

Примеры округления:

а) $0{,}122 \approx 0{,}12$.

б) $0{,}126 \approx 0{,}13$.

в) $0{,}362 \approx 0{,}4$.

2. Результат измерения округляется до того же десятичного разряда, которым оканчивается округленное значение абсолютной погрешности:

Неправильно	**<u>Правильно</u>**
$19{,}562 \pm 0{,}17$	$19{,}56 \pm 0{,}17$
$19{,}56 \pm 0{,}57$	$19{,}6 \pm 0{,}6$

3. Все предварительные вычисления проводят с одним-двумя лишними разрядами, а округление производят в окончательном ответе.

4. При записи окончательного результата измерений физической величины ее представляют в виде интервала значений с указанием относительной погрешности и вероятности попадания истинного значения в указанный интервал при <u>обязательном указании единицы измерения величины.</u>

Примеры:

1. $S = (16{,}26 \pm 0{,}15) мм^2$ ε =0,92% P =0,9.
2. $V = (78{,}5 \pm 0{,}8) мм^3$ ε =1% P =0,95.
3. $m = (150 \pm 12) кг$ ε =8% P =0,9.
4. $J = (0{,}157 \pm 0{,}012) кг \cdot м^2$ или $J = (157 \pm 12) \cdot 10^{-3} кг \cdot м^2$ ε =7,6% P =0,95.

Порядок выполнения работы

Упражнение 1

Измерение с помощью микрометра диаметра шара и вычисление его объема

1. Измеряют 5 раз диаметр шара D и находят среднее арифметическое значение диаметра

$$\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{5} D_i}{5}$$

2. Находят абсолютные погрешности отдельных измерений (5 погрешностей)

$$\Delta D_i = \overline{D} - D_i$$

3. Вычисляют квадраты погрешностей отдельных измерений $(\Delta D_i)^2$ и по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta D_i^2}{N(N-1)}}$$

находят среднюю квадратичную ошибку определения среднего арифметического значения диаметра. Все результаты измерений и промежуточных вычислений заносят в таблицу

№ п/п	D_i, мм	ΔD_i, мм	ΔD_i^2
1			
2			
3			
4			
5			
	$\overline{D} =$		$\sigma =$

4. По таблице коэффициентов Стьюдента для N=5 и надежности $p = 0{,}95$ определяют коэф. Стьюдента t_s =2,78. Вычисляют случайную погрешность прямых измерений диаметра

$$\Delta_D = t_s \cdot \sigma$$

5. Вычисляют систематическую погрешность микрометра по формуле

$$\Delta_{сист} = p \cdot \Delta_{сист}^{\max}$$

Для микрометра $\Delta_{сист}^{\max} = 0{,}01 мм$

6. Определяют полную погрешность измерения диаметра шара

$$\Delta_D^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_D^2 + \Delta_{сист}^2}$$

7. Вычисляют наиболее вероятное значение объема шара

$$\overline{V} = \frac{1}{6}\pi\overline{D}^3$$

8. Вычисляют погрешность косвенных измерений объема шара

$$\Delta_V = \left|\frac{dV}{dD}\right|\Delta_D^{\Sigma} = \frac{1}{2}\pi \cdot \overline{D}^2 \cdot \Delta_D^{\Sigma}$$

9. Вычисляют относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta_V}{\overline{V}} \cdot 100\,\%$$

10. Записывают окончательный результат измерения объема шара

$V = (\overline{V} \pm \Delta_V)\,мм^3$ при p=0,95

<u>Упражнение 2</u>

Измерение с помощью штангенциркуля диаметра и высоты цилиндра и определение площади его боковой поверхности

1. Измеряют 5 раз диаметр D и высоту H цилиндра и находят их средние арифметические значения

$$\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{5} D_i}{5}; \qquad \overline{H} = \frac{\sum_{i=1}^{5} H_i}{5}.$$

2. Находят абсолютные погрешности отдельных измерений диаметра и высоты

$$\Delta D_i = \overline{D} - D_i; \qquad \Delta H_i = \overline{H} - H_i$$

3. Вычисляют квадраты погрешностей отдельных измерений $(\Delta D_i)^2$ и $(\Delta H_i)^2$, затем по формулам

$$\sigma_{\overline{D}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}\Delta D_i^2}{N(N-1)}}\ ; \qquad \sigma_{\overline{H}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}\Delta H_i^2}{N(N-1)}}$$

находят среднюю квадратичную ошибку определения среднего арифметического значения диаметра и высоты. Все результаты измерений и промежуточных вычислений заносят в таблицу

№ п/п	D_i, мм	ΔD_i, мм	ΔD_i^2	№ п/п	H_i, мм	ΔH_i, мм	ΔH_i^2
1				1			
2				2			
3				3			
4				4			
5				5			
$\overline{D} =$		$\sigma_{\overline{D}} =$		$\overline{H} =$		$\sigma_{\overline{H}} =$	

4. По таблице коэффициентов Стьюдента для N=5 и надежности p =0,95 определяют коэф. Стьюдента t_s =2,78. Вычисляют случайную погрешность

$$\Delta_D = t_s \cdot \sigma_D; \qquad \Delta_H = t_s \cdot \sigma_H$$

5. Вычисляют систематическую погрешность штангенциркуля по формуле

$$\Delta_{сист} = p \cdot \Delta_{сист}^{\max}$$

Для штангенциркуля $\Delta_{сист}^{\max} = 0{,}1$ мм или $0{,}05$мм в зависимости от типа.

6. Определяют полную погрешность измерения диаметра и высоты

$$\Delta_D^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_D^2 + \Delta_{сист}^2} \qquad \Delta_H^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_H^2 + \Delta_{сист}^2}$$

7. Вычисляют наиболее вероятное значение площади боковой поверхности

$$\overline{S} = \pi \cdot \overline{D} \cdot \overline{H}$$

8. Вычисляют погрешность косвенных измерений площади боковой поверхности

$$\Delta_S = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial D}\Delta_D^{\Sigma}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial H}\Delta_H^{\Sigma}\right)^2} = \sqrt{(\pi\overline{H} \cdot \Delta_D^{\Sigma})^2 + (\pi\overline{D} \cdot \Delta_H^{\Sigma})^2}$$

9. Вычисляют относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta_S}{\overline{S}} \cdot 100\,\%$$

10. Записывают окончательный результат измерения $S = (\overline{S} \pm \Delta_S)\,мм^2$ при p=0,95

Контрольные вопросы

1. Какие измерения называются прямыми и косвенными?
2. Классификация погрешностей.
3. Дать определение абсолютной и относительной погрешностей.
4. Сформулировать положения Гаусса, лежащие в основе теории погрешностей.
5. Написать формулу для средней квадратичной погрешности ряда измерений.
6. Пояснить смысл выражений «доверительный интервал» и «доверительная вероятность»
7. Как изменится доверительный интервал при увеличении доверительной вероятности?
8. Как определяется погрешность косвенных измерений?
9. Какая погрешность характеризует качество измерений?
10. От каких параметров зависит коэффициент Стьюдента?
11. Как рассчитывается полная абсолютная погрешность прямых измерений?
12. Почему возникают погрешности измерений?
13. Сформулируйте правила округления результата измерений с погрешностью.
14. Как правильно записать окончательный результат?

Литература

1. С.Г. Рабинович. Погрешности измерений / Л.: Энергия, 1978 – 264с.
2. П.В. Новицкий, И.А. Зограф. Оценка погрешностей результатов измерений / Л.: Энергоатомиздат, 1986 – 248с.
3. А.Н. Зайдель. Ошибки измерения физических величин / Л.: Наука, 1974 – 108с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Закономерности появления и распределения случайных погрешностей были теоретически установлены немецким математиком К. Гауссом (1777-1855) и затем проверены многочисленными экспериментами.

При достаточно большом числе измерений случайные погрешности подчиняются закону нормального распределения (распределение Гаусса), математическая запись которого имеет вид

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}}\lambda^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}},$$

где $f(\Delta x)$ - плотность вероятности случайной погрешности; σ - среднеквадратичное отклонение среднеарифметического: λ- основание натурального логарифма, равное 2,72.

Величину σ^2 называют дисперсией данного распределения. Это предел, к которому стремится среднеквадратичная погрешность среднеарифметического при бесконечном числе измерений. Она позволяет оценить точность методики измерений. Чем меньше дисперсия, тем меньше разброс отдельных результатов, тем точнее выполнены измерения.

Графически функция Гаусса представлена на рис. 3.

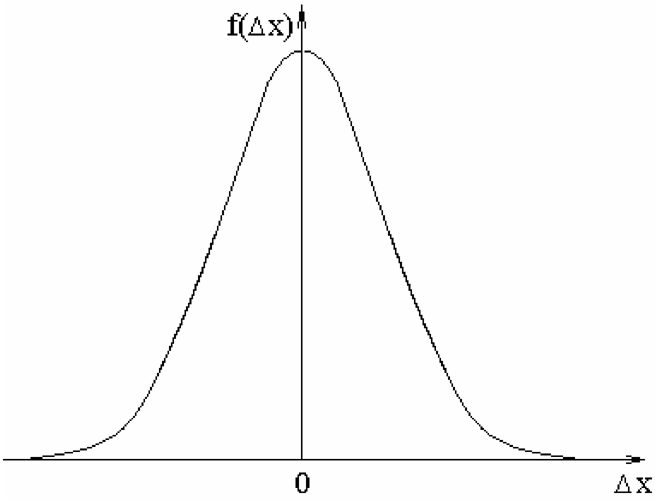

Рис. 3

Кривая Гаусса по форме напоминает колокол, поэтому график нормального закона часто называют **колоколообразной кривой.** Как видно у графика имеется «горб» в середине и резкое снижение плотности по краям. В этом заключается суть нормального

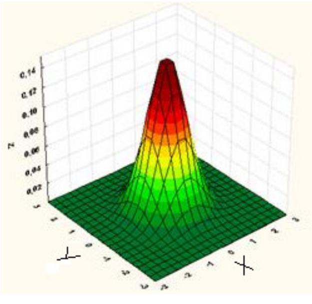

Рис. 4

распределения. Другими словами закон нормального распределения указывает на то, что: 1) наиболее вероятны погрешности близкие к нулю, тогда как большие по величине погрешности встречаются достаточно редко; 2)погрешности, равные по величине, но противоположные по знаку, равновероятны.

В качестве наглядной иллюстрации на рис.4 приведена колоколообразная кривая для двумерного случая распределения погрешностей (по осям X и Y).

Чем точнее прибор, которым проводятся измерения, тем выше максимум кривой и тем она уже, **причем полная площадь под кривой равна единице** (при соответствующей нормировке масштаба по осям координат).

Кривую Гаусса можно построить, отложив по оси абсцис не погрешности, а значения измеряемой величины. Тогда, если выделить какую-либо часть области под кривой симметрично относительно ее центра, то можно определить вероятность того, что истинное значение измеряемой величины попадает в выделенный интервал.

Например, если ширина доверительного интервала равна среднеквадратичной погрешности $\pm\sigma$, то вероятность наличия там истинного значения величины составляет 68% (рис.5а). Когда ширина доверительного интервала равна $\pm 2\sigma$, то вероятность обнаружения там истинного значения величины равна 95% (рис.5б). В том случае, когда ширина доверительного интервала равна $\pm 3\sigma$, то соответствующая вероятность составляет 99,7% (рис.5в).

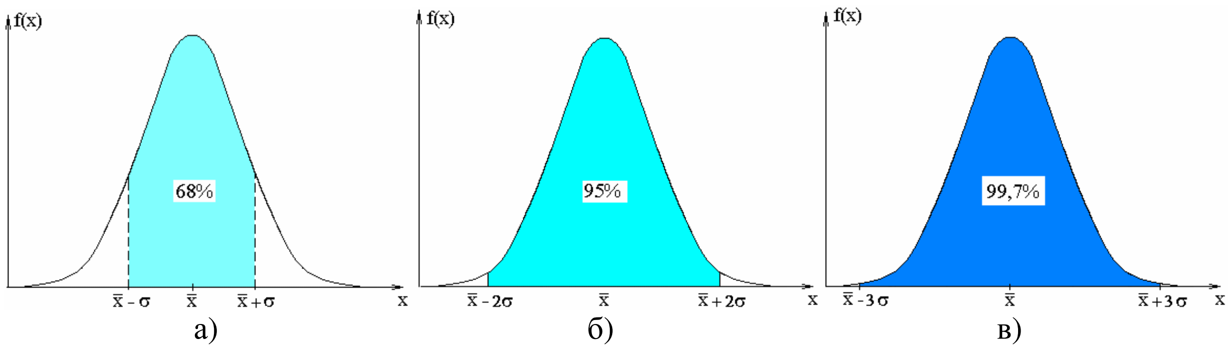

Рис. 5

Доверительный интервал «три сигма» ($\pm 3\sigma$), имеющий доверительную вероятность 99,7%, означает, что из 370 случайных погрешностей только одна по абсолютному значению будет больше 3σ. На основании этого основан один из критериев определения грубых погрешностей (промахов). Когда остаточная погрешность какого-либо результата измерения превышает значение 3σ, то этот результат считается промахом и исключается из ряда измерений.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

(Протокол выполнения лабораторной работы №1-01)

Рабочий лист

Рабочий лист

ОНПУ
Кафедра физики

Группа

____

Ст-т(ка)

____

Протокол №1

Лабораторная работа №1-01

Измерение геометрических размеров тел и определение их объема и площади поверхности

Замечания преподавателя:

Одесса-201..

Упражнение 1

Измерение с помощью микрометра диаметра шара и вычисление егоо бъема

1. Измеряют 5 раз диаметр шара D и находят среднее арифметическое значение диаметра

$$\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{5} D_i}{5}$$

2. Находят абсолютные погрешности отдельных измерений (5 погрешностей)

$$\Delta D_i = \overline{D} - D_i$$

3. Вычисляют квадраты погрешностей отдельных измерений $(\Delta D_i)^2$ и по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta D_i^2}{N(N-1)}}$$

находят среднюю квадратичную ошибку определения среднего арифметического значения диаметра. Все результаты измерений и промежуточных вычислений заносят в таблицу

№ п/п	D_i, мм	ΔD_i, мм	ΔD_i^2
1			
2			
3			
4			
5			
	$\overline{D}=$	$\sigma =$	

4. По таблице коэффициентов Стьюдента для N=5 и надежности $p = 0{,}95$ определяют коэф. Стьюдента t_s=2,78. Вычисляют случайную погрешность прямых измерений диаметра

$$\Delta_D = t_s \cdot \sigma$$

5. Вычисляют систематическую погрешность микрометра по формуле $\Delta_{сист} = p \cdot \Delta_{сист}^{\max}$

Для микрометра $\Delta_{сист}^{\max} = 0{,}01 мм$

6. Определяют полную погрешность измерения диаметра шара

$$\Delta_D^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_D^2 + \Delta_{сист}^2}$$

7. Вычисляют наиболее вероятное значение объема шара

$$\overline{V} = \frac{1}{6}\pi \overline{D}^3$$

8. Вычисляют погрешность косвенных измерений объема шара

$$\Delta_V = \left|\frac{dV}{dD}\right| \Delta_D^{\Sigma} = \frac{1}{2}\pi \cdot \overline{D}^2 \cdot \Delta_D^{\Sigma}$$

9. Вычисляют относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta_V}{\overline{V}} \cdot 100\,\%$$

10. Записывают окончательный результат измерения объема шара

$$V = (\overline{V} \pm \Delta_V)\, мм^3 \quad \text{при p=0,95}$$

Упражнение 2

Измерение с помощью штангенциркуля диаметра и высоты цилиндра и определение площади его боковой поверхности

1. Измеряют 5 раз диаметр D и высоту H цилиндра и находят их средние арифметические значения

$$\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{5} D_i}{5}; \qquad \overline{H} = \frac{\sum_{i=1}^{5} H_i}{5}.$$

2. Находят абсолютные погрешности отдельных измерений диаметра и высоты

$$\Delta D_i = \overline{D} - D_i; \quad \Delta H_i = \overline{H} - H_i$$

3. Вычисляют квадраты погрешностей отдельных измерений $(\Delta D_i)^2$ и $(\Delta H_i)^2$, затем по формулам

$$\sigma_{\overline{D}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta D_i^2}{N(N-1)}}; \qquad \sigma_{\overline{H}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta H_i^2}{N(N-1)}}$$

находят среднюю квадратичную ошибку определения среднего арифметического значения диаметра и высоты. Все результаты измерений и промежуточных вычислений заносят в таблицу

№ п/п	D_i, мм	ΔD_i, мм	ΔD_i^2
1			
2			
3			
4			
5			
	$\overline{D}=$	σ_D	
№ п/п	H_i, мм	ΔH_i, мм	ΔH_i^2
1			
2			
3			
4			
5			
	$\overline{H}=$	$\sigma_H =$	

4. По таблице коэффициентов Стьюдента для N=5 и надежности p=0,95 определяют коэф. Стьюдента t_s =2,78. Вычисляют случайную погрешность

$$\Delta_D = t_s \cdot \sigma_D; \qquad \Delta_H = t_s \cdot \sigma_H$$

5. Вычисляют систематическую погрешность штангенциркуля по формуле

$$\Delta_{сист} = p \cdot \Delta_{сист}^{\max}$$

Для штангенциркуля $\Delta_{сист}^{\max} = 0{,}1$ мм или 0,05мм в зависимости от типа.

6. Определяют полную погрешность измерения диаметра и высоты

$$\Delta_D^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_D^2 + \Delta_{сист}^2} \qquad \Delta_H^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_H^2 + \Delta_{сист}^2}$$

7. Вычисляют наиболее вероятное значение площади боковой поверхности

$$\overline{S} = \pi \cdot \overline{D} \cdot \overline{H}$$

8. Вычисляют погрешность косвенных измерений площади боковой поверхности

$$\Delta_S == \sqrt{(\pi \overline{H} \Delta_D^{\Sigma})^2 + (\pi \overline{D} \Delta_H^{\Sigma})^2}$$

9. Вычисляют относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta_S}{\overline{S}} \cdot 100\,\%$$

10. Записывают окончательный результат измерения

$$S = (\overline{S} \pm \Delta_S)\, мм^2 \quad \text{при p=0,95}$$