

Лабораторна робота № 1-05.

Визначення моменту інерції махового колеса.

Момент інерції характеризує обертальний рух. Моментом інерції матеріальної точки відносно даної осі обертання називається добуток маси матеріальної точки на квадрат її відстані від тієї ж осі;

:

$$j = mr^2$$

Будь-яке абсолютно тверде тіло можна уявити як систему матеріальних точок, відстань між якими не змінюється під час руху. Моментом інерції тіла відносно будь-якої осі називається сума проекцій моментів інерції усіх елементів Δm_i (рис.1), з яких складається тіло, відносно даної осі:

$$j = \sum_{i=1}^N \Delta m_i r_i^2, \quad (1)$$

де r_i – відстань від i -го елемента до осі обертання.

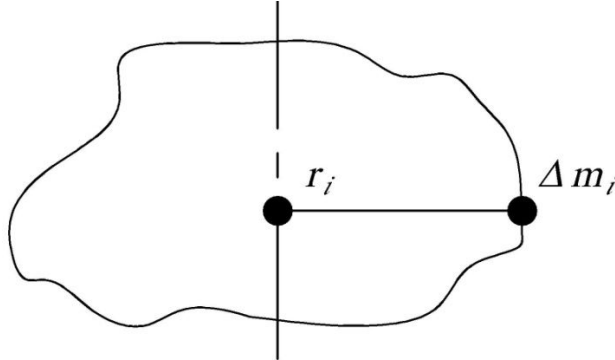


Рис.1.

Момент інерції тіла густиною ρ визначається за формулою:

$$j = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_{i=1} \Delta m_i r_i^2 = \int_m r_i^2 dm = \int_V r^2 \rho dV, \quad (2)$$

де dV – нескінченно малий об'єм; V – об'єм/ тіла;

ρ – густина тіла;

$$dm = \rho dV$$

За цією формулою можна розрахувати моменти інерції однорідних тіл, що мають правильну геометричну форму. Як видно з формул (1) і (2), момент інерції твердих тіл, як і їх маса, не залежить від характеру руху, а залежить від розмірів, форми та густини твердих тіл.

Одиниця вимірювання моменту інерції (вимір):

$$[j] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$$

$$\dim j = ML^2.$$

При обертальному русі момент інерції відіграє таку ж саму роль, як і маса при поступальному. У таблиці 1 надана відповідність фізичних величин при поступальному та обертальному рухах.

Поступальний рух	Обертальний рух
Маса m	Момент інерції J
Швидкість \vec{g}	Кутова швидкість $\vec{\omega}$
Імпульс тіла $\vec{P} = m\vec{g}$	Момент імпульсу $\vec{L} = J\vec{\omega}$
Сила \vec{F}	Момент сили $\vec{M} = \vec{F} \cdot \vec{r}$
Кінетична енергія $E_k = \frac{1}{2}m\vec{g}^2$	Кінетична енергія $E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$
Другий закон динаміки: $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{g})}{dt}$	Другий закон динаміки: $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt}$
Закон збереження імпульсу $\vec{P} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{g}_i = const$	Закон збереження імпульсу $\vec{L} = \sum_{i=1}^N J_i \vec{\omega}_i = const$

Пристрій для визначення моменту інерції махового колеса складається з махового колеса, насадженого на вал, який закріплений в кулькових підшипниках C1 та C2 до вертикального стояка. До вала прикріплено шнур з крюком, на який можна навесити вантаж відомої маси m , за допомогою якого махове колесо приводиться в обертальний рух (рис.2). Шнур намотується на вал. Положення вантажу визначається вертикальною міліметровою лінійкою.

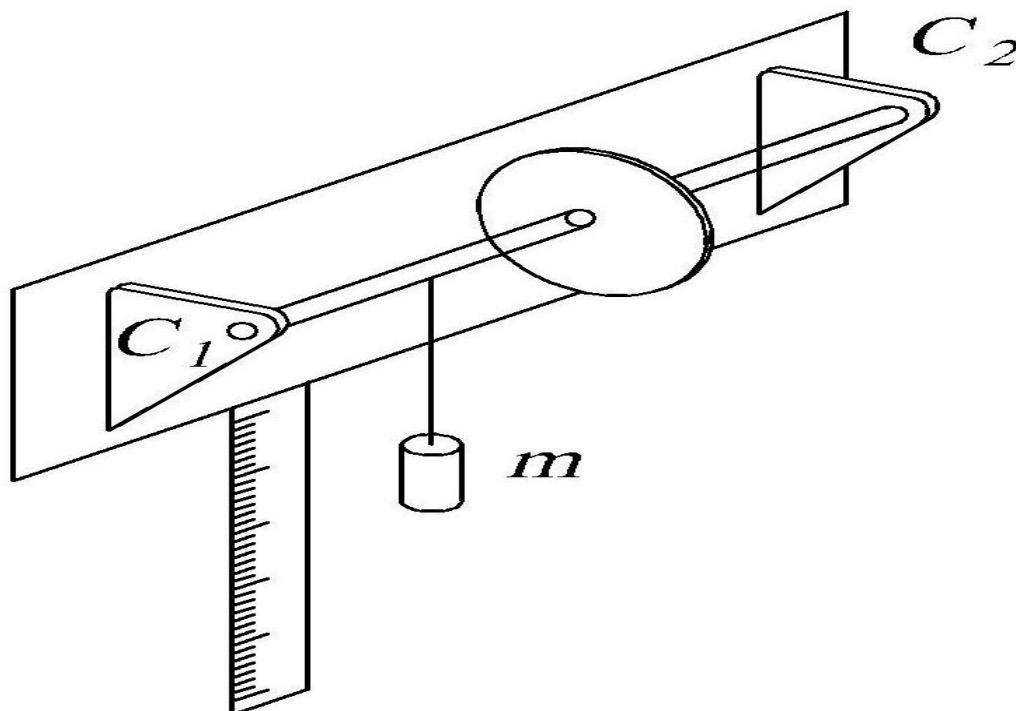


Рис.2.

Якщо шнур намотати на вал і тим самим підняти вантаж на висоту h_1 , то вантаж (і вся система) на початку руху буде мати запас потенціальної енергії:

$$E_p = mgh_1$$

Якщо надати можливість вантажу рухатися, то він під дією сили тяжіння починає рівноприскорено опускатися до повного розмотування шнура. При цьому махове колесо з

валом також почне рухатися і буде здійснювати обертальний рівноприскорений рух. Під час руху вантаж пройде відстань h_1 . В процесі опускання вантажу з висоти h_1 його потенціальна енергія зменшується і перетворюється у кінетичну енергію поступального руху вантажу та кінетичну енергію обертального руху системи, а також частково втрачається на роботу щодо подолання сили тертя $F_{\text{тер.}}$ в опорі:

$$mgh_1 = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{j\omega^2}{2} + F_{\text{mp}}h_1, \quad (3)$$

$E_{\text{кпост}} = \frac{m\vartheta^2}{2}$ – кінетична енергія поступального руху вантажу в нижній точці;

$E_{\text{квр}} = \frac{F\omega^2}{2}$ – кінетична енергія обертального руху махового колеса в той час, коли

вантаж знаходиться в нижній точці;

$A_{\text{mp}} = F_{\text{mp}}h_1$ – робота з подолання сили тертя у підшипниках.

Силу тертя можна розрахувати за допомогою таких міркувань. Після досягнення вантажем найнижчого рівня своєї траєкторії (повне розмотування шнура) махове колесо за інерцією буде продовжувати обертатися і, внаслідок намотування шнура на вал, вантаж підніметься на висоту $h_2 < h_1$ і на мить зупиниться. В цьому положенні система має запас потенціальної енергії:

$$E_p = mgh_2.$$

Взагалі вантаж пройшов шлях $(h_1 + h_2)$. Зменшення потенціальної енергії вантажу в порівнянні з початковим положенням дорівнює роботі проти сил тертя в підшипниках С1 та С2.:

$$\begin{aligned} -(mgh_2 - mgh_1) &= F_{\text{mp}}(h_1 + h_2) \\ mgh_1 - mgh_2 &= F_{\text{mp}}(h_1 + h_2), \end{aligned}$$

звідси сила тертя:

$$F_{\text{mp}} = mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}. \quad (4)$$

Оскільки вантаж опускається рівноприскорено без початкової швидкості, то у нижній точці траєкторії справедливі рівняння: $\vartheta = at$ и $h = \frac{at^2}{2}$, де t – час опускання вантажу.

З останніх рівнянь отримуємо вираз для кінцевої швидкості вантажу при русі вниз:

$$\vartheta = \frac{2h_1}{t} \quad (5)$$

Швидкість вантажу дорівнює лінійної швидкості точок на поверхні валу і пов'язана з

радіусом вала r та кутовою швидкістю вала співвідношенням: $\omega = \frac{\vartheta}{r}$, тоді

$$\omega = \frac{2h_1}{rt} = \frac{4h_1}{dt}, \quad (6)$$

де d – діаметр вала: $d = 2r$.

Підставляючи формули (4), (5), (6) у вираз (3), і розв'язавши його відносно моменту інерції, отримуємо формулу для обчислення моменту інерції махового колеса:

$$j = \frac{md^2}{4} \left[gt^2 \frac{h_2}{h_1(h_1 + h_2)} - 1 \right]. \quad (7)$$

Послідовність виконання роботи.

1. За допомогою штангенциркуля виміряти діаметр вала **d**.
2. На крюк повісити вантаж певної маси **m**.
3. Опустити вантаж, закріплений на шнурі, у найнижче положення і зафіксувати поділку L_1 .
4. Накрутити шнур з вантажем на вал і зафіксувати за шкалою найвище положення верхньої поверхні вантажу L_2 . Визначити значення висоти $h_1 = L_2 - L_1$.
5. Записати час **t** опускання вантажу. Для цього одночасно відпускають махове колесо і вмикають секундомір. У момент проходження вантажем нижчого положення секундомір вимикають і спостерігають за підняттям вантажу.
6. По шкалі зафіксувати положення L_3 , до якого підніметься вантаж. Визначити висоту, на яку підніметься вантаж після досягнення нижнього положення $h_2 = L_3 - L_2$.
7. Дослід виконати 5 разів ($N=5$). Результати вимірювань записати у таблицю 2.
8. За формулою (7) для кожного досліду обчислити значення моменту інерції махового колеса. Розрахувати середнє значення інерції за формулою:

$$\bar{J} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N J_i$$

9. Результати обчислень занести в таблицю 2.

Таблиця 2

№ п/п	d , м	m , кг	l₁ , м	l₂ , м	l₃ , м	h₁ , м	h₂ , м	t , с	J_i , кг м ²	δJ_i , кг м ²	δJ_i² , кг ² м ⁴
----------	-----------------	------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------	---	--	---

10. Розрахувати довірчий інтервал серій вимірювань за формулою:

$$\Delta J = t_s \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta J_i^2}{N(N-1)}},$$

де коефіцієнт Стюденту $t_s = 2,78$ для $N=5$ і ймовірності $P=0,95$.

11. Відносну похибку вимірювань обчислити за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\Delta j}{\bar{j}} 100\%.$$

12. Остаточні результати записати у вигляді: $j = (j_{\text{сер.}} \pm \Delta j)$; $\varepsilon = \frac{\Delta j}{\bar{j}} 100\%.$

13. Для кожного досліду розрахувати значення сили тертя за формулою (4) та знайти його середнє значення

14. За результатами розрахунків зробити висновки..

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.

1. Дайте визначення моменту інерції матеріальної точки.
2. Що називається моментом інерції тіла? Його одиниці вимірювання?
3. Запишіть формули для обчислення кінетичної енергії при поступальному та обертальному рухах тіла.
4. Сформулюйте закон збереження і перетворення енергії; закон збереження механічної енергії?.
5. Запишіть основний закон динаміки при поступальному та обертальному рухах.
6. В чому полягає фізичний зміст моменту інерції?
7. Який характер руху вантажу?
8. Запишіть формули для визначення моменту інерції твердих тіл (циліндра, кулі).
9. Яким буде характер руху за відсутності сили тертя?.
10. Який рух називають обертальним?
11. Які основні кінетичні та динамічні характеристики обертального руху?
12. Що таке кутова швидкість обертання? В чому полягає правило свердлика?
13. Що таке кутове прискорення? Його одиниці вимірювання?
14. Як пов'язані між собою лінійні та кутові характеристики руху?