

## I. ТЕОРЕТИЧНЕ ВВЕДЕННЯ

У механіці під ударом варто розуміти короточасну взаємодію двох чи більше тіл, що виникає в результаті їхнього зіткнення. Наприклад, зіткнення куль, удар молота об ковадло, влучення кулі в мішень і т. ін.

Під час удару тіл відбувається їхня деформація. Кінетична енергія зіткнення пружних тіл переходить в енергію пружної деформації. При цьому виникають пружні сили, що зростають зі збільшенням деформації. В момент найбільшого стиску тіл пружні сили максимальні.

Потенціальна енергія деформації переходить у кінетичну енергію руху, доки тіла не розійдуться. Якщо в результаті удару механічна енергія не переходить в інші форми енергії, то удар називається ідеально пружним. Ідеальному удару відповідає повне відновлення форми тіл, після їх зіткнення. Час зіткнення залежить від пружних констант матеріалу тіл, їхньої відносної швидкості в момент початку удару і від їхньої маси.

Ідеально пружних ударів у природі не існує, тобто завжди частина енергії витрачається на необоротну деформацію тіл і збільшення їхньої внутрішньої енергії. Однак, для деяких тіл, наприклад, сталевих куль, втратами механічної енергії можна знехтувати.

Якщо напрямок руху двох куль у момент зіткнення збігається з прямою, що з'єднує центри куль, то удар називається центральним. Далі розглядається лише центральний ідеально пружний удар.

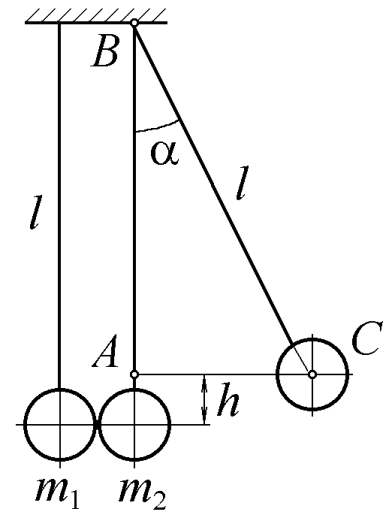


Рис. 1

Якщо другий закон механіки записати у вигляді

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} \quad (31.1)$$

і розглядати це рівняння стосовно до удару, то  $F$  – середня сила удару;  $\Delta t$  – час удару;  $m$  – маса однієї з куль;  $\Delta v$  – зміна швидкості цього тіла, що виникла в результаті удару.

З рівняння (31.1) випливає, що чим менше час зіткнення двох тіл, тим більше сила удару при тій же зміні швидкості.

Розглянемо систему, що складається з двох куль, підвішених на практично нерозтяжних невагомих нитках (рис. 1). Маси куль однакові:  $m_1 = m_2$ . Відведемо праву кулю на кут  $\alpha$  від положення рівноваги й відпустимо її. Повертаючись в положення рівноваги і володіючи в момент удару, швидкістю  $v_2$ , вона передає свій імпульс лівій кулі.

Відповідно до закону збереження імпульсу

$$m_2 \vec{v}_2 = m_2 \vec{v}_2' + m_1 \vec{v}_1', \quad (31.2)$$

де  $\vec{v}_1', \vec{v}_2'$  – вектори швидкостей куль після удару. Вектори швидкостей направлені уздовж однієї прямої, тому від векторного запису можна перейти до скалярного. Закон збереження енергії для даної задачі запишемо у вигляді

$$\frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2 (v_2')^2}{2} + \frac{m_1 (v_1')^2}{2}. \quad (31.3)$$

Так як  $m_1 = m_2$ , обидва рівняння перепишемо у виді системи

$$\begin{cases} v_2 = v_2' + v_1'; \\ v_2^2 = (v_2')^2 + (v_1')^2. \end{cases} \quad (31.4)$$

Звідси,  $2v_1'v_2' = 0$ . Під дією удару ліва куля почала рухатися:  $v_1' \neq 0$ , тоді залишається припустити, що  $v_2' = 0$ , тобто при рівності мас двох куль, що співударяються, одна із яких нерухома, куля, що рухається повністю, передає імпульс нерухомій і зупиняється. Оскільки  $v_2' = 0$ , то з першого рівняння системи (31.4) випливає, що  $v_2' = v_1'$ . Це означає, що кулі обмінюються швидкостями.

## 2. ВИЗНАЧЕННЯ СЕРЕДНЬОЇ СИЛИ ЗІТКНЕННЯ ДВОХ КУЛЬ.

Друга куля після зіткнення залишається в спокої  $v_2' = 0$ , тому зміна його швидкості

$$\Delta v = v_2 + v_2' = v_2.$$

Враховуючи це, формулу (1) можна переписати у вигляді

$$F \cdot \tau = m_2 v_2,$$

де  $\tau = \Delta t$  – час удару. Звідси середню силу зіткнення двох куль можна записати

$$F = \frac{m_2 v_2}{\tau} \quad (31.5)$$

Якщо маси куль відомі, то середню силу можна обчислити, знаючи швидкість кулі  $v_2$ , в момент безпосередньо перед зіткненням, і час зіткнення  $\tau$ .

## 3. ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ КУЛЬ ПРИ ЗІТКНЕННІ.

Куля, відведена від положення рівноваги на кут  $\alpha$  (рис. 1), має запас потенціальної енергії:

$$E_n = m_2 gh$$

Ця енергія в початковий момент зіткнення цілком переходить у кінетичну:

$$m_2 gh = \frac{m_2 v_2^2}{2},$$

звідки

$$v_2 = \sqrt{2gh} \quad (31.6)$$

Значення  $h$  можна визначити, знаючи кут  $\alpha$  і довжину нитки  $\ell$ . З трикутника  $ABC$  (див. рис. 1) випливає

$$\cos \alpha = \frac{\ell - h}{\ell}$$

Звідси

$$h = \ell(1 - \cos \alpha) = 2\ell \cdot \left( \sin \frac{\alpha}{2} \right)^2$$

Підставляючи  $h$  у рівняння (31.6), одержуємо

$$v_2 = 2\sqrt{g\ell} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad (31.7)$$

#### 4. ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСУ ЗІТКНЕННЯ ДВОХ КУЛЬ

Ідея методу полягає в наступному. Кулі під час удару замикають електричне коло, складене із зарядженого конденсатора, резистора та балістичного гальванометра, послідовно з'єднаних між собою. Для повного розряду конденсатора через гальванометр потрібен якийсь час. Якщо час зіткнення куль менше часу розряду, то при співударі конденсатор розрядиться не повністю. Розглянемо електричне коло, що складається з зарядженого конденсатора і резистора (рис. 2). При замиканні кола конденсатор почне розряджатися і різниця потенціалів на його обкладках  $\Delta\varphi$  буде падати:

$$IR = \Delta\varphi. \quad (31.8)$$

У формулу закону Ома підставимо значення сили струму в колі, рівне відношенню зміни кількості електрики, що протікає через провідник, до проміжку часу:

$$I = -\frac{dq}{dt} \quad (31.9)$$

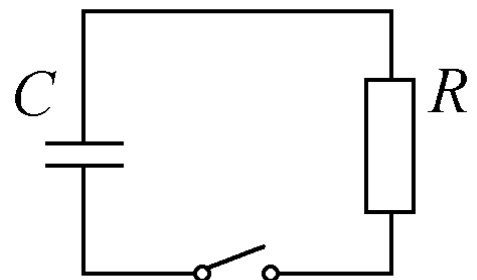


Рис. 2.

Знак " – " вказує, що заряд конденсатора зменшується. Різниця потенціалів на обкладках конденсатора

$$\Delta\varphi_c = \frac{q}{C}, \quad (31.10)$$

де  $C$  – електрична ємність конденсатора. Підставляючи (31.9) і (31.10) у (31.8), отримаємо:

$$-\frac{dq}{dt} \cdot R = \frac{q}{C} \quad \text{чи} \quad \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}.$$

За час удару  $\tau = t_1 - t_0$  конденсатор змінює заряд від  $q_0$  до  $q_1$ . Інтегруючи останнє диференціальне рівняння, одержуємо

$$\ln \frac{q}{q_0} = -\frac{\tau}{RC}. \quad (31.11)$$

Заряд, що залишився,  $q$  дорівнює початковому  $q_0$  мінус кількість електричного заряду  $q_1$ , що протікає через гальванометр:

$$q = q_0 - q_1.$$

З рівняння (11) з урахуванням останньої формули знаходимо

$$\tau = RC \cdot \ln \frac{q_0 - q_1}{q_0} = RC \cdot \ln \frac{q_0}{q_0 - q_1}$$

чи, переходячи до десяткових логарифмів, одержуємо формулу

$$\tau = 2,3RC \cdot \lg \frac{q_0}{q_0 - q_1} \quad (31.12)$$

за якою, знаючи початковий заряд конденсатора  $q_0$ , кількість електрики  $q_1$ , що протекла через гальванометр за час удару, ємність конденсатора  $C$  і опір ланцюга  $R$ , можна визначити час зіткнення куль.

Заряд конденсатора  $q_0$  і кількість електрики  $q_1$  визначають за допомогою балістичного гальванометра. Тому що показання гальванометра пропорційні заряду, що протік через нього, то (31.12) приймає вид

$$\tau = 2,3RC \cdot \lg \frac{n_0}{n_0 - n_1}, \quad (31.13)$$

де  $n_0$  – показання гальванометра при повній розрядці конденсатора;  $n_1$  – показання гальванометра при розрядці конденсатора за час зіткнення.

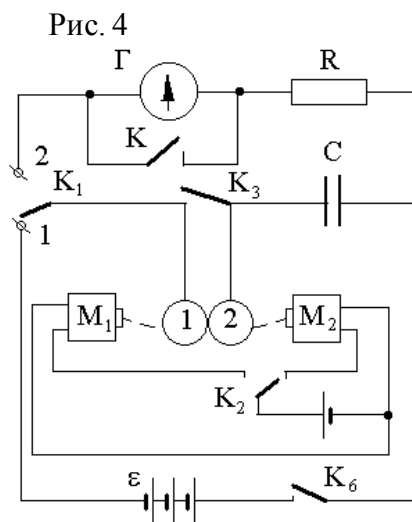
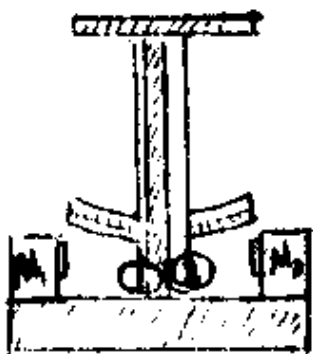
## 5. ОПИС УСТАНОВКИ.

Загальний вид лабораторного стенду показаний на рисунку 3, принципова схема – на рис. 4. Установка складається з двох куль 1 і 2, конденсатора  $C$ , резистора  $R$ , джерела струму  $\varepsilon$  і електромагнітів  $M_1$  і  $M_2$ . За допомогою спеціального гальванометра  $\Gamma$ , використовуваного в цій роботі, можна визначати кількість електрики. Такий гальванометр називається балістичним. Принцип вимірювання полягає в наступному. При замиканні  $K_1$  у положення 1 відбувається заряд конден-

сатора (ключ  $K_3$  замкнутий). Переключаючи  $K_1$  у положення 2, конденсатор можна розрядити через гальванометр (показання гальванометра  $n_0$ ).

Потім, якщо знову зарядити конденсатор ( $K_1$  у положенні 1) і розімкнути  $K_1$  ( $K_3$  розімкнутий), відвести кулю 2 до включеного магніту  $M_2$  і потім  $K_1$  перевести в положення 2, а ключ  $K_1$  перекинути з положення 1 у положення 2, то куля, звільнившись від дії магніту  $M_2$ , почне рухатися і вдарить кулю 1.

Рис. 3.



Протягом удару конденсатор частково розрядиться (показання гальванометра  $n_1$ ); куля 1 прийде в рух і удержиться магнітом  $M_1$ .

## 6. ПОСЛІДОВНІСТЬ ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Перевірити вихідний стан перемикачів:

- тумблер батареї  $K_6$  виключений;
- перемикач  $K_1$  у нижньому положенні 1;
- перемикач кола електромагнітів  $K_2$  у правому чи у лівому положенні;
- кнопка шунтування гальванометра  $K$  не натиснута.
- Кулі зведені.

2. Ввімкнути освітлювач, для чого вставити вилку в розетку і ввімкнути тумблер на кронштейні освітлювача.

3. Перевірити наявність і яскравість "зайчика" на лінійці відлікового пристрою. Вивести середню лінію "зайчика" на нуль шкали. Якщо "зайчика" на шкалі нема, звернутися до лаборанта чи до викладача.

4. Перевірити тумблер батареї  $K_6$ .

5. Перевести тумблер  $K_1$  у верхнє положення і записати в таблицю 1 максимальні відхилення "зайчика"  $n_0$ .

Таблиця 1.

№ п/п	$m$ , кг	$l$ , м	$\alpha_0$ , ...	$C$ , Ф	$R$ , Ом	$n_0$ , мм	$n_1$ , мм	$v$ , м/с	$\tau$ , с	$F_i$ , Н	$\delta(F_i)$ , Н
----------	-------------	---------	---------------------	---------	----------	---------------	---------------	-----------	------------	-----------	-------------------

5. Перевести тумблер  $K_1$  у нижнє положення. При підході "зайчика" до нульового положення натиснути на кнопку  $K$  й зупинити "зайчик" на нулі шкали. Відпустити кнопку  $K$ .

6. Виконати пункти 4, 5 п'ять разів.

7. Відвести рукою ліву кулю до електромагніту (якщо включений лівий електромагніт) чи навпаки.
8. Перевести тумблер  $K_1$  у нижнє положення і переконатися, що "зайчик" знаходиться в нульовому положенні.
9. Натиснути на кнопку  $K_3$  протягом 3 – 4 с (зарядити конденсатор).
10. Тумблер  $K_1$  перевести у верхнє положення.
11. Перевести тумблер  $K_2$  у праве (чи лівє) положення.
12. Установити "зайчик" на нуль шкали. Виконати п.п. 8 – 12 п'ять разів.
13. Перевести всі тумблери в положення згідно п.1.

#### УВАГА!

Тумблер  $K_1$  повинний знаходитися у нижньому положенні.

14. Обчислити швидкість співударання куль за формулою (31.7) для п'яти вимірювань.
15. Обчислити час зіткнення для усіх вимірів за формулою (31.13).
16. Обчислити силу удару куль для п'яти експериментів за формулою (5) і визначити середню силу удару:

$$\bar{F} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N F_i, \quad (N=[1;5]).$$

17. Знайти випадкове відхилення кожного результату

$$\delta F_i = \bar{F} - F_i.$$

18. Обчислити середнє квадратичне відхилення результату вимірів за формулою

$$S(\bar{F}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \delta F_i^2}{N \cdot (N-1)}}.$$

19. Обчислити довірчу границю випадкової похибки

$$\text{при } P = 0.95; N = 5; t_s = 2,571; \varepsilon = t_s \cdot S(\bar{F}).$$

20. Остаточний результат записати у виді

$$F = (\bar{F} \pm \varepsilon), H; \quad P = 0,95; \quad \mu = \frac{\varepsilon}{\bar{F}} \cdot 100\% = \dots\%$$

#### КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Дайте визначення абсолютно пружного удару.
2. Сформулюйте закон збереження енергії в механіці. Чому в даній роботі його можна застосовувати?
3. Сформулюйте і запишіть закон збереження імпульсу.
4. За якою формулою обчислюється середня сила зіткнення двох куль?