## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1-01

## Теоретичний вступ

# Фізичні величини і їх вимірювання. Математична обробка результатів вимірювання

#### 1. Види вимірювання

Під фізичною величиною розуміють властивість, яка  $\epsilon$  спільною в якісному відношенні для багатьох тіл, але ж в кількостному відношенні індівідуальна для кожного тіла. ( наприклад, довжина, маса, момент сили, потужність і інші.).

Кожна фізична величина має дві характеристики: якісну і кількісну. Перша з них визначає властивість матеріального світу, яку відображає ця величина ( наприклад, температуру характеризує інтенсивність руху молекул тіла).

Кількісна характеристика обумовлена тим, що кожний об єкт матеріального світу містить де-яку кількість розглядаємої властивості. Цю характеристику визначають вимірюванням — експериментального порівняння даной фізичної величини з другою фізичною величиною, яка якісно з нею однакова і приймається за одиницю.

Таким чином, одиницєю фізичної величини є така фізична величина, якій по визначенню приписується числове значення, яке дорівнює одиниці. Результат вимірювання записується в вигляді значення фізичної величини — де-якого числа прийнятих для неї одиниць ( наприклад,  $12^{0}$ C — значення температури тіла).

За спосібом отримання числового значення величини усі вимірювання розподіляються на 4 основних вида: прямі, непрямі, совокупні і совмістні.

В навчальних лабораторіях використовуються тільки прямі и непрямі вимірювання.

**Прямими** звуться вимірювання, при яких значення величини визначають з дослідних даних. При прямих вимірюваннях використовують приклади вимірювання, які необхідні для вимірювання цієї фізичної величини (наприклад, вимірювання кута кутоміром, температури термометром і ін.).

**Непрямими** звуться вимірювання, при яких значення величини знаходять на основі звісної залежності між цією величиною і величинами, які отримані в результаті прямих вимірювань. Прикладами непрямих вимірювань  $\varepsilon$  визначення об  $\varepsilon$ му тіла по прямим вимірюванням його геометричних розмірів, знаходження питомого електричного опіру провідника по його опіру, довжині і площі поперечного перетину.

Метою вимірювання є знаходження достеменного значення величини — значення, яке ідеально характеризує якісні та кількісні характеристики величини, яка вимірюється. Достеменне значення фізичної величини може бути встанослено лише проведенням нескінченного числа вимірювань, що неможливо реалізувати на практиці. Тому замість достеменного значення величини, яку вимірюють, використовується дійсне значення, яке визначається експериментально і максимально близьке до достеменного значення.

За дійсне значення звичайно приймають **середне арифметичне значення** ( $\overline{X}$ ) ряда вимірювань однієї і тієї же величини:

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N},$$

де  $x_i$  - значення окремого вимірювання; N – число вимірювань.

#### ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ

Відхилення результата вимірювання від достеменного значення (дійсного значення) величини зветься похибкою вимірювання. Від похибки вимірювання залежить точність вимірювання — характеристика, яка відображає близість результата вимірювання до достеменного значення величини, яка вимірюється. Малим похибкам відповідає висока точність вимірювання.

Класифікація похибок в залежності від способа її відображення і характера проявлення з часом величини, яка вимірюється, приведена на рис. 1.



Рис. 1

**Абсолютна похибка** вимірювання  $\Delta$  - різниця між результатом вимірювання  $x_i$  та достеменним значенням величини, яка вимірюється, (середнім арифметичним значенням  $\overline{\mathcal{X}}$  ):

$$\Delta = x_i - \bar{x}$$

Абсолютна похибка відображається в одиницях величини, яка вимірюється. Однак, вона не може в полній мірі служити показником точності вимірювання, тому, що одне і теж її значення, наприклад,  $\Delta = 0.05$ мм при x = 100 мм відповідає досить високої точністі вимірювання, а при x = 1 мм — низький. Тому вводять поняття відносної похибки.

**Відносна похибка** вимірювання  $\delta$  - відношення абсолютної похибки вимірювання  $\Delta$  до достеменного значення величини, яка вимірюється  $(\bar{x})$ :

$$\delta = \frac{\Delta}{\overline{x}} = \frac{x_i - \overline{x}}{\overline{x}} * 100\%$$

Відносна похибка — безразмірна величина, її чисельне значення можна вказувати, наприклад, в відсотках.

Вона показує, на яку долю від достеменного значення величини  $\mathcal{X}$  ми помиляємося, тоб то якість результатів вимірювання.

**Груба похибка (промах)** – похибка вимірювання, яка значно превищує очикану в даних вимірюваннях. Вона, як правило, виникає з похибок чи неправильних діянь оператора (невірного відрахунку, похибок в записях чи обчисленнях, неправильного включення приборів чи збоїв в їх роботі та ін.). Можливою причиною виникання промахів

також може бути тимчасова різька зміна умов проведення вимірювання. Коли промахи виявляються в процесі вимірювання, то результати, які їх мають, не враховуються.

<u>Систематичною</u> зветься похибка, величина якої залишається сталою, чи закономірно змінюється при усіх вимірюваннях, які проводяться одним методом.

Систематична похибка результату вимірювання складається з деяких окремих систематичних похибок, які залежать від джерела виникання. Основні з них слідуючи:

- 1) інструментальна похибка -пов язана з недосконалістю засобів вимірювання, які використовуються. Вона може бути оцінена, якщо є звісним клас точності прибора. Наприклад, клас точності «2» означає, що інструментальна похибка не превищує 2% від максимального значення шуканої величини, на яку розрахован прибор. Часто за похибку засобів вимірювання приймають число, яке дорівнює половині ціни розподілу вимірювального прибора;
- 2) методична похибка пов язана з недосконалістю метода и прийомів використання средств вимірювання. Наприклад, вона виникає при визначенні потуги постійного струму по показінням амперметра і вольтметра без врахування потуги, яка використовується вказаними приборами;
- 3) **суб єктивна похибка** пов язана з недосконалістю органів почуттів оператора. Наприклад, похибка при вимірюванні частоти методом биєній з слуховим контролем. Вимірювання з цифровими приборами не залежать від суб єктивних похибок.

Систематичну похибку не можна усунути повторювальним вимірюванням. Її усувають чи за допомогою поправок, чи «удосконаленням» эксперимента.

Випадковою зветься похибка, яка неконтрольованно змінюється від одного вимірювання до другого як по абсолютній величині, так і по знаку. Виникання таких похибок не зв язано з якой-небудь закономірністю, вони спостерігаються при повторенні вимірювання однієї і тієї же величини в вигляді деякого розподілення результатів. Випадкові похибки неминучі, непереможні и завжди існують в результаті вимірювання. Пояснення великої совокупністі випадкових похибок підкоряється закономірностям теории імовірності і математичній статистики.

Практика вимірювання підтвержує, що випадкові похибки по величині в більшісті випадків превишують систематичні похибки. Тому далі будемо здійснювати оцінку тільки випадкових похибок.

## Оцінка похибок при прямих вимірюваннях

#### а) Оцінка випадкових похибок

Оцінка випадкових похибок при вимірюванні фізичних величин здійснюється за допомогою теорії похибок, в основі якої лежать два припущення Гаусса:

- 1. При великому числі вимірювань випадкові похибки однакові по величині, але протилежні по знаку, зустрічаються однаково часто.
  - 2. Чим більш похибка, тим вона меньш імовірна.

Якщо припустити, що випадкова похибка підкоряється нормальному закону розподілення похибок (закону Гаусса), то як слідкує з теорії похибок, можна зменшити вплив випадкових похибок на кінцевий результат і з визначенною імовірністю, яка зветься **надійностю**, оцінити її величину (Приложення1).

Нехай проведено N рівноточних (одним і тім же прибором) прямих вимірювань величини X і отриман ряд значень  $x_1, x_2, .... x_N$ . Комбінація цих значень,

$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$
,

як вказано раніше, зветься **середнім арифметичним** ряда вимірювань. Це найбільш імовірне значення величини X чи найкраще приближення до X, яке є його оцінкою.

Таким чином,  $X \approx \overline{X}$ .

Наступна задача складається з визначення точністі цього приблизного рівняння, тоб то в отриманні такого інтервала навколо  $\overline{X}$ , який зветься **надійним інтервалом,** який з заданою надійністю (імовірністю) «покриває» значення X.

Інше мовно, **надійним** зветься такий числовий інтервал, відносно якого з раніш встановленою імовірністю можна сказати, що достеменне значення величини, яка вимірюється, знаходиться в середині цього інтервала.

Як показується в теорії похибок основним показником точністі загального результата  $\overline{X}$  для ряда N вимірювань є величина

Ця величина зветься **середнім квадратичним відхиленням** результата вимірювань (середня квадратична похибка середнього арифметичного).

В дослідженнях, які проводяться в навчальних лабораторіях, число вимірювань N є невеликим і величина  $\sigma$  може не відповідати досягненої точністі.

В цьому випадку довірча оцінка проводиться методом малих вибірок, які основані на так званому разподіленню Стьюдента і абсолютна похибка, яка обгрунтована випадковими похибками, визначається по формулі

$$\Delta_{cn} = t_s \cdot \sigma$$

де  $t_s$  - коеффіцієнт Стьюдента, який залежить від обраного рівня надійності  $\,p\,$  і числа вимірювань  $\,N\,$ .

Значення  $t_s$  для рівнів надійності p = 0.95 і p = 0.98 приведені в таблиці.

Таблиця коеффіцієнтів Стьюдента  $t_s$ 

P N	0,95	0,98
2	12,7	31,8
3	4,30	6,96
4	3,18	4,54
5	2,78	3,75
6	2,57	3,36
7	2,45	3,14
8	2,36	3,00
9	2,31	2,90
10	2,26	2,82

Кінцевий результат записують в вигляді

$$X = (\overline{X} \pm \Delta_{c_{\pi}})$$
 од.вим. Р=0,95.

Ця запись значить, що достеменне значення вимірювальної величини знаходиться з імовірністю P=0,95 в інтервалі  $\left[\overline{X} - \Delta_{c_{7}}; \ \overline{X} + \Delta_{c_{7}}\right]$ . Границі цього інтервалу звуться

довірчими границями результату вимірювань, а замкнений між ними інтервал – **довірчим інтервалом** (Рис.2).

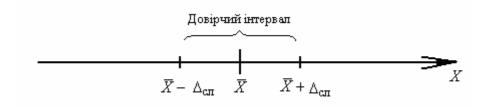


Рис. 2

Таким чином, в результаті вимірювань знаходять не достеменне (чи дійсне) значення вимірювальної величини, а оцінку цього значення в вигляді границь інтервалу, в якому воно знаходиться з заданою імовірністю.

#### б) Оцінка систематичної і повної похибки прямих вимірювань

Якщо здійснена оцінка не тільки випадкової, але ж і систематичної складових похибок, то повна похибка прямих вимірювань  $\Delta^{\Sigma}$  визначається по формулі:

$$\Delta^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_{cn}^2 + \Delta_{cucm}^2} ,$$

де 
$$\Delta_{cn} = t_s \cdot \sigma$$
;  $\Delta_{cucm} = p \cdot \Delta_{cucm}^{max}$ 

Тут  $\Delta_{cucm}^{max}$  - ціна розподілення прибору. Наприклад, для микрометра  $\Delta_{cucm}^{max}$  =0,01мм, а для штангенциркуля вона дорівнює чи 0,1мм, чи 0,05мм в залежності від його типа.

Тоді кінцевий результат записуємо в вигляді

$$X = (\overline{X} \pm \Delta^{\Sigma})$$
 од.вим.

#### Оцінка похибок при непрямих вимірюваннях

Похибка непрямих вимірювань залежать, як йдеться з їх визначення, від похибок прямих вимірювань і, крім того, від вида функції, по якій обчислюють значення величини, яка вимірюється непрямим шляхом.

#### а) Похибки функції однієї змінної

Коли величина U=f(x) є функцією тільки однієї змінної x ,яка шляхом прямих вимірювань визначена з похибкою  $\Delta_x$  , то похибка непрямих ваимірювань  $\Delta_{\kappa occ}$  величини U дорівнює

$$\Delta_{\kappa oce} = \left| \frac{df}{dx} \right| \cdot \Delta_x$$

**Площа диска** - 
$$S = \frac{\pi D^2}{4} \implies$$

$$\Delta_s = \left| \frac{dS}{dD} \right| \Delta_D = \frac{\pi D}{2} \Delta_D$$

#### Приклад 2:

Нехай при вільному падінні 
$$h = \frac{gt^2}{2}$$
  $\Rightarrow$   $\Delta_h = \left| \frac{\partial h}{\partial t} \right| \Delta_t = gt \cdot \Delta_t$ 

#### б) Похибка функції декільких змінних

Нехай шукана величина є функцією декільких змінних, тоб то  $U=f(x,y,\mathbf{K}\ z)$  . Коли змінні  $x,y,\mathbf{K}\ z$  визначені з похибкою  $\Delta_x,\Delta_y,\mathbf{K}\ \Delta_z$  , то

похибка непрямих вимірювань шуканої величини U дорівнює

$$\Delta_{U} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta_{x}\right)^{2} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta_{y}\right)^{2} + K + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\Delta_{z}\right)^{2}}$$

## Приклад 1:

$$g = \frac{2h}{t^2}; \qquad \Delta_g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial h}\Delta_h\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial t}\Delta_t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2}\Delta_h\right)^2 + \left(\frac{-4h}{t^3}\Delta_t\right)^2}.$$

#### Приклад 2:

$$E = \frac{mV^2}{2}; \qquad \Delta_E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial m}\Delta_m\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial V}\Delta_V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{V^2}{2}\Delta_m\right)^2 + \left(mV \cdot \Delta_V\right)^2}$$

#### Правила округлення значень похибок і результатів вимірювання

Існують слідуючі 3 правила округлення обчисленного значення похибки і отриманого результата вимірювань:

**1.** Похибка результата вимірювання вказується двома значущими цифрами, коли перша з них 1 чи 2, і однією, - коли перша  $\epsilon$  3 і більш.

Значущи цифри даного числа – всі цифри, крім нулів, які стоять попереду числа. Приклади:

- а) Число 15,0 має три значущи цифри.
- б) Число 40 має дві значущи цифри.
- в) Число 0,045 має дві значущи цифри.
- г) Число 0,0450 має три значущи цифри

## Приклади округлення:

- a)  $0.122 \approx 0.12$ .
- 6) 0,126 ≈ 0,13.
- B)  $0.362 \approx 0.4$ .
- **2.** Результат вимірювання округляється до того ж десятичного розряду, яким закінчується округленне значення абсолютної похибки:

Неправильно	<u>Правильно</u>
$19,562 \pm 0,17$	$\overline{19,56 \pm 0,17}$
19 56 ± 0 57	196+06

- **3**. Всі попередні обчислення здійснюють з одним-двома лишніми розрядами, а округлення здійснюють в кінцевій відповіді.
- **4.** При записі кінцевого результату вимірювання фізичної величини її подають в вигляді інтервала значень з вказанням відносної похибки і імовірності попадання достеменного значення до вказаного інтервалу при <u>обов язковому вказанні одиниць вимірювання величини.</u>

#### Приклади:

1. 
$$S = (16,26 \pm 0,15)_{MM^2}$$
  $\mathcal{E} = 0,92\%$   $P = 0,9$ .  
2.  $V = (78,5 \pm 0,8)_{MM^3}$   $\mathcal{E} = 1\%$   $P = 0,95$ .

3. 
$$m = (150 \pm 12)\kappa 2$$
  $\mathcal{E} = 8\%$   $P = 0.9$ .

4. 
$$J = (0.157 \pm 0.012) \kappa_2 \cdot M^2$$
 чи  $J = (157 \pm 12) \cdot 10^{-3} \kappa_2 \cdot M^2$   $\boldsymbol{\mathcal{E}} = 7.6\%$   $P = 0.95$ .

## Порядок виконання роботи

## Вправа 1

## Вимірювання за допомогою мікрометра діаметра кулі і обчислення його об'єму

1. Вимірюють 5 разів діаметр кулі D і отримають середнє арифметичне значення діаметру

$$\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{5} D_i}{5}$$

2. Обчислюють абсолютні похибки окремих вимірювань (5 похибок)

$$\Delta D_i = \overline{D} - D_i$$

3. Обчислюють квадрати похибок окремих вимірювань  $(\Delta D_i)^2$  і по формулі

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta D_i^2}{N(N-1)}}$$

отримають середню квадратичну похибку визначення середнього арифметичного значення діаметру. Всі результати вимірюваня і проміжні обчислення заносять до таблиці

№ п/п	$D_i$ , mm	$\Delta D_i$	, MM	$\Delta D_i^2$
1				
2				
3				
4				
5				
	$\overline{D}$ =		$\sigma$ =	

4. Користуючись таблицею коеффіцієнтів Стьюдента для N=5 і надійності p=0,95 визначають коеф. Стьюдента  $t_s=2,78$ . Обчислюють випадкову похибку прямих вимірювань діаметру

$$\Delta_D = t_s \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

- 5. Обчислюють систематичну похибку мікрометра по формулі  $\Delta_{cucm} = p \cdot \Delta_{cucm}^{max}$  Для мікрометра  $\Delta_{cucm}^{max} = 0.01$ мм
- 6. Визначають повну похибку вимірювань діаметру кулі

$$\Delta_D^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_D^2 + \Delta_{cucm}^2}$$

7. Обчислюють найбільш імовірне значення об'єма кулі

$$\overline{V} = \frac{1}{6}\pi \overline{D}^3$$

8. Обчислюють похибку непрямих вимірювань об'єма кулі

$$\Delta_V = \left| \frac{dV}{dD} \right| \Delta_D^{\Sigma} = \frac{1}{2} \pi \cdot \overline{D}^2 \cdot \Delta_D^{\Sigma}$$

9. Обчислюють відносну похибку

$$\varepsilon = \frac{\Delta_V}{\overline{V}} \cdot 100 \%$$

10. Записують кінцевий результат вимірювання об єма кулі

$$V = (\overline{V} \pm \Delta_V)$$
мм<sup>3</sup> при p=0,95

## Вправа 2

# Вимірювання за допомогою штангенциркуля діаметра и висоти циліндра і визначення площі його бічній поверхні

1. Вимірюють 5 разів діаметр D и висоту H циліндра и отримають їх середні арифметичні значення

$$\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^{5} D_i}{5}; \qquad \overline{H} = \frac{\sum_{i=1}^{5} H_i}{5}.$$

2. Знаходять абсолютні похибки окремих вимірювань діаметра и висоти

$$\Delta D_i = \overline{D} - D_i; \quad \Delta H_i = \overline{H} - H_i$$

3. Обчислюють квадрати похибок окремих вимірювань  $(\Delta D_i)^{2-\mathrm{i}}$   $(\Delta H_i)^2$ , потім по формулам

$$\sigma_{\overline{D}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta D_{i}^{2}}{N(N-1)}} ; \qquad \sigma_{\overline{H}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5} \Delta H_{i}^{2}}{N(N-1)}}$$

знаходять середню квадратичну похибку визначення середнього арифметичного значення діаметра и висоти. Всі результати вимірювань і проміжні обчислення заносять в таблицю

<b>№</b> п/п	$D_i$ , mm	$\Delta D$	$_{i}$ , MM	$\Delta D_i^2$	№ п/п	$H_i$ , mm	$\Delta H_{i}$	, MM	$\Delta H_i^2$
1					1				
2					2				
3					3				
4					4				
5					5				
	$\overline{D}$ =		$\sigma_{\overline{D}}$ =			$\overline{H} =$		$\sigma_{\overline{H}} =$	

4. По таблиці коеффіцієнтів Стьюдента для N=5 и надійності p =0,95 визначають коеф. Стьюдента  $t_s$  =2,78. Оючислюють випадкову похибку

$$\Delta_D = t_s \cdot \sigma_D; \qquad \Delta_H = t_s \cdot \sigma_H$$

5. Обчислюють систематичну похибку штангенциркуля по формулі

$$\Delta_{\mathit{cucm}} = p \cdot \Delta_{\mathit{cucm}}^{\max}$$

Для штангенциркуля  $\Delta_{cucm}^{max} = 0,1$  мм чи 0,05мм в залежності від типу.

6. Визначають повну похибку вимірювань діаметра і вісоти

$$\Delta_D^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_D^2 + \Delta_{cucm}^2} \qquad \qquad \Delta_H^{\Sigma} = \sqrt{\Delta_H^2 + \Delta_{cucm}^2}$$

7. Обчислюють найбільш імовірне значення площі бічній поверхні

$$\overline{S} = \pi \cdot \overline{D} \cdot \overline{H}$$

8. Обчислюють похибку непрямих вимірювань площі бічній поверхні

$$\Delta_{S} = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial D}\Delta_{D}^{\Sigma}\right)^{2} + \left(\frac{\partial S}{\partial H}\Delta_{H}^{\Sigma}\right)^{2}} = \sqrt{\left(\pi \overline{H} \cdot \Delta_{D}^{\Sigma}\right)^{2} + \left(\pi \overline{D} \cdot \Delta_{H}^{\Sigma}\right)^{2}}$$

9. Обчислюють відносну похибку

$$\varepsilon = \frac{\Delta_s}{\overline{S}} \cdot 100 \%$$

10. Записують кінцевий результат вимірювань  $S = (\overline{S} \pm \Delta_S) M M^2$  при p=0,95

## Контрольні питання

- 1. Які вимірювання звуться прямими та непрямими?
- 2. Классифікація похибок.
- 3. Дати визначення абсолютній і відносній похибок.
- 4. Сформулювати положення Гаусса, які лежать в основі теорії похибок.
- 5. Написати формулу для середньої квадратичної похибки ряда вимірювань.
- 6. Пояснити значення висловків «довірчий інтервал» і «довірча імовірність»
- 7. Як зміниться довірчий інтервал при збільшенні довірчивої імовірності?
- 8. Як визначається похибка непрямих вимірювань?
- 9. Яка похибка характеризує якість вимірювань?
- 10. Від яких параметрів залежить коефінцієнт Стьюдента?
- 11. Як обчислюється повна абсолютна похибка прямих вимірювань?
- 12. Чому виникають похибки вимірювань?
- 13. Сформулюйте правила округлення результата вимірювань з похибкою.
- 14. Як правильно записати кінцевий результат?

#### Література

- 1. С.Г. Рабинович. Погрешности измерений / Л.: Энергия, 1978 264с.
- 2. П.В. Новицкий, И.А. Зограф. Оценка погрешностей результатов измерений / Л.: Энергоатомиздат, 1986 248с.
  - 3. А.Н. Зайдель. Ошибки измерения физических величин / Л.: Наука, 1974 108с.

# ДОПОВНЕННЯ 1

Закономірності виникання та розподілення випадкових похибок були теоретично встановлени немецьким математиком К. Гауссом (1777-1855) і потім перевірени в багатьох дослідженнях.

При досить великому числі вимірювань випадкові похибки підкоряються закону нормального розподілення (розподілення Гаусса), математична запись якого має вигляд

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{\pi}} \lambda^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}},$$

де  $f(\Delta x)$  - густина імовірності випадкових похибок;  $\sigma$  - середнєквадратичне відхилення середнєарифметичного:  $\lambda$  - основа натурального логарифма, яке дорівнює 2,72.

Величину  $\sigma^2$  звуть дисперсією даного розподілення. Це границя, до якої прямує середнєквадратична похибка середнєарифметичного при нескінченному числі вимірювань. Вона дає можливість оцінити точність методики вимірювань. При зменшенні дисперсії, зменшується розкид окремих результатів. Це свідчить про те, що вимірювання виконани точніше.

Графічно функція Гаусса показана на рис. 3.

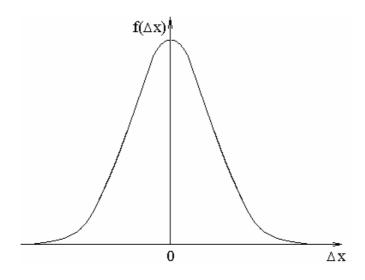
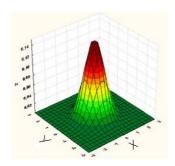


Рис. 3

Крива Гаусса по формі нагадує колокол, тому графік нормального закону часто звуть колоколоподібной кривой. Як видно график має «горб» в середині і різьке зниження густини на краях. В цьому полягає сенс нормального розподілення. Інакше закон нормального розподілення вказує на те, що:

1) найбільш імовірні похибки, близькі до нуля, тоді як великі по величині похибки зустрічаються досить рідко;



2)похибки, які однакові по величині, але протилежні по знаку, рівноімовірні.

Як наглядна іллюстрація на рис. 4 приведена колоколоподібна крива для двомірного випадка розподілення похибок (по вісям X і Y).

Рис. 4

Чим точніше прибор, яким здійснують вимірювання, тим вище максимум кривої і тим вона узче, **причому повна площа під кривою дорівнює одиниці** (при відповідної нормировкі

масштабу по вісям координат).

Криву Гаусса можна сбудувати, якщо відкласти по вісі абсцис не похибки, а значення вимірювальної величини. Тоді, якщо виділити де-яку частину області під кривой симметрично відносно її центра, то можна визнаити імовірність того,що достеменне значення вимірювальної величини влучає в виділений інтервал.

Наприклад, якщо ширина довірчого інтервалу дорівнює середнєквадратичній похибкі  $\pm \sigma$ , то імовірність існування там достеменного значення величини складає 68% (рис.5а). Коли ширина довірчого інтервалу дорівнює  $\pm 2\sigma$ , то імовірність знаходження там достеменного значення величини дорівнює 95% (рис.5б). У тому випадку, коли ширина довірчого інтервалу дорівнює  $\pm 3\sigma$ , то відповідна імовірність складає 99,7% (рис.5в).

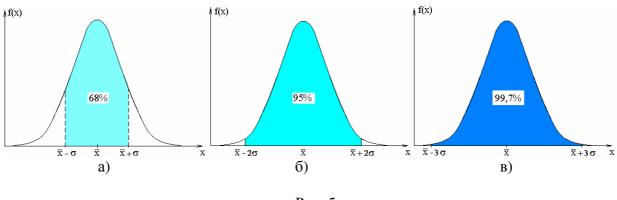


Рис. 5

Довірчий інтервал «три сигма» ( $\pm 3\sigma$ ), який має довірчу імовірність 99,7%, значить, що з 370 випадкових похибок тільки одна по абсолютному значенню буде більшею за  $3\sigma$ . На основі цього грунтується один з критеріїв визначення грубих похибок (промахів). Коли остаточна похибка якогось результату вимірювання перебільшує значення  $3\sigma$ , то цей результат розглядається як промах і виключається з ряду вимірювань.