

Zárthelyi dolgozat

Numerikus modellezés és közönséges differenciálegyenletek
numerikus megoldási módszerei I.
2018.12.05.

1. Tekintsük a korlátozott síkbeli kör háromtest-problémához tartozó mozgásegyenleteket:

$$x''(t) = x(t) + 2y'(t) - (1 - \mu) \frac{x(t) + \mu}{D_1} - \mu \frac{x(t) - (1 - \mu)}{D_2}$$
$$y''(t) = y(t) - 2x'(t) - y(t) \left(\frac{1 - \mu}{D_1} + \frac{\mu}{D_2} \right),$$

ahol $x(0) = 0.994$, $y(0) = 0$, $x'(0) = 0$, $y'(0) = -2.0317$ és

$$D_1 = ((x(t) + \mu)^2 + y^2(t))^{3/2}$$
$$D_2 = ((x(t) - (1 - \mu))^2 + y^2(t))^{3/2}$$
$$\mu = \frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

Írjuk át a feladatot elsőrendű rendszer alakban!

2. Írjuk fel az

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{1}{4} f(t_n, y_n) + \frac{3}{4} h f \left(t_n + \frac{2}{3} h, y_n + \frac{2}{3} h f(t_n + \frac{1}{3} h, y_n + \frac{1}{3} h f(t_n, y_n)) \right)$$

módszer Butcher-táblóját! Határozzuk meg a tanult módszerek valamelyikével a módszer stabilitási függvényét! Hányadrendű a módszer? Ábrázoljuk a stabilitási tartományt!

3. Tekintsük az alábbi Butcher tablót!

0			
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		
1	-1	2	
	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$

Alkalmazzuk a fenti módszert az afrikai sertéspestis vírus (African Swine Fever Virus) terjedésének szimulálásául szolgáló Barongo et al. 2016-os cikkében található

$$S'(t) = -\beta S(t)(I(t) + \epsilon C(t)) + \mu N - \mu S(t)$$
$$E'(t) = \beta S(t)(I(t) + \epsilon C(t)) - (\sigma + \mu)E(t)$$
$$I'(t) = \sigma E(t) + \kappa C(t) - \gamma \rho I(t) - \gamma(1 - \rho)I(t) - \mu I(t)$$
$$C'(t) = \gamma(1 - \rho)I(t) - (\kappa + \mu)C(t)$$
$$D'(t) = \gamma \rho I(t)$$

modelljére. A modellben S a fertőzhetőek (susceptible), E fertőzött de nem fertőző, I fertőzött és fertőzik, C állandóan fertőző, D fertőzés következtében meghaltak. A modellben a teljes osztályok összlétszáma $N = S + E + I + C + D$ állandó. A cikk alapján megadjuk a specifikus paraméter értékeket

μ	0.0027
β	0.3
γ	0.125
ρ	0.7
σ	0.25
κ	0.06
ϵ	0.3

Tekintsük egy kezdeti 500 egyedől álló afrikai sertésállományt. Ebből 440 volt fertőzhető, 30 volt fertőzött de nem fertőző, 20 fertőzött és fertőzik, 10 állandóan fertőző, 0 fertőzés következtében halott.

- i, Készítsünk ábrát, amelyen az egyes osztályok időbeli alakulását látjuk az első 20 napig! A tengelyeket címezzük és legyenek az osztályok az ábra alapján nyilvánvalóak.
- ii, Számítsuk ki a rendszerre vonatkozóan a numerikus módszer becsült rendjét, ha komponensenként egyes normában finomrács technika segítségével dolgozunk!
- iii, Hány sertés volt fertőzött de nem fertőző, illetve hány sertés halt meg az afrikai sertéspestis következtében a 7. napig?

4. Határozzuk meg az $R_{1,2}$ Padé-approximációt!