Correction CC Calculabilité

Exercice n°01 :

1-1 -

$\Leftarrow$ Si $A \leq K$ alors A énumérable

il existe f récursif totale tel que $x \in A$ ssi $f(x) \in K$

K est énumérable donc $K = dom[a|.]$

$x \in A \iff [a|f(x)]\downarrow$ donc : $A = dom[a|.] \circ f$

$x \mapsto return[x|x]$

$\Rightarrow$ A énumérable alors $A \leq K$

on veut montrer qu'il existe f totale

$x \in A \iff f(x) \in K$

$A = W_a = dom[a|.]$

$b : x, y \mapsto$ si $[a|x]\downarrow$ alors return 0;

$f : x \mapsto S^1_1\langle b, x\rangle$

si $x \in A$ alors $[f(x)|.] = 0$ donc $f(x) \in K$

si $x \notin A$ alors $[f(x)|.] = \perp$ donc $f(x) \notin K$

1-2 - $x \longmapsto$ $t \leftarrow 0$

Tant que : $x > g(t)$

$t \leftarrow t+1$ en sortie $g(t) > x$

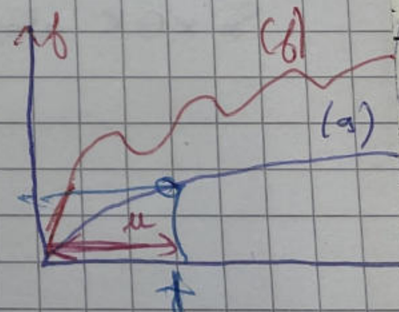
$u \leftarrow 0$

Tant que $f(u) \neq x$ et $u \leq t$

$u \leftarrow u+1$

if $f(u) = x$ then return 1;

else return 0;



Exercice n°03 :

1)- Pas un Pe car $\exists a$ et b $[a|.] = [b|.]$ $a \in M$ et $b \notin M$

2)- $F : x \longmapsto t \leftarrow x+1$

Tant que $t \notin M$

$t{+}{+}$ Car M ∞

return t;

3)- Point fixe :

$\exists n\ [n|.] = [F(n)|.]$! fixe donc contradiction

la fonction récursive qu'on a construite en 2 n'a pas de point f

Exercice n°02 :

1) - $A = \{ x, \forall y, z$ si $[x|y]^{\downarrow}$ et $[x|z]^{\downarrow}$ et $y \neq z$

alors $[a|y] \neq [a|z]$

et $\exists y . [x|y]\downarrow \}$

$\mathcal{C} = \{ x \,/\, [x|.]$ est injective et de domaine non vide $\}$.

$A = \mathcal{P}_{\mathcal{C}}$

$id \in \mathcal{C}$ $\quad \perp \notin \mathcal{C}$

2) - $K < A$

$a : x, y \mapsto$ si $[x|x]\downarrow$ alors return y; sinon $\perp$;

Si $x \in K$ alors $f(x)$ calcule l'identité $\in A$

Si $x \notin K$ alors $f(x)$ calcule $\perp . \notin A$

3) - $K < \bar{A} \Leftrightarrow (\bar{K} < A)$

$b : x, y \mapsto$ step $\langle x, x, y \rangle = 0$ then return y;
else return 0;

Si $x \notin K$ alors $[f(x)|y] = y$, $f(x) \in A$

Si $x \in K$ alors $[f(x)|y] = 0$; $f(x) \notin A$