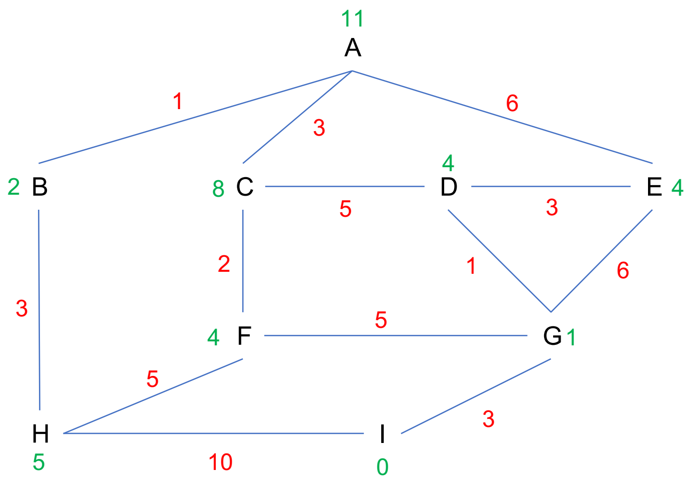
Examen HAI710I – Fondements de l'IA symbolique

Session 1 – 11 janvier 2023 – M. Leclère et M.L Mugnier

Durée 2h – Aucun document autorisé

Exercice 1. Recherche heuristique **(8 pts)**

Soit le problème dont l'espace d'états est donné par le graphe suivant où les sommets représentent les états, les arêtes représentent les actions possibles (toutes les actions peuvent se faire dans les deux sens), les entiers sur les sommets représentent l'heuristique de l'état et les entiers sur les arcs représentent le coût de l'action. L'état initial est le sommet A et l'unique état but est le sommet I. Le coût d'une solution est la somme du coût des actions réalisées.



1. Appliquez l'algorithme de recherche gloutonne avec détection des états répétés sur ce problème. Vous ferez apparaitre sur chaque nœud de l'arbre de recherche développé :
   — l'état auquel correspond ce nœud ainsi que l'heuristique h de cet état,
   — le coût g associé à ce nœud ;
   — et pour chaque nœud exploré un entier allant de 1 au nombre de nœuds explorés indiquant l'ordre o dans lequel le nœud a été exploré.

   Pour la racine, on a donc $h = 11, g = 0$ *et* $o = 1$.
2. Combien de nœuds ont été générés par cette recherche ?
3. Précisez le coût de la solution trouvée. Est-ce une solution optimale ?
4. D'un point de vue général, la recherche gloutonne est elle complète ? Optimale ? Justifiez et/ou précisez votre réponse en donnant d'éventuelles conditions sur le coût des actions et/ou l'heuristique des états (attention, si vous utilisez des lettres telles que c, h, f, g, $g*$ pour désigner certaines notions, spécifiez précisément la sémantique de ces lettres).

On souhaite à présent utiliser l'algorithme A* :

5. Rappelez la définition de la condition d'admissibilité d'une heuristique.
6. L'heuristique proposée pour ce problème est-elle admissible ? Justifiez en détail votre réponse !
7. Rappelez la définition de la condition de monotonie d'une heuristique.
8. L'heuristique proposée pour ce problème est-elle monotone ? Justifiez en détail votre réponse !
9. Au vu des résultats précédents, quelle version de A* est-il pertinent de mettre en œuvre sur ce problème : avec ou sans détection des états répétés ? Justifiez votre réponse.
10. Appliquez cette version de l'algorithme de recherche A* sur ce problème en faisant apparaitre les mêmes informations que précédemment sur l'arbre de recherche.

Exercice 2. CSP **(4 pts)**

On doit prévoir l'enchainement de différentes opérations pour une mission complexe d'assemblage d'un satellite. L'assemblage complet nécessite 6 opérations différentes ($Op_1, Op_2, Op_3, Op_4, Op_5, Op_6$) dont certaines peuvent être réalisées en même temps. Cependant certaines opérations ne peuvent être réalisées qu'après qu'une ou plusieurs autres soient finies, et d'autres opérations mobilisant le même personnel ne peuvent être programmées le même jour. On souhaite que la durée totale de l'assemblage ne dépasse pas 6 jours. On sait par ailleurs que :

- *Op_1, Op_2, Op_3 et Op_4 nécessitent chacune 1 jour de travail alors que Op_5 et Op_6 en nécessitent 2 chacun ;*
- *Op_2 ne peut pas commencer avant la fin de Op_1 et Op_5 ;*
- *Op_4 ne peut pas commencer avant la fin de Op_3 et de Op_6 ;*
- *Op_5 ne peut pas commencer avant la fin de Op_4 ;*
- *Op_1 et Op_4 ne peuvent pas avoir lieu le même jour.*

1. Modélisez par un réseau de contraintes ce problème afin de déterminer les jours auxquels faire démarrer chaque opération. Le réseau doit permettre de fournir toutes les solutions possibles.
2. Calculez la fermeture arc-consistante du réseau construit.

Exercice 3. Chaînage arrière en logique des propositions **(1,5 pt)**

On rappelle ci-dessous un algorithme naïf de chaînage arrière pour des bases de règles (positives) en logique des propositions. Cet algorithme peut dans certains cas s'engager dans une récursion infinie.

```
Algorithme BC2(K,Q)
// K est une base de connaissances et Q un symbole

Début
Si Q ∈ BF, retourner vrai
Pour toute règle R = H1 ∧ … ∧ Hn → Q de BR
    i ⟵ 1
    Tant que i ≤ n  et BC2(K,Hi)
        incrémenter i
    Si i > n, retourner vrai   // Q est prouvé par R
Retourner faux
Fin
```

Modifiez cet algorithme de façon à ce qu'il s'arrête dans tous les cas, tout en ayant la propriété de retourner la valeur vrai si Q est conséquence de K, et faux dans le cas contraire.

Exercice 4. Règles avec négation du monde clos **(4 pts)**

On considère des bases de connaissances en logique des propositions de la forme $K = (BF, BR)$, où BR est un ensemble de règles avec négation du monde clos. On rappelle qu'une dérivation pour K est une suite d'applications des règles de BR dont le résultat est la base de faits obtenue à partir de BF en effectuant cette suite d'applications. Une dérivation produisant une certaine base de faits BF^i est dite *persistante* si aucune règle de la dérivation n'est bloquée dans BF^i (autrement dit, pour toute règle $H^+, H^- \rightarrow C$, on a $H^- \cap BF^i = \emptyset$). D'autre part, une dérivation de BF à BF^i est dite *complète* si aucune règle de BR applicable sur BF^i n'apporte de nouvel atome.

Soit la base de règles BR suivante (où la virgule représente $\wedge$) :

$R_1 : A, not\ B \rightarrow C$
$R_2 : B, not\ C \rightarrow D$
$R_3 : C, E \rightarrow A$
$R_4 : D, not\ E \rightarrow F$
$R_5 : A, B \rightarrow E$
$R_6 : C, E \rightarrow F$

1. Soit la base de connaissances $K = (BF, BR)$ avec $BF = \{A, B\}$. La dérivation (R_2, R_4, R_5) partant de BF est-elle complète ? persistante ? Justifiez vos réponses.
2. Montrez que BR est stratifiable en vous appuyant sur son graphe de précédence des symboles : dessinez le graphe et dites quelle condition sur ce graphe vous permet d'affirmer que BR est stratifiable.
3. Donnez la stratification de BR la plus fine possible (c'est-à-dire ayant le plus de strates).
4. En considérant la base de connaissances $K = (BF, BR)$ de la question 1 : donnez une dérivation respectant cette stratification de BR ainsi que son résultat. On rappelle qu'une dérivation *respectant une stratification* sature la base de faits courante en opérant par ordre croissant des strates : à l'étape 1, on sature la base de faits initiale avec les règles de la strate 1 ; à l'étape $i > 1$, on sature la base de faits obtenue à l'étape $i - 1$ avec les règles de la strate i.
5. Donnez toutes les stratifications de BR.
6. De façon générale, pour une base de connaissances $K = (BF, BR)$ quelconque, toutes les dérivations respectant une stratification de BR produisent-elle le même résultat ?
7. De façon générale, pour une base de connaissances $K = (BF, BR)$ quelconque, quels liens y a-t-il entre l'ensemble des dérivations respectant une stratification de BR et l'ensemble des dérivations persistantes et complètes ?

Exercice 5. Requêtes en logique du premier ordre **(2,5 pts)**

On considère le problème de requêtage suivant : étant donné une base de faits BF en logique du premier ordre et une requête conjonctive Q, calculer tous les *homomorphismes* de Q dans BF. On suppose que BF ne comporte pas de variables et que Q ne comporte pas de constantes.

1. Résolvez ce problème (donner l'ensemble des homomorphismes) sur l'exemple suivant :

$$Q = \{p(X,Y), s(Y), p(X,Z), q(Z,T)\}$$
$$BF = \{p(a,b), p(a,c), s(a), s(b), q(b,b), q(c,b)\}$$

2. On veut formuler ce problème de requêtage sous la forme d'un problème de satisfaction de contraintes. Indiquez comment transformer Q et BF en un réseau de contraintes $P = (\mathcal{X}, D, C)$ de façon à ce que tout homomorphisme de Q dans BF corresponde à une solution à P, et réciproquement.
   (a) Illustrez d'abord votre transformation sur l'exemple.
   (b) Donnez ensuite la transformation dans le cas général, en supposant qu'une variable n'apparait jamais plusieurs fois dans un atome (ce qui est le cas dans l'exemple).
   (c) Étendez ensuite votre transformation en prenant en compte le fait qu'une variable peut apparaître plusieurs fois dans un atome de Q (comme dans l'atome $r(X, X, Y)$).