

# HAI718 Probabilité et statistiques

## Contrôle - 2022 Durée de l'épreuve : 1h

### Exercice 1

#### Le problème de l'ascenseur

Un ascenseur peut supporter une charge de 1000kg. On admet qu'un individu pris au hasard parmi les utilisateurs de cet ascenseur a un poids, en kilos, qui obéit à une loi normale de moyenne  $m = 75\text{kg}$  et d'écart-type  $\sigma = 4\text{kg}$ . On veut savoir quel est le nombre maximum de personnes que l'on peut autoriser à monter dans l'ascenseur si l'on veut que le risque de surcharge ne dépasse pas  $10^{-6}$ .

1. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire  $Y_n$  représentant le poids de  $n$  personnes autorisées à monter dans l'ascenseur ?
2. Pour quelles valeurs de  $t$  a-t-on  $P(T > t) \leq 10^{-6}$  où  $T$  suit une loi normale centrée réduite ?
3. Quelle est alors la condition que doit vérifier  $n$  pour que le risque de surcharge soit  $\leq 10^{-6}$  ?
4. Indiquer une possibilité de solution de cette équation en posant  $x = \sqrt{n}$ .

#### Tests statistiques

### Exercice 2

On tire un échantillon de taille  $n$  d'une population avec une loi mère à moyenne  $\mu$  et variance  $\sigma^2$ . Proposer une statistique pour faire un test sur la moyenne de cet échantillon et donner sa moyenne et sa variance.

### Exercice 3

Les tests statistiques paramétriques permettent de (une seule réponse possible) :

1. comparer la moyenne d'un échantillon à une valeur théorique
2. calculer des probabilités sous la loi de Student
3. démontrer empiriquement le théorème central limite

### Exercice 4

L'erreur de première espèce (une seule réponse possible) :

1. est dénotée par  $\beta$
2. est définie comme la probabilité d'accepter  $H_0$  alors qu'elle est fausse
3. est définie comme la probabilité de rejeter  $H_0$  alors qu'elle est vraie