Correction 24-25 s1 | Poba Stat

2025-12-27

F. B
Universite de Montpellier
2025
M1

Contents

I. Exercice 1

100 menages
14 kilos
$\sigma = 2$ kilos
30% sans phosphates

I.1.

L'interval de confiance a 95% est l intervalle $[t_1, ..., t_2]$ tel que $P(t_1 < \bar{x} < t_z) = 95\%$

On se ramene a une loi normal centre reduit :

$$u = -\frac{t_1 - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{t_2 - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

On cherche alors u tq $P(-u < U < u) = 95\%$ autrement dit on cherche u tq

$$P(U < u) - P(U < -u) = 0.95$$

$$P(U < u) - (1 - P(U < u)) = 0.95$$

$$P(U < u) - 1 + P(U < u) = 0.95$$

$$2P(U < u) = 1.95$$

$$P(U < u) = \frac{1.95}{2} = 0.975$$

$$\text{d apres le tableu pour 0.975 on a 1.96}$$

On remplace u dans l'equation de la loi normal centre reduit et on resouts t_1 et t_2

$$1.96 = -\frac{t_1 - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

$$1.96 = -\frac{t_1 - 14}{\sqrt{\frac{2^2}{100}}}$$

$$1.96 = -\frac{t_1 - 14}{\frac{2}{10}}$$

$$1.96 = -\frac{t_1 - 14}{0.2}$$

$$1.96 \times 0.2 = -(t_1 - 14)$$

$$t_1 = 13,608$$

$$1.96 = \frac{t_2 - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

$$1.96 = \frac{t_2 - 14}{\sqrt{\frac{2^2}{100}}}$$

$$1.96 = \frac{t_2 - 14}{\frac{2}{10}}$$

$$1.96 = \frac{t_2 - 14}{0.2}$$

$$1.96 \times 0.2 = t_2 - 14$$

$$t_2 = 14,392$$

I.2.

$H_0 = 25\%; p = 0.25$ le fabricant a raison
$H_1 > 25\%; p > 0.25$ le consultant a raison

Par hypothese du n = 100 chantillon on a
$\hat{p} = 0.3$
risque = 5% = 0.05

On prend comme parametre d interet le nb de personne interesse X:

$$X \sim B_n(n, p)$$

Loi du param dinteret sous H_0
p = 0.25
n = 100

$$X_{H_0} \sim N\left(\overbrace{\mu}^{\text{moyenne}}, \underbrace{\sigma}_{\text{ecart type}}\right)$$

$$X_{H_0} \sim N(n \times p, \sqrt{n \times p \times (1-p)}$$

$$X_{H_0} \sim N(25, 4.33)$$

La zone de confiance est a 5%
On cherche t_α tel que :

$$P(X > t_\alpha) = 5\% = 0.05$$

$$1 - P(X < t_\alpha) = 0.05$$

$$P(X < t_\alpha) = 0.95$$

$$P\left(U < \frac{t_\alpha - n \times p}{\sqrt{n \times p \times (1-p)}}\right) \text{ avec } U = \frac{t_\alpha - \mu}{\sigma} = \frac{t_\alpha - 25}{4.33}$$

$$P\left(U < \frac{t_\alpha - 25}{4.33}\right) = 0.95$$

$$\frac{t_\alpha - 25}{4.33} = 0.95$$

$$\text{D'apres le tableau on sait que 0.95 donne 1.6449(car 1 - 0.95 = 0.5)}$$

$$\frac{t_\alpha - 25}{4.33} = 1.645$$

$$\text{apres produit carre}$$

$$t_\alpha = 32,12 \text{ personne}$$

On compare ce qu on a calculer avec ce que on a :
30% de $100 = 30$ personne

Comme 30 < 32.12 on est dans la zone normal et on a pas depasse la limite critique. Donc le fabricant (H_0) a raison

II. Exercice 2

Les tests statistiques parametrique permettent de comparer des groupes en supponsant que les donnees suivent une contribution specifique souvent normale

III. Exercice 3

L'erreur de deuxieme espece est defini comme la proba daccepter H_0 alors qu elle est fausse

IV. Exercice 4

La p-value est une probabilite assoscie a lobservation de valeurs aussi extreme ou plus extreme que celles observe sous l hyp nulle