

HAI718 Probabilité et statistiques

Examen session 2 Mars 2025

On suppose que $U \sim \mathcal{N}(0, 1)$ (Loi normale centrée réduite).

Exercice 1 Calculer les probabilités suivantes : $P(U < 1.5)$; $P(U > -1.5)$; $P(-1.5 < U < 1.5)$

Exercice 2 Trouver la valeur de u telle que : $P(U > u) = 0.5$; $P(U < u) = 0.5$; $P(U < u) = 0.99$;

On suppose que $X \sim \mathcal{N}(\mu = 2, \sigma^2 = 5^2)$ (Loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$).

Exercice 3 Calculer les probabilités suivantes : $P(X < 10)$; $P(4 < X < 10)$

Exercice 4 Trouver la valeur de u telle que : $P(X < x) = 0.95$; $P(3 - x < X < 3 + x) = 0.95$

Exercice 5 Soit X_1, \dots, X_n n variables aléatoires normales $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ et indépendantes. On note $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ la moyenne empirique. Quelle est la loi de \bar{X} ?

Exercice 6 Appliquer le théorème de la limite centrale au cas de n variables indépendantes de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$. Que vaut \bar{X} ? En déduire une approximation de la loi binomiale par une loi normale.

Exercice 7 Dans le cadre d'un test statistique paramétrique, donner les définitions du risque de première espèce, du risque de deuxième espèce et de la puissance du test. Accompagner votre réponse par des dessins montrant les courbes des densités de l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative.

Barème

Voici le barème de cet examen que le prof a noté au tableau :

Exercice 1	2
Exercice 2	2
Exercice 3	4
Exercice 4	4
Exercice 5	2
Exercice 6	3
Exercice 7	3