

基础函数知识

数学是打开科学大门的钥匙。

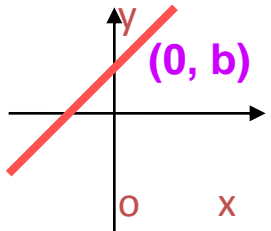
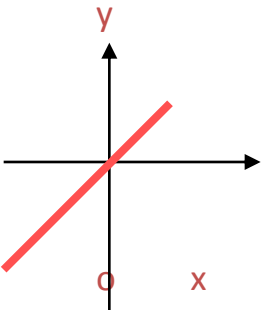
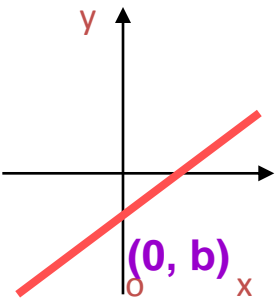
——培根

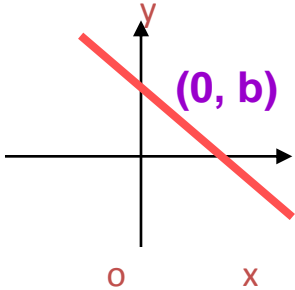
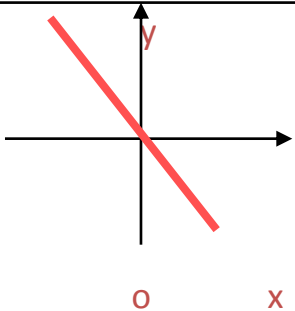
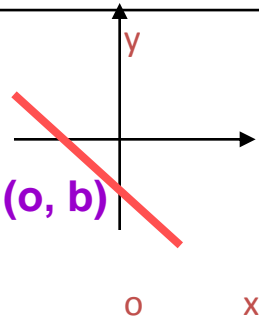
授课教师 邹成

1、一次函数 $y=kx+b$ 有下列性质：

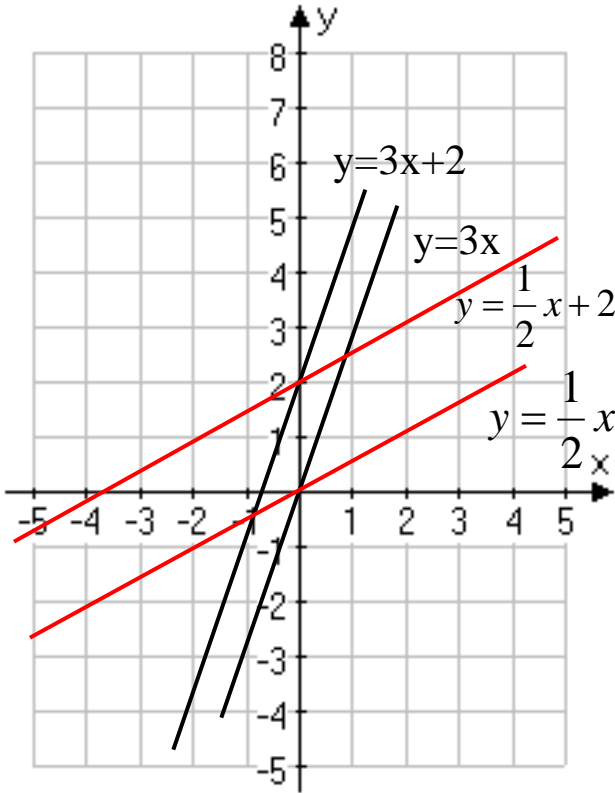
(1) 当 $k>0$ 时， y 随 x 的增大而增大，这时函数的图象从左到右上升；

(2) 当 $k<0$ 时， y 随 x 的增大而减小，这时函数的图象从左到右下降。

$y=kx+b$		图 象	性 质	
			直线经过的象限	增减性
$k>0$	$b>0$		第一、二、三象限	y 随 x 增大而增大
	$b=0$		第一、三象限	y 随 x 增大而增大
	$b<0$		第一、三、四象限	y 随 x 增大而增大

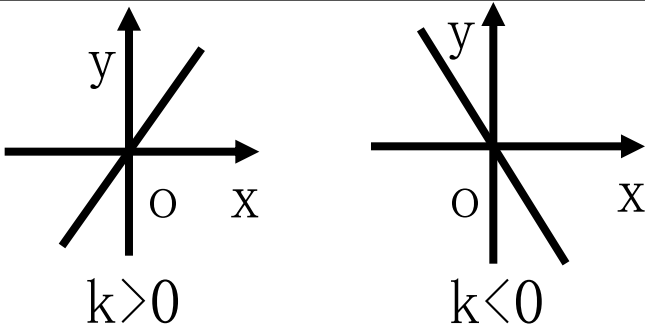
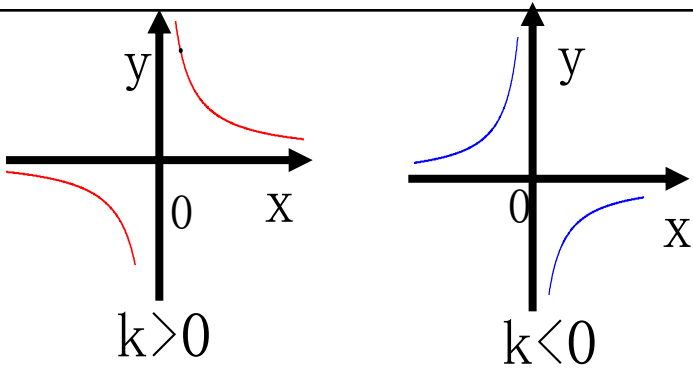
$y=kx+b$		图 象	性 质	
			直线经过的象限	增减性
$k<0$	$b>0$		第一、二、四象限	y 随 x 增大而减小
	$b=0$		第二、四象限	y 随 x 增大而减小
	$b<0$		第二、三、四象限	y 随 x 增大而减小

观察函数的解析式及其图象，填写下表。



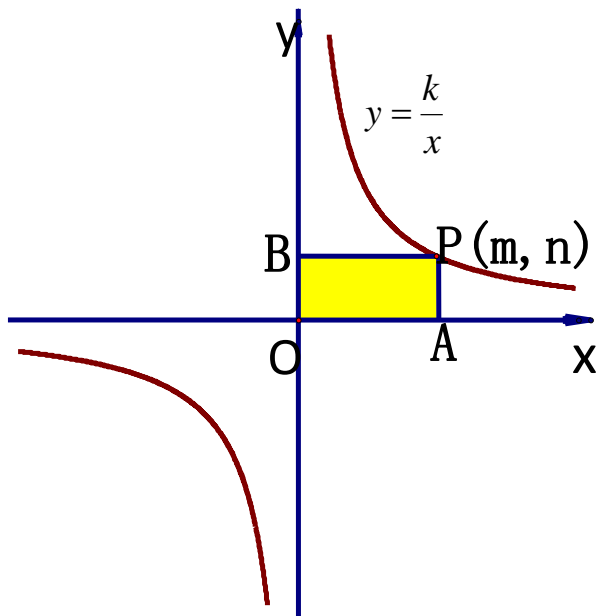
解析式		图象
$y=3x$ $y=3x+2$	相同点：— <u>k相同</u> 不同点： <u>b不同</u> 。	相同点： <u>倾斜度一样（平行）</u> 不同点： 直线$y=3x+2$还经过第二象限
$y=\frac{1}{2}x$ $y=\frac{1}{2}x+2$	相同点： <u>k相同</u> 不同点： <u>b不同</u> 。	相同点： <u>倾斜度一样（平行）</u> 不同点： 直线$y=\frac{1}{2}x+2$还经过第二象限
$y=3x+2$ $y=\frac{1}{2}x+2$	相同点： <u>b相同</u> 不同点： <u>k不同</u> 。	相同点： <u>都与y轴相交于点$(0, 2)$</u> 不同点： 倾斜度不一样（不平行）

2、正比例函数与反比例函数

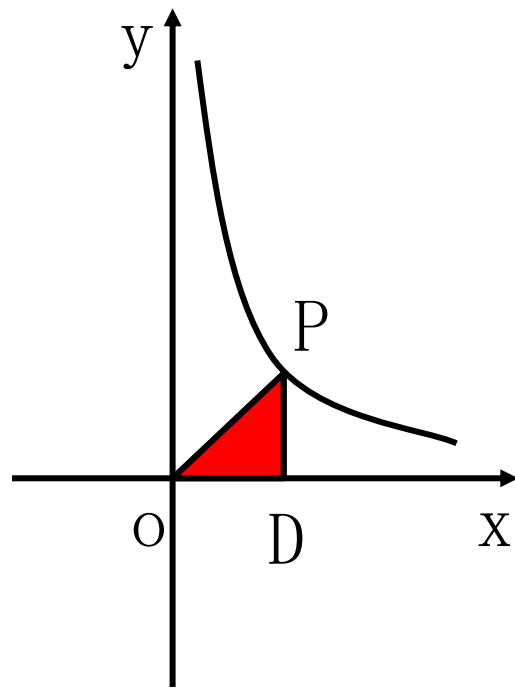
函数	正比例函数	反比例函数
表达式	$y=kx(k \neq 0)$ (特殊的一次函数)	$y = \frac{k}{x}$ 或 $y = kx^{-1}$ 或 $xy = k (k \neq 0)$
图象及象限		
性质	<p>当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大;</p> <p>当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.</p>	<p>在每一个象限内:</p> <p>当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小;</p> <p>当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.</p>

3、反比例函数解析式中k的几何意义

已知:点P是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上任意一点, $PA \perp OX$ 于A, $PB \perp OY$ 于B. 则: 矩形PAOB的面积 = $|k|$



矩形面积为: K



三角形面积为: $s = \frac{|k|}{2}$

4.二次函数

1.二次函数表达式：

1. 一般式法： $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

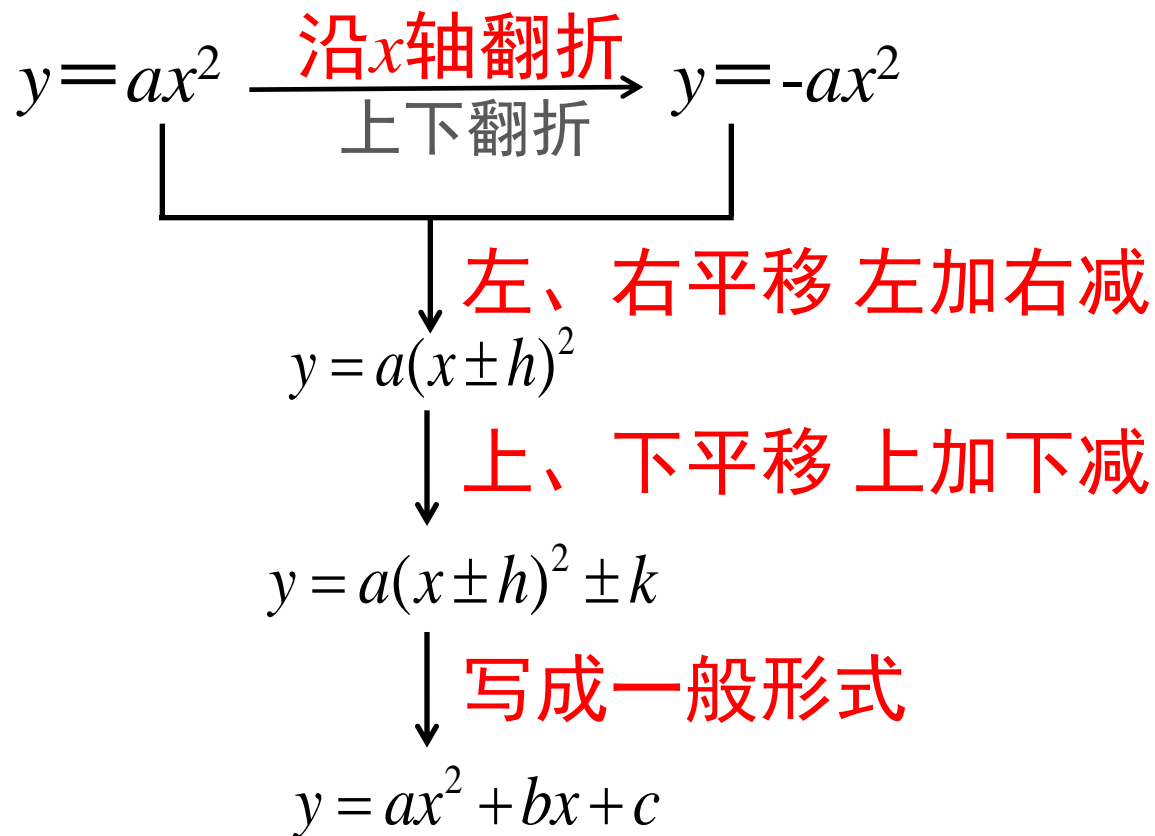
2. 顶点法： $y = a(x - h)^2 + k$ ($a \neq 0$)

3. 交点法： $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ ($a \neq 0$)

2.二次函数的图象与性质:

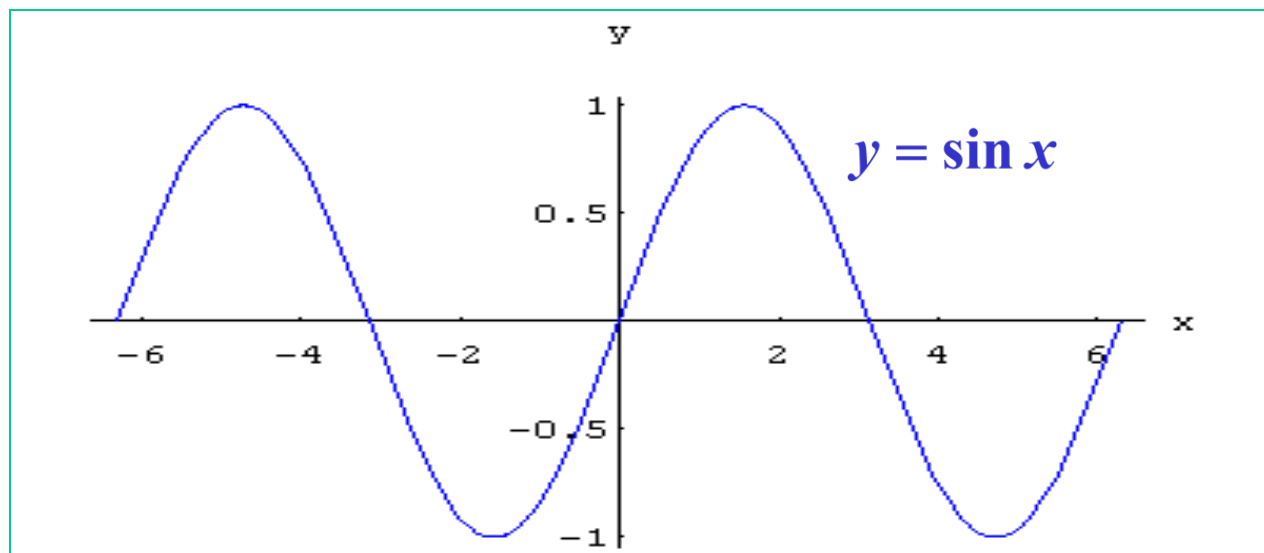
二次函数		$y=a(x-h)^2+k$	$y=ax^2+bx+c$
开口方向		$a>0$	开口向上
		$a<0$	开口向下
对称轴		$x=h$	$x=-\frac{b}{2a}$
顶点坐标		(h,k)	$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$
最值	$a>0$	$y_{\text{最小}}=k$	$y_{\text{最小}}=\frac{4ac-b^2}{4a}$
	$a<0$	$y_{\text{最大}}=k$	$y_{\text{最大}}=\frac{4ac-b^2}{4a}$
增减性	$a>0$	在对称轴左边, $x \nearrow y \searrow$; 在对称轴右边, $x \nearrow y \nearrow$	
	$a<0$	在对称轴左边, $x \nearrow y \nearrow$; 在对称轴右边, $x \nearrow y \searrow$	

3.二次函数图像的平移

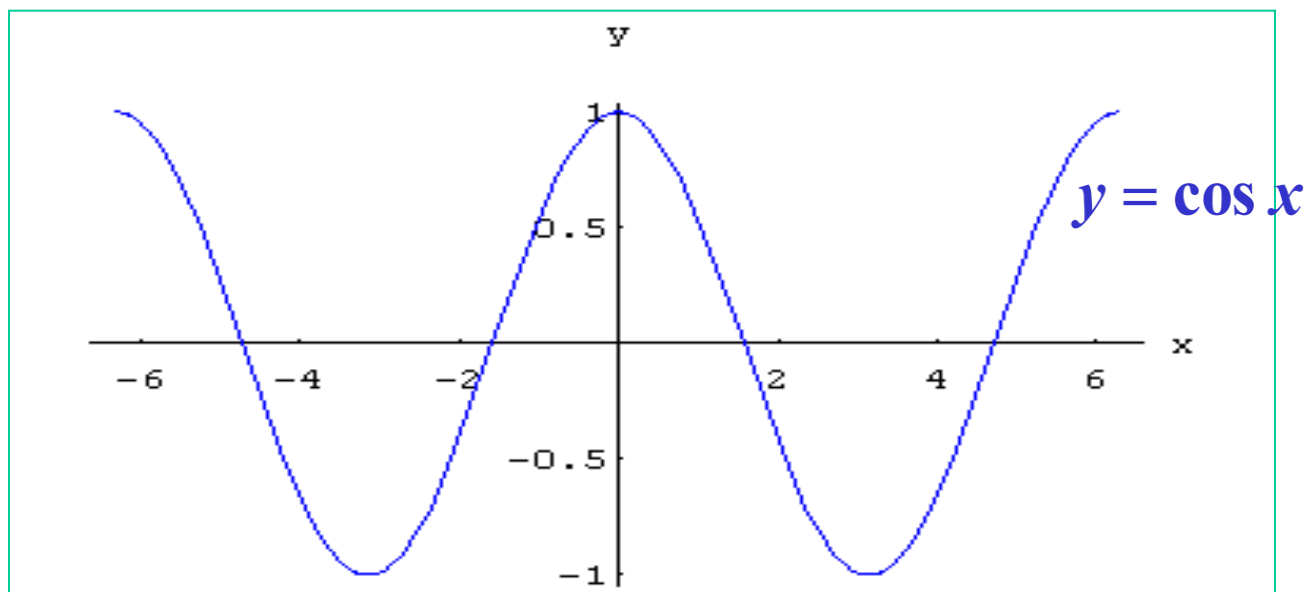


5、三角、反三角函数

正弦函数 $y = \sin x$

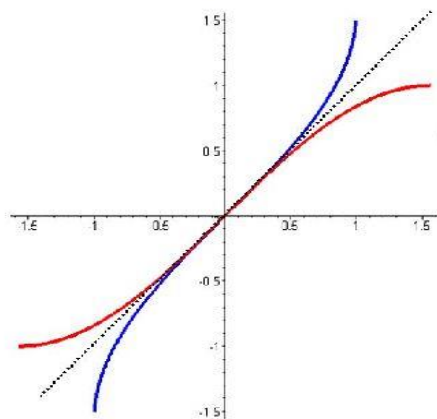


余弦函数 $y = \cos x$

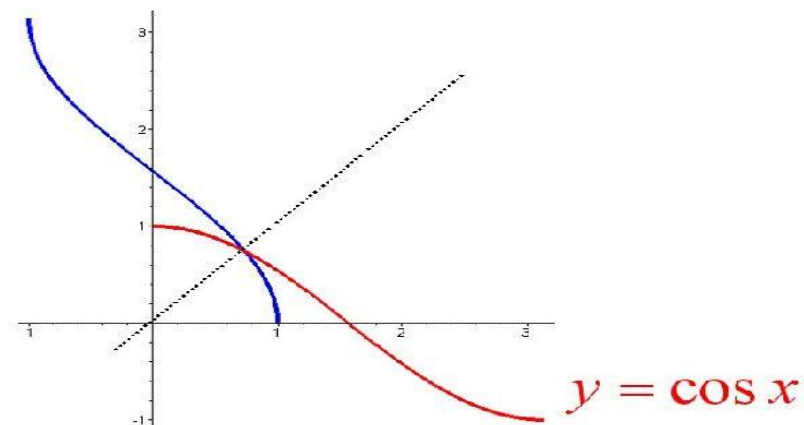


反三角函数

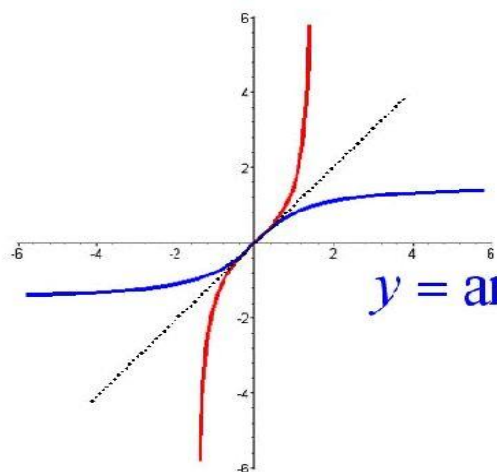
$$y = \arcsin x$$



$$y = \arccos x$$



$$y = \tan x$$

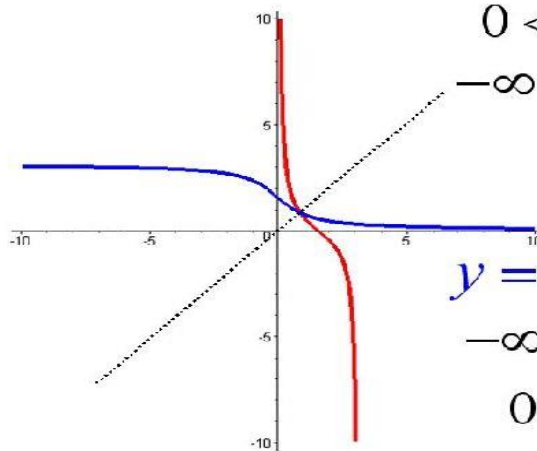


$$y = \arctan x$$

$$y = \cot x$$

$$0 < x < \pi$$

$$-\infty < y < +\infty$$



$$y = \text{arc cot } x$$

$$-\infty < x < +\infty$$

$$0 < y < \pi$$

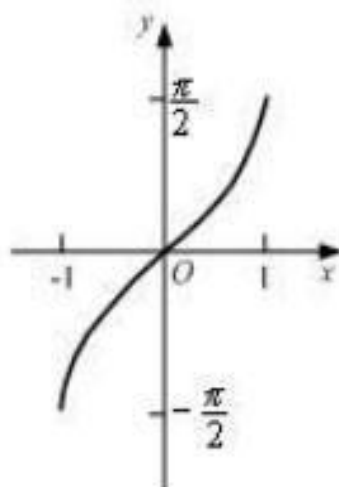
----- (5) 反三角函数 -----

反正弦

$$y = \arcsin x,$$

$$x \in [-1, 1],$$

$$y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

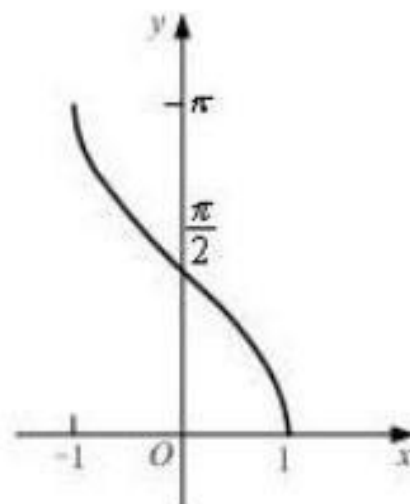


反余弦

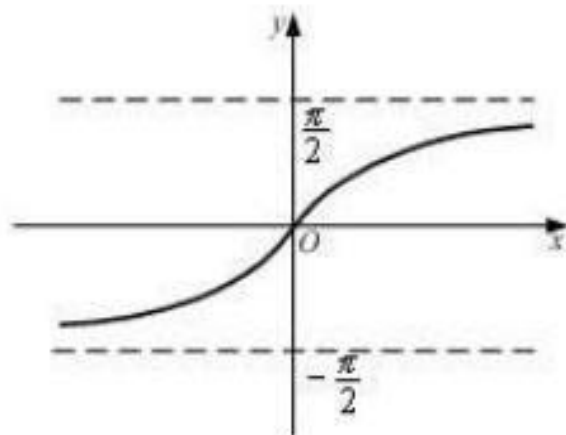
$$y = \arccos x,$$

$$x \in [-1, 1],$$

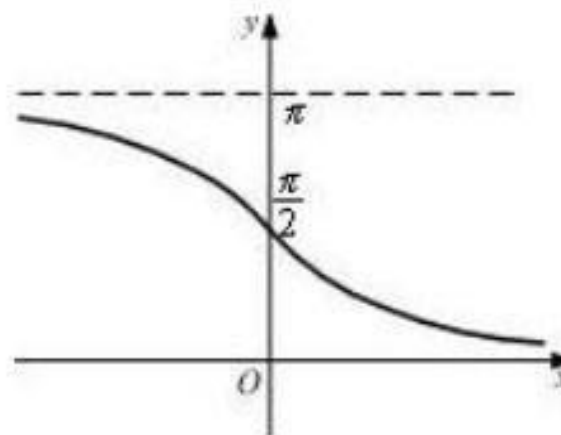
$$y \in [0, \pi],$$

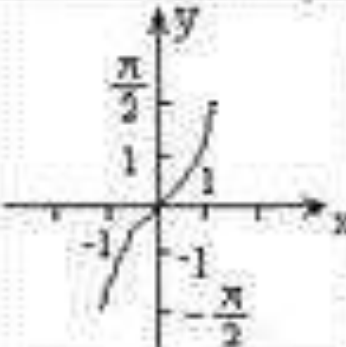

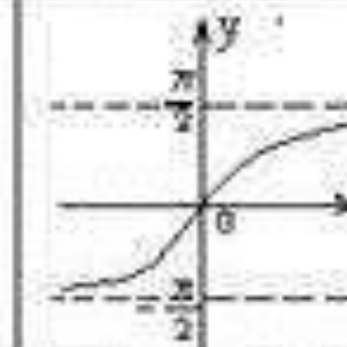
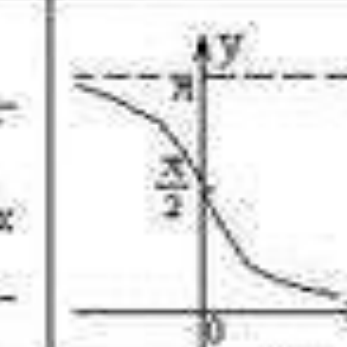


反正切 $y = \arctan x, x \in (-\infty, +\infty), y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$



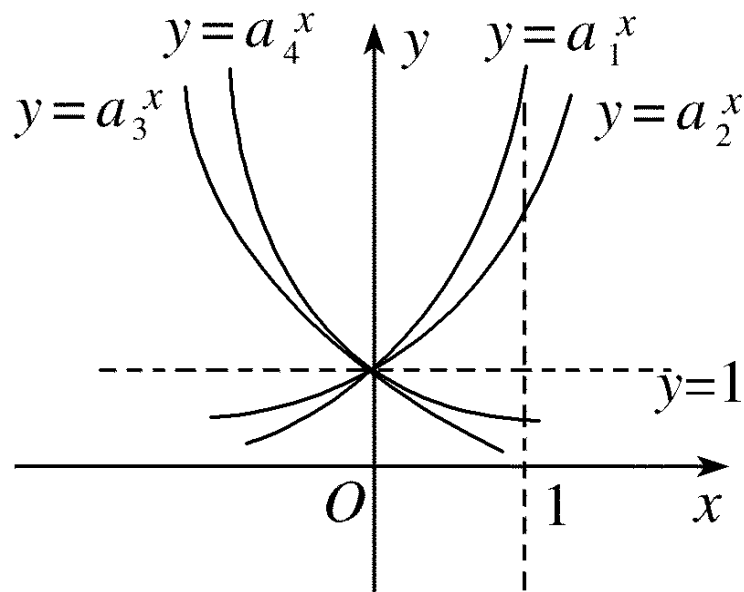
反余切 $y = \operatorname{arccot} x, x \in (-\infty, +\infty), y \in (0, \pi)$



名称	反正弦函数	反余弦函数	反正切函数	反余切函数
定义	$y = \sin x$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的反函数, 叫反正弦函数.	$y = \cos x$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的反函数叫反余弦函数	$y = \operatorname{tg} x$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的反函数叫做反正切函数.	$y = \operatorname{ctg} x$ 在区间 $(0, \pi)$ 上的反函数, 叫反余切函数.
函数式	$y = \arcsin x$	$y = \arccos x$	$y = \operatorname{arctg} x$	$y = \operatorname{arccot} x$
定义域	$-1 \leq x \leq 1$	$-1 \leq x \leq 1$	$-\infty < x < +\infty$	$-\infty < x < +\infty$
值域	$-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$	$0 \leq y \leq \pi$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$	$0 < y < \pi$
图象				

6、指函数的图象和性质：

指数函数图像：



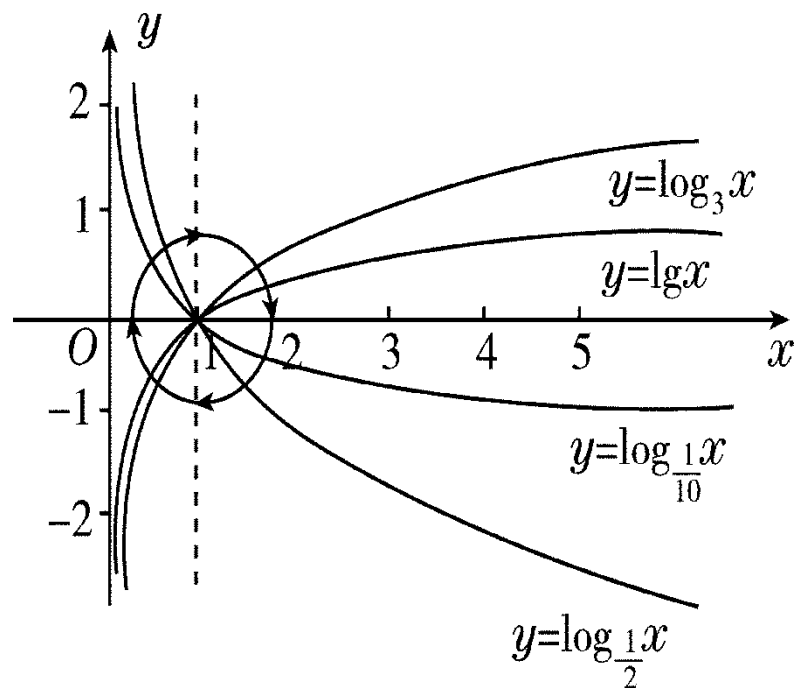
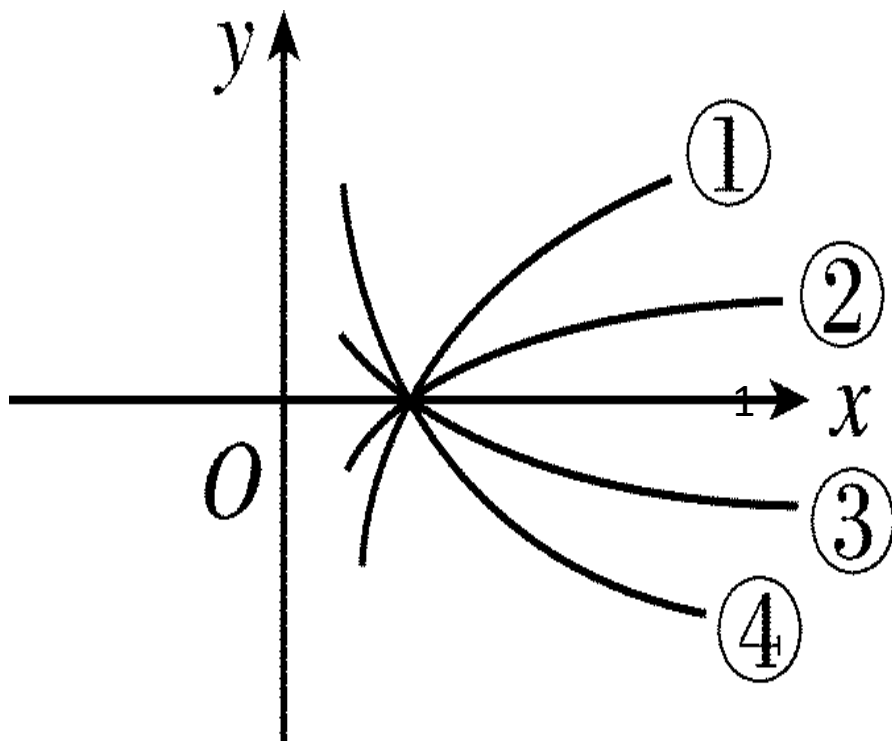
指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 图像的高低与 a 的取值关系:

$$a_1 > a_2 > 1 > a_3 > a_4 > 0$$

7、对函数的图象和性质

对数函数① $y=\log_a x$, ② $y=\log_b x$, ③ $y=\log_c x$, ④ $y=\log_d x$

的图像如图, 则 a, b, c, d 大小顺序是 $0 < c < d < 1 < a < b$



练习：

- 画出下列函数的大致图像：

- 1. $y = 2 - x$

- 2. $y = \frac{2}{x}, \quad y = 3x$

- 3. $y = x^2 - 2x - 1$

- 4. $y = e^{x+1}$

- 5. $y = 1 + \ln x$