

GAUSSIAN PROCESS

BY TAUTOLOGY

Gaussian Process



Introduction

Introduction

What is Gaussian
Process?

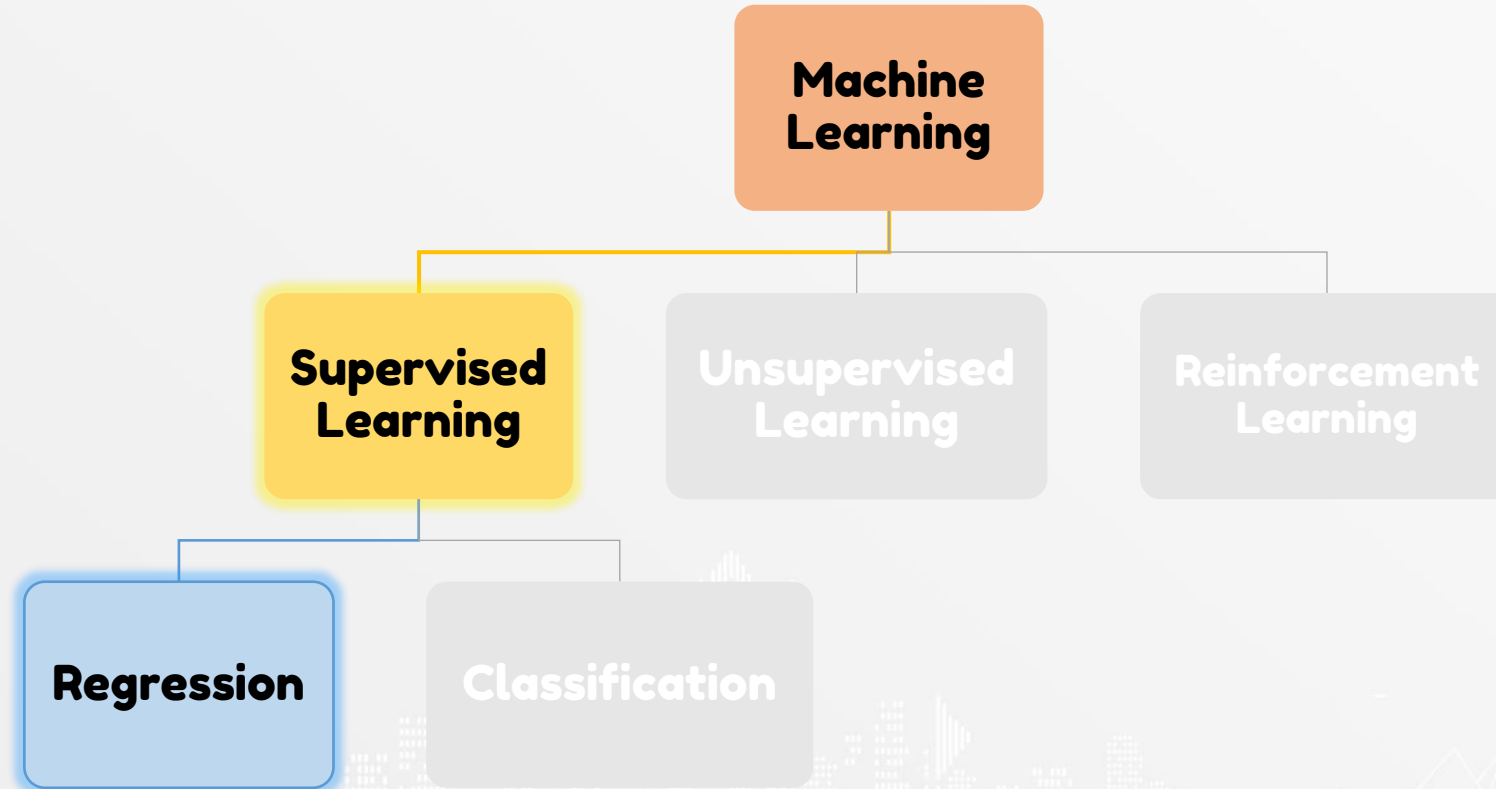
Pros & Cons

Real World
Application

What is Gaussian Process?

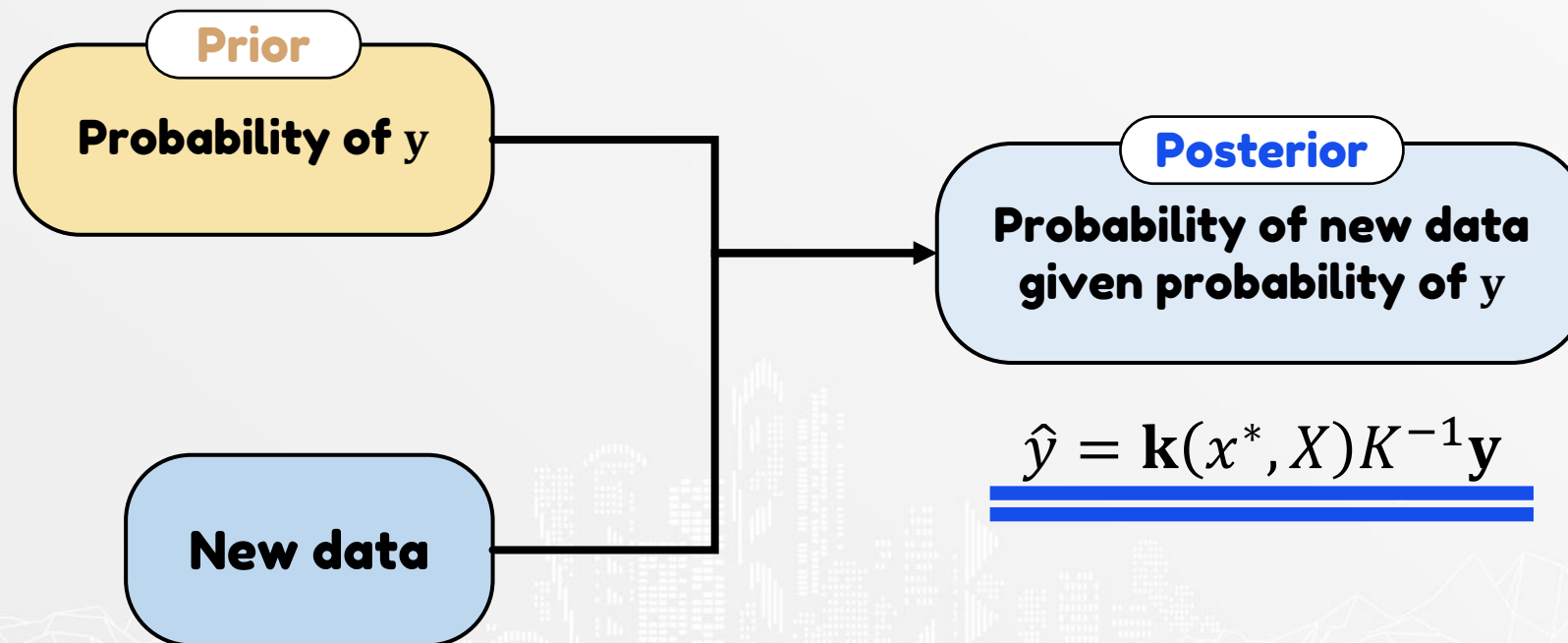
Gaussian Process เป็นหนึ่งใน algorithm ประเภท **supervised learning** ที่ใช้สำหรับแก้ปัญหา classification โดยมีหลักการทำงาน คือ การพิจารณา probability distribution ของข้อมูล โดยใช้ **Bayesian**

What is Gaussian Process?

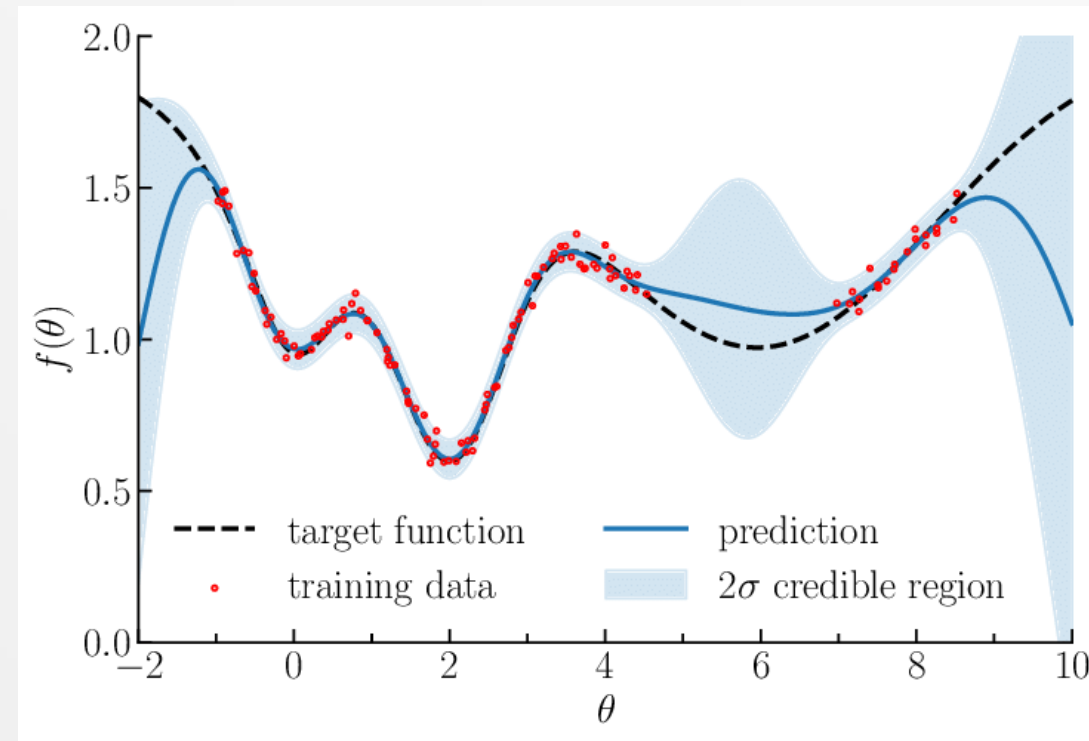


What is Gaussian Process?

Gaussian Process คือ การพิจารณา probability distribution ของข้อมูล โดยใช้ Bayesian



What is Gaussian Process?



Ref : https://www.researchgate.net/figure/Illustration-of-Gaussian-process-regression-in-one-dimension-for-the-target-test_fig1_327613136

Introduction

What is Gaussian Process?



Pros & Cons



Real World Application



Pros & Cons

ข้อดี

- เป็น algorithm เพียงตัวเดียวที่ให้ uncertainty estimation
- สามารถจัดการได้กับทั้งข้อมูลที่เรียบง่าย และข้อมูลที่ซับซ้อน

ข้อเสีย

- เป็น algorithm ที่ซับซ้อน & ยากต่อการทำความเข้าใจ

ข้อจำกัด

- ต้องพิถีพิถันในการทำ hyperparameter tuning

Introduction

What is Gaussian Process?



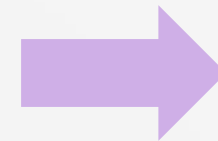
Pros & Cons



Real World Application



Real World Application



การคาดคะเนการใช้ไฟของ ตึกใน Shanghai

โดยพิจารณาจาก ปริมาณความร้อน
ที่ผ่านเข้าหรือออกจากระบบ การวัด
อุณหภูมิในอากาศทั้งแบบเปาะแห้ง
(dry bulb) และแบบเปาะเปียก (wet
bulb) เป็นต้น

อ้างอิง : [2020, Zeng et al] Prediction of building electricity usage
using Gaussian Process Regression

Real World Application



การพยากรณ์พลังงานลม

ซึ่งจะทำการวัดจากลมที่พัดผ่าน
ฟาร์ม โดยตัวแปรที่เรานำมา
พิจารณา เช่น อุณหภูมิในอากาศ
ความชื้น ความกดอากาศ เป็นต้น

อ้างอิง : [2014, Chen et al.] Wind Power Forecasts Using Gaussian Processes and Numerical Weather Prediction

Introduction

**What is Gaussian
Process?**



Pros & Cons



**Real World
Application**

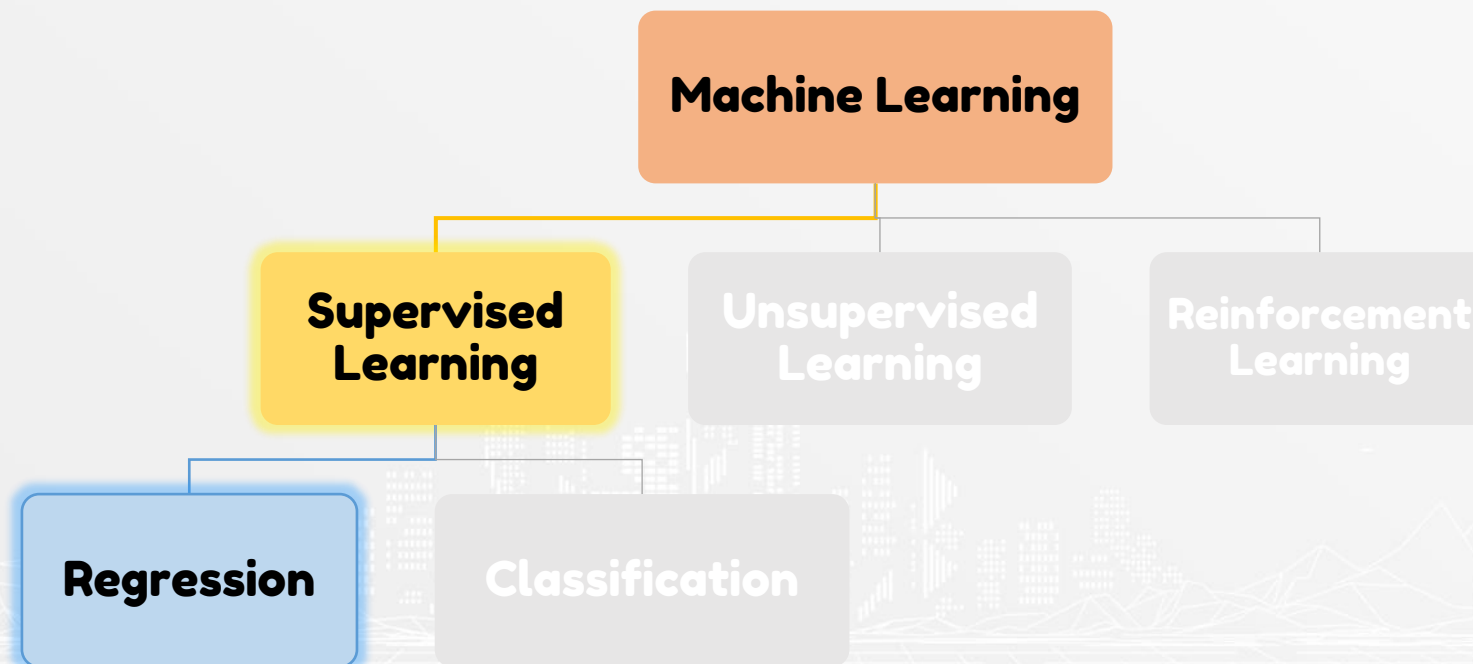


Gaussian Process



Gaussian Process

Gaussian Process เป็นหนึ่งใน algorithm ประเภท supervised learning



Concept of Supervised Learning

Data \Rightarrow **Model** \Rightarrow **Prediction**

Model Creation

Model Creation

Assumption

Real Face of the
Model

How to Create Model
(Math)

How to Create Model
(Code)

Further Reading

Assumption

- No Missing Features

Model Creation

Assumption



Real Face of the
Model



How to Create Model
(Math)



How to Create Model
(Code)

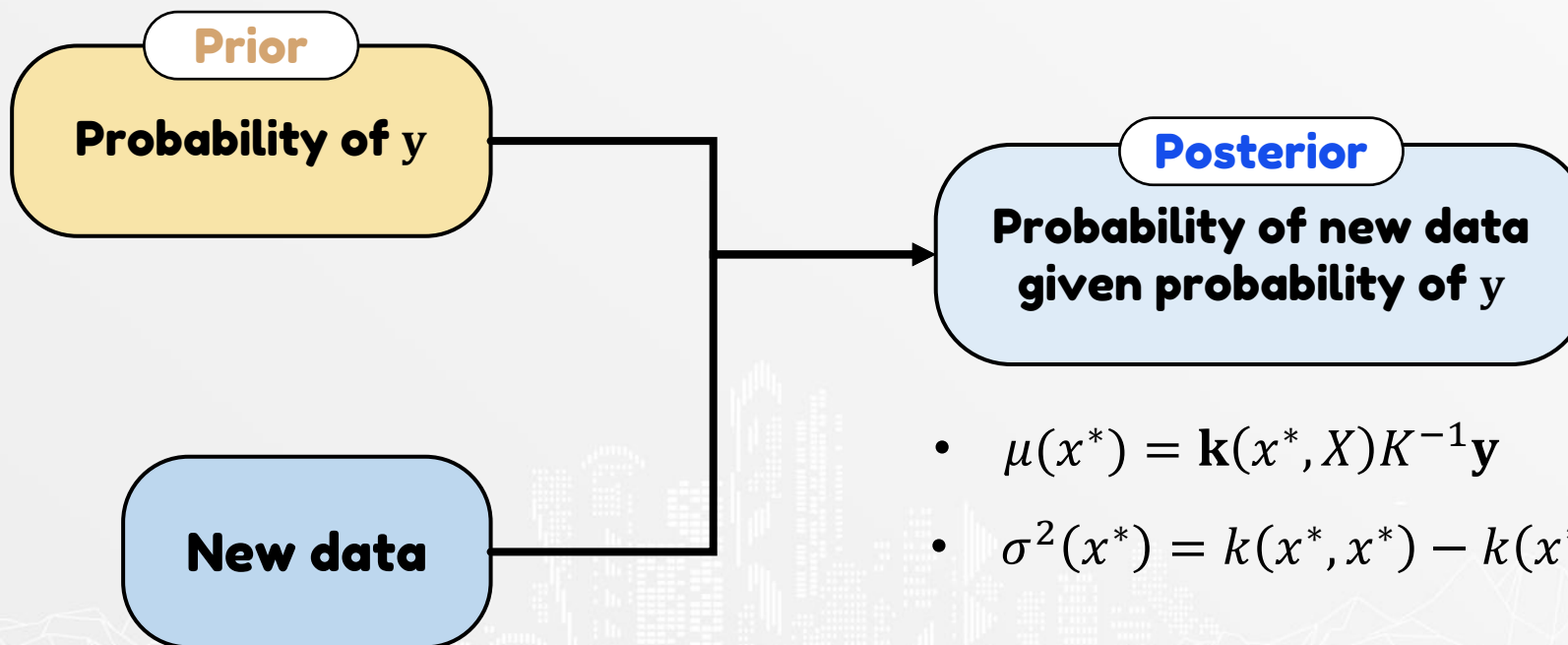


Further Reading



Real Face of the Model

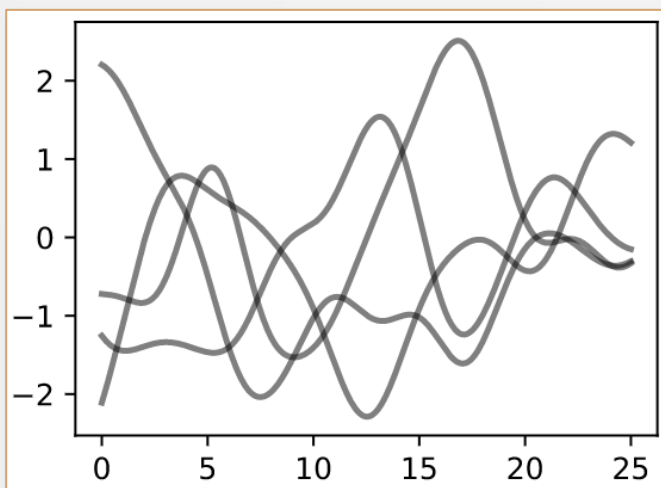
Gaussian Process คือ การพิจารณา probability distribution ของข้อมูล โดยใช้ Bayesian



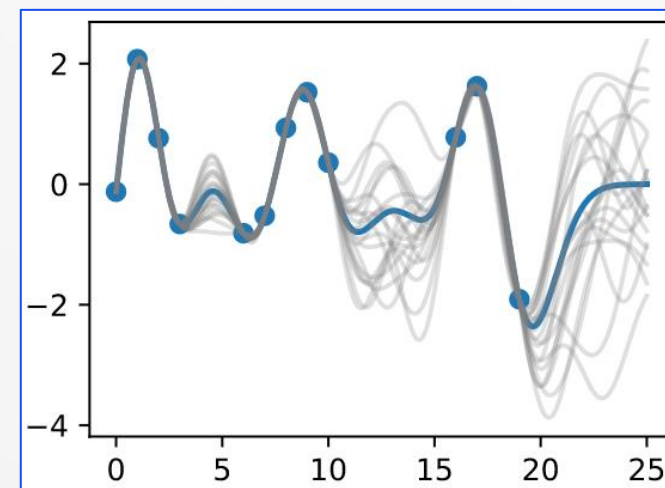
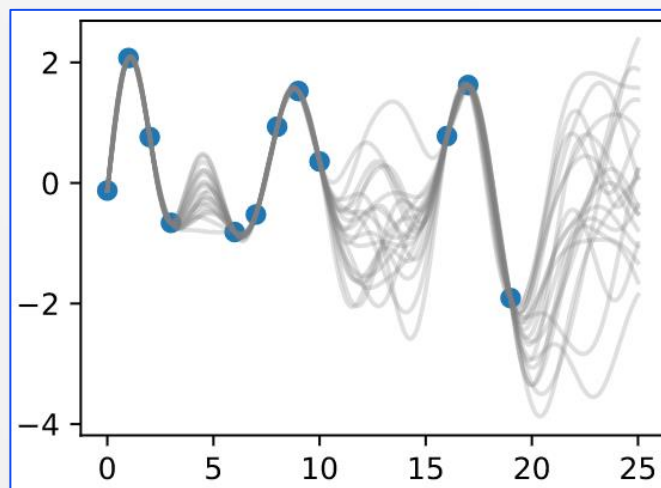
- $\mu(x^*) = \mathbf{k}(x^*, X)K^{-1}\mathbf{y}$
- $\sigma^2(x^*) = k(x^*, x^*) - \mathbf{k}(x^*, X)K^{-1}\mathbf{k}(X, x^*)$

Real Face of the Model

Prior

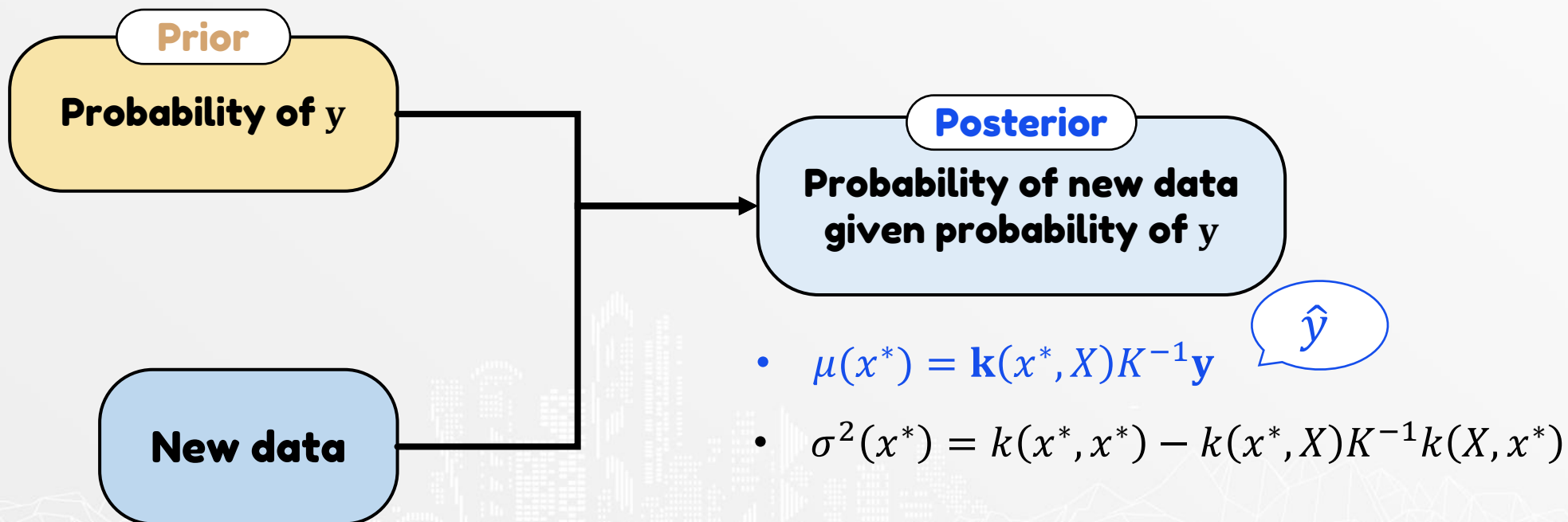


Posterior



Real Face of the Model

Gaussian Process คือ การพิจารณา probability distribution ของข้อมูล โดยใช้ Bayesian



Real Face of the Model

• Prior

$$P(\mathbf{y}) = N(0, K)$$

โดยที่ $\triangleright K = K(X, X) = \begin{bmatrix} k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) & \cdots & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_m) \\ k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2) & \cdots & k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_2) & \cdots & k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_m) \end{bmatrix}$

- $\triangleright K$ เป็น kernel function

Real Face of the Model

• Posterior

$$P(y_{n+1}|\mathbf{y}) = N(\mu(x^*), \sigma^2(x^*))$$

โดยที่ ▶ $\mu(x^*) = \mathbf{k}(x^*, X)K^{-1}\mathbf{y}$

▶ $\sigma^2(x^*) = k(x^*, x^*) - k(x^*, X)K^{-1}k(X, x^*)$

Model Creation

Assumption



**Real Face of the
Model**



How to Create Model
(Math)



How to Create Model
(Code)



Further Reading



How to Create Model (Math)

- ☐ Step 1 : กำหนด kernel function ($K(X, X)$)
- ☐ Step 2 : คำนวณ $K(X, X), K^{-1}(X, X)$
- ☐ Step 3 : คำนวณ probability distribution ของข้อมูลใหม่
 - Step 3.1 : คำนวณ mean
 - Step 3.2 : คำนวณ standard deviation

How to Create Model (Math)

ตัวอย่างการคำนวณ Gaussian Process

x_1	x_2	y
1	0	1.2
0.5	1	2.5
2	0	0.8
1.5	1	2.9

ตารางแสดงข้อมูล toy dataset

How to Create Model (Math)

☑ **Step 1** : กำหนด kernel function ($K(X, X)$)

$$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = e^{-\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2 / 2l^2}$$

Radial Basis
Function

กำหนดให้ $l = 1$

How to Create Model (Math)

☑ **Step 2** : คำนวณ $K(X, X), K^{-1}(X, X)$

$$K(X, X) = \begin{bmatrix} k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3) & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_4) \\ k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2) & k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) & k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_4) \\ k(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_2) & k(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_3) & k(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_4) \\ k(\mathbf{x}_4, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_4, \mathbf{x}_2) & k(\mathbf{x}_4, \mathbf{x}_3) & k(\mathbf{x}_4, \mathbf{x}_4) \end{bmatrix}$$

How to Create Model (Math)

☑ **Step 2** : คำนวณ $K(X, X), K^{-1}(X, X)$

$$K(X, X) = \begin{bmatrix} k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) & k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}\right) & k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}\right) & k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \\ k(x_2, x_1) & k(x_2, x_2) & k(x_2, x_3) & k(x_2, x_4) \\ k(x_3, x_1) & k(x_3, x_2) & k(x_3, x_3) & k(x_3, x_4) \\ k(x_4, x_1) & k(x_4, x_2) & k(x_4, x_3) & k(x_4, x_4) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.535 & 0.607 & 0.535 \\ 0.535 & 1 & 0.197 & 0.607 \\ 0.607 & 0.197 & 1 & 0.535 \\ 0.535 & 0.607 & 0.535 & 1 \end{bmatrix}$$

How to Create Model (Math)

☑ **Step 2** : คำนวณ $K(X, X), K^{-1}(X, X)$

$$K^{-1}(X, X) = \begin{bmatrix} 2.212 & -0.973 & -1.166 & 0.03 \\ -0.973 & 2.069 & 0.807 & -1.166 \\ -1.166 & 0.807 & 2.069 & -0.973 \\ 0.03 & -1.166 & -0.973 & 2.212 \end{bmatrix}$$

How to Create Model (Math)

☑ **Step 3** : คำนวณ probability distribution ของข้อมูลใหม่

✔ **Step 3.1** : คำนวณ mean

new data : $\mathbf{x}^* = [1 \quad 1]$

$$\begin{aligned}\mu &= \mathbf{k}(\mathbf{x}^*, X) K^{-1} \mathbf{y} \\ &= \left[k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) \quad k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \quad k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}\right) \quad k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \right] K^{-1} \mathbf{y} \\ &= [0.607 \quad 0.882 \quad 0.368 \quad 0.882] \begin{bmatrix} 2.212 & -0.973 & -1.166 & 0.03 \\ -0.973 & 2.069 & 0.807 & -1.166 \\ -1.166 & 0.807 & 2.069 & -0.973 \\ 0.03 & -1.166 & -0.973 & 2.212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.2 \\ 2.5 \\ 0.8 \\ 2.9 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\therefore \mu = 2.972$$

How to Create Model (Math)

☑ **Step 3** : คำนวณ probability distribution ของข้อมูลใหม่

✔ **Step 3.2** : คำนวณ standard deviation

new data : $\mathbf{x}^* = [1 \quad 1]$

$$\sigma^2 = k(\mathbf{x}^*, \mathbf{x}^*) - \mathbf{k}(\mathbf{x}^*, X)K^{-1}\mathbf{k}(X, \mathbf{x}^*)$$

$$= 1 - [0.607 \quad 0.882 \quad 0.368 \quad 0.882] \begin{bmatrix} 2.212 & -0.973 & -1.166 & 0.03 \\ -0.973 & 2.069 & 0.807 & -1.166 \\ -1.166 & 0.807 & 2.069 & -0.973 \\ 0.03 & -1.166 & -0.973 & 2.212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.606 \\ 0.882 \\ 0.368 \\ 0.882 \end{bmatrix}$$

$$\sigma^2 = 0.027$$

$$\therefore \sigma = 0.164$$

Model Creation

Assumption



**Real Face of the
Model**



**How to Create Model
(Math)**



**How to Create Model
(Code)**



Further Reading



How to Create Model (Code)

ตัวอย่าง Code สำหรับ Gaussian Process

x_1	x_2	y
1	0	1.2
0.5	1	2.5
2	0	0.8
1.5	1	2.9

ตารางแสดงข้อมูล toy dataset

How to Create Model (Code)

- Code สำหรับสร้าง model จากข้อมูลของเราโดยที่

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0.5 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1.5 & 1 \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 2.5 \\ 0.8 \\ 2.9 \end{bmatrix}$$

```
1 reg = GaussianProcessRegressor()  
2 reg.fit(X, y)
```

GaussianProcessRegressor()

How to Create Model (Code)



Code for this section



Open File
Model Creation.ipynb

Model Creation

Assumption



**Real Face of the
Model**



**How to Create Model
(Math)**



**How to Create Model
(Code)**



Further Reading



Further Reading

- Bayesian Statistics
- Multinormal Distribution
- Radial Basis Function

Model Creation

Assumption



**Real Face of the
Model**



**How to Create Model
(Math)**



**How to Create Model
(Code)**



Further Reading



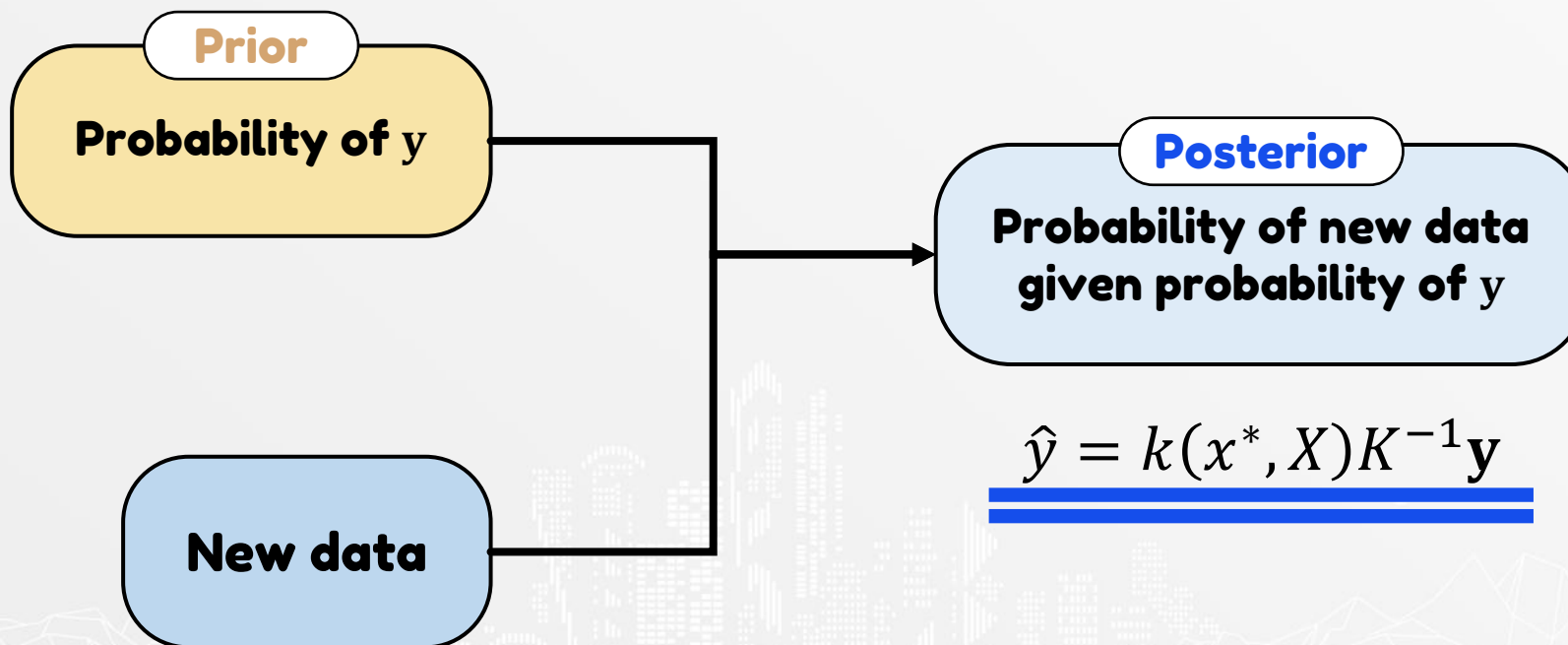
Gaussian Process



Prediction

Prediction

Gaussian Process คือ การพิจารณา probability distribution ของข้อมูล โดยใช้ Bayesian



Prediction

1-Sample

Multi-Sample

Code

1-Sample

ตัวอย่างการคำนวณ \hat{y}

x_1	x_2		\hat{y}
1	1	→	?

1-Sample

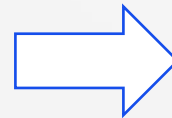
$$\begin{aligned}\mu &= \mathbf{k}(\mathbf{x}^*, X) K^{-1} \mathbf{y} \\ &= \left[k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) \quad k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \quad k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}\right) \quad k\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \right] K^{-1} \mathbf{y} \\ &= [0.607 \quad 0.882 \quad 0.368 \quad 0.882] \begin{bmatrix} 2.212 & -0.973 & -1.166 & 0.03 \\ -0.973 & 2.069 & 0.807 & -1.166 \\ -1.166 & 0.807 & 2.069 & -0.973 \\ 0.03 & -1.166 & -0.973 & 2.212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.2 \\ 2.5 \\ 0.8 \\ 2.9 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

$$\therefore \mu = 2.972$$

1-Sample

ดังนั้น เราจะได้ \hat{y} คือ

x_1	x_2
1	1



\hat{y}
2.972

Prediction

1-Sample



Multi-Sample



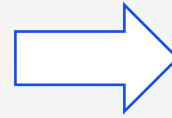
Code



Multi-Sample

ตัวอย่างการคำนวณ \hat{y}

x_1	x_2
1	1
2.5	1
2	0
0.5	0



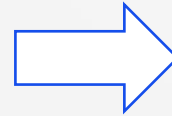
\hat{y}
?
?
?
?

Multi-Sample

$$\begin{aligned}
 \mu &= K(\mathbf{x}^*, X)K^{-1}\mathbf{y} \\
 &= K\left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2.5 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}, X\right)K^{-1}\mathbf{y} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.607 & 0.882 & 0.368 & 0.882 \\ 0.197 & 0.135 & 0.535 & 0.607 \\ 0.607 & 0.197 & 1 & 0.535 \\ 0.882 & 0.607 & 0.325 & 0.368 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.212 & -0.973 & -1.166 & 0.03 \\ -0.973 & 2.069 & 0.807 & -1.166 \\ -1.166 & 0.807 & 2.069 & -0.973 \\ 0.03 & -1.166 & -0.973 & 2.212 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.2 \\ 2.5 \\ 0.8 \\ 2.9 \end{bmatrix} \\
 \therefore \mu &= \begin{bmatrix} 2.974 \\ 1.428 \\ 0.8 \\ 1.057 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Multi-Sample

x_1	x_2
1	1
2.5	1
2	0
0.5	0



\hat{y}
2.974
1.428
0.8
1.057

Prediction

1-Sample



Multi-Sample



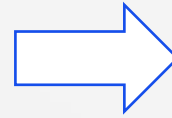
Code



Code

ตัวอย่าง code สำหรับการคำนวณ \hat{y}

x_1	x_2
1	1
2.5	1
2	0
0.5	0



\hat{y}
?
?
?
?

Code

- Code สำหรับสร้าง model จากข้อมูลของเราโดยที่

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2.5 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

```
1 reg.predict(X)
```

```
array([2.97362084, 1.42796607, 0.8          , 1.05659863])
```


Code

ดังนั้น เราจะได้ \hat{y} สำหรับข้อมูลชุดนี้คือ

x_1	x_2
1	1
2.5	1
2	0
0.5	0



\hat{y}
2.974
1.428
0.8
1.057

Code



Code for this section



Open File
Model Creation.ipynb

Prediction

1-Sample



Multi-Sample



Code



Gaussian Process



Workshop

AI in Business

- Abstract
- Why this project important?
- Who this project for?
- Bike Sharing Dataset
- What we learn from this project?

Abstract

สร้าง model เพื่อทำนายจำนวนคนที่เข้ามาใช้บริการ bike sharing โดย feature ที่เรานำมาใช้ คือ ข้อมูลเกี่ยวกับการเช่าจักรยานรายวัน รวมถึงข้อมูลของสภาพอากาศ ฤดูกาลต่าง ๆ เช่น เป็นวันทำงานหรือวันหยุด อุณหภูมิในวันนั้น เป็นต้น



Why this project important?



- นำความรู้ที่ได้จากการสร้างโมเดลไปประยุกต์ใช้กับธุรกิจประเภทอื่น ๆ ที่มีลักษณะของ Feature ที่ต้องวิเคราะห์คล้าย ๆ กัน
- สามารถนำข้อมูลไปวิเคราะห์ปัจจัยต่าง ๆ ที่ส่งผลต่อการใช้งาน และอาจนำไปทำการตลาดหรือวางแผนพัฒนาธุรกิจให้เติบโต

Who is this project for?

- ผู้เริ่มต้นธุรกิจที่มีปัจจัยเดียวกับ bike sharing เช่น ธุรกิจซักผ้าหยอ
เหรียญ ธุรกิจเช่ารถขับในเมืองท่องเที่ยวอัตโนมัติ
- นักวิเคราะห์ข้อมูล
- Marketing
- นักวางแผนธุรกิจ



Bike Sharing Dataset



<https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/bike+sharing+dataset>

Bike Sharing Dataset

Feature

- season : เป็นวันที่อยู่ในฤดูกาลไหน (1 : Winter, 2 : Spring, 3 : Summer, 4 : Fall)
- yr : ปี (0 – 2011, 1 – 2012)
- mnth : เดือน (1 – 12)
- hr : ชั่วโมง (0 – 23)
- holiday : เป็น Holiday หรือไม่ใช่ Holiday
- weekday : วันของแต่ละสัปดาห์
- workingday : เป็น Working day หรือไม่ใช่ Working Day
- weathersit : เป็นวันที่สภาพอากาศเป็นอย่างไร เช่น สภาพอากาศสดใส, ฝนตกหนัก, มีหมอกและเมฆครึ้ม

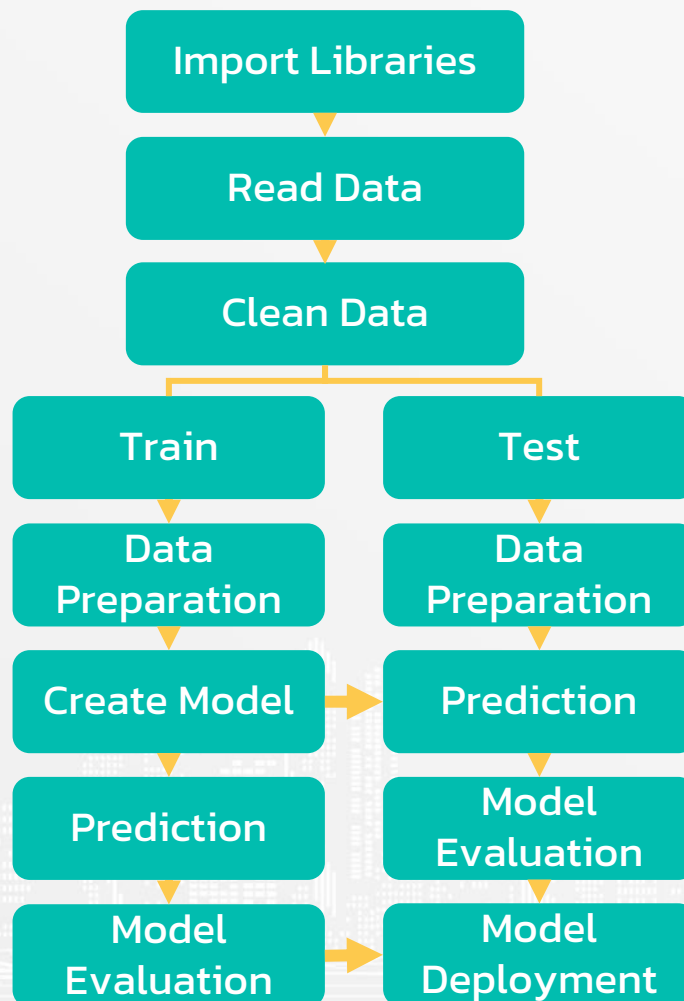
Bike Sharing Dataset

- temp : อุณหภูมิ
- atemp : Feeling Temperature
- hum : ความชื้น
- windspeed : เป็นวันที่มีความเร็วลมเท่าไร
- casual : จำนวนของ casual user
- registered : จำนวนของ registered user

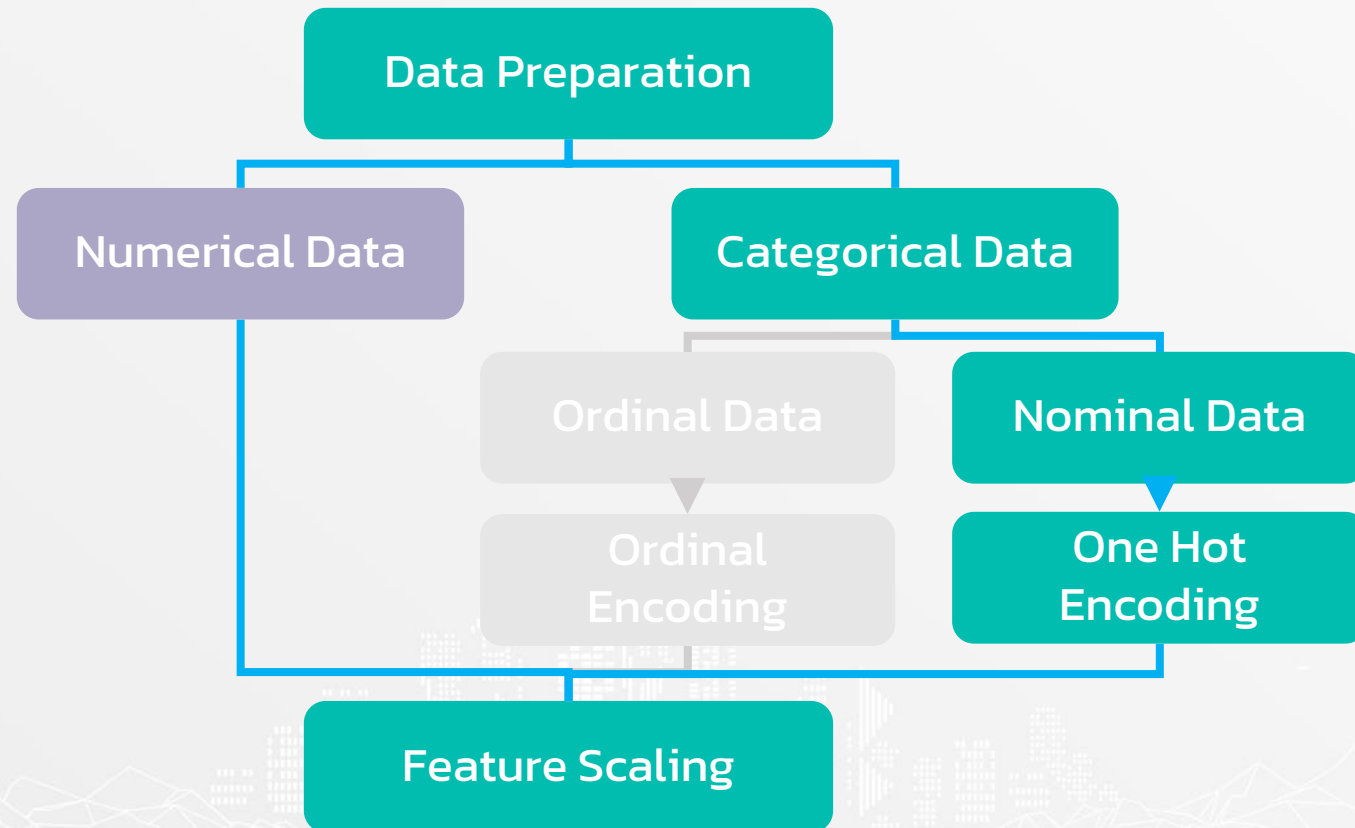
Target

- count : จำนวนของการเช่าจักรยาน ทั้งแบบคนที่ลงทะเบียนเป็นสมาชิก และไม่ได้ลงทะเบียน

What we learn from this project?



Data Preparation





01. BIKE RENTAL



bike_sharing_dataset.csv



bike_sharing_mc.ipynb



bike_sharing_md.ipynb



bike_sharing_model.pickle

Gaussian Process

