Chi-Squared Test

1. ตั้งสมมติฐาน

   H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล (independent)

   H_1 : มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล (ไม่ independent)

2. คำนวณ expected frequencies $X = x_1$ $Y = y_1$

   ตัวแทนของความเชื่อว่า independent

   $$E_{ij} = \frac{(\text{sum of row } i) \cdot (\text{sum of column } j)}{\text{sum of all sample}}$$

   $P(X,Y) = P(X) \cdot P(Y)$

   โดยที่ m, n คือจำนวนประเภทของข้อมูลในกลุ่มข้อมูลนั้นๆ

3. คำนวณค่าทางสถิติของ chi-squared test *

   $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

   โดยที่ m, n คือจำนวนประเภทของข้อมูลในกลุ่มข้อมูลนั้นๆ

4. คำนวณค่า degree of freedom

   $$\text{Degrees of Freedom} = (m-1) \times (n-1)$$

5. คำนวณค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point (α= significant level)

6. สรุปผลโดยพิจารณาว่า

   - ถ้าค่าทางสถิติของ chi-squared test จากข้อ 3 > ค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point จากข้อ ~~4~~ 5: ปฏิเสธ H0 นั่นหมายความว่า มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล
   - ถ้าค่าทางสถิติของ chi-squared test จากข้อ 3 ≤ ค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point จากข้อ ~~4~~ 5: ไม่ปฏิเสธ H0 นั่นหมายความว่า ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล

<u>ตัวอย่างการคำนวณ</u>

กลุ่มข้อมูล 1: กลุ่มของอายุ (Children, Adult)

กลุ่มข้อมูล 2: รสชาติของไอศกรีม (Chocolate, Vanilla, Strawberry, Mint)

$\chi^2 = 8.89$

	Chocolate	Vanilla	Strawberry	Mint	total
Children	30 1,1	20 1,2	10 1,3	10 1,4	70
Adult	15 2,1	25 2,2	20 2,3	10 2,4	70
total	45	45	30	20	140

1. ตั้งสมมติฐาน

   H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มของอายุและรสชาติไอศกรีม

   H_1 : มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มของอายุและรสชาติไอศกรีม

2. คำนวณ expected frequencies → ตัวแทนของ ด.-เชื่อว่า ข้อมูลอิสระต่อกัน

$$E_{11} = \frac{(\text{sum of row 1})\cdot(\text{sum of column 1})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70\cdot 45}{140} = 22.5$$

$$E_{12} = \frac{(\text{sum of row 1})\cdot(\text{sum of column 2})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70\cdot 45}{140} = 22.5$$

$$E_{13} = \frac{(\text{sum of row 1})\cdot(\text{sum of column 3})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70\cdot 30}{140} = 15$$

$$E_{14} = \frac{(\text{sum of row 1})\cdot(\text{sum of column 4})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70\cdot 20}{140} = 10$$

$$E_{21} = \frac{(\text{sum of row 2})\cdot(\text{sum of column 1})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70\cdot 45}{140} = 22.5$$

$$E_{22} = \frac{(\text{sum of row 2})\cdot(\text{sum of column 2})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70\cdot 45}{140} = 22.5$$

$$E_{23} = \frac{(\text{sum of row 2})\cdot(\text{sum of column 3})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70\cdot 30}{140} = 15$$

$$E_{24} = \frac{(\text{sum of row 2})\cdot(\text{sum of column 4})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70\cdot 20}{140} = 10$$

3. คำนวณค่าทางสถิติของ chi-squared test

$$\mathcal{X}^2 = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\frac{(o_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

$$= \frac{(o_{11}-E_{11})^2}{E_{11}} + \frac{(o_{12}-E_{12})^2}{E_{12}} + \cdots + \frac{(o_{24}-E_{24})^2}{E_{24}}$$

$$= \frac{(30-22.5)^2}{22.5} + \frac{(20-22.5)^2}{22.5} + \cdots + \frac{(10-10)^2}{10}$$

$$= 2.5 + 0.278 + 1.667 + 0 + 2.5 + 0.278 + 1.667 + 0$$

$$= 8.89$$

4. คำนวณค่า degree of freedom

$$\text{Degrees of Freedom(df)} = (2-1)\times(4-1) = 3$$

5. คำนวณค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point (α= significant level)

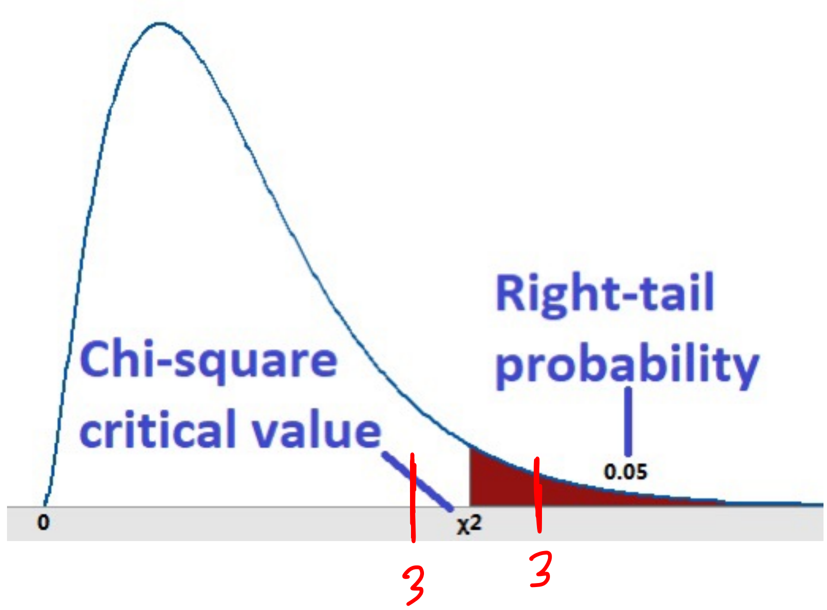
กำหนดให้ $\alpha = 0.05$ และค่า $\mathrm{df} = 3$

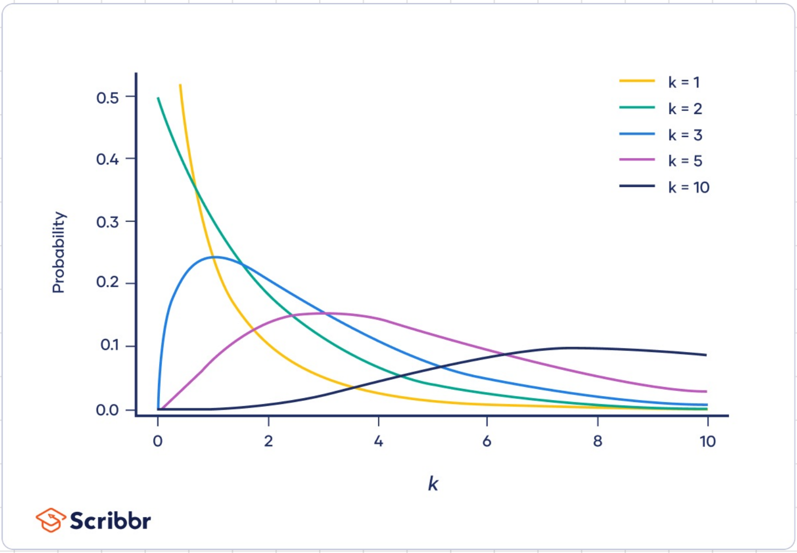
<u>ดังนั้น</u> ค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point: $\mathcal{X}_c^2 = 7.815$ (เปิดตาราง)

6. สรุปผลได้ว่า

$$\mathcal{X}^2 = 8.89 > 7.815 = \mathcal{X}_c^2$$

ซึ่งหมายความว่าเราจะปฏิเสธ H0 นั่นหมายความว่า มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล




k = 1
k = 2
k = 3
k = 5
k = 10
Probability
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0
2
4
6
8
10
k
Scribbr