

Chi-Squared Test

1. ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล

H_1 : มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล

2. คำนวณ expected frequencies

$$E_{ij} = \frac{(\text{sum of row } i) \cdot (\text{sum of column } j)}{\text{sum of all sample}}$$

โดยที่ m, n คือจำนวนประเภทของข้อมูลในกลุ่มข้อมูลนั้นๆ

3. คำนวณค่าทางสถิติของ chi-squared test

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

โดยที่ m, n คือจำนวนประเภทของข้อมูลในกลุ่มข้อมูลนั้นๆ

4. คำนวณค่า degree of freedom

$$\text{Degrees of Freedom} = (m - 1) \times (n - 1)$$

5. คำนวณค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point (α = significant level)

6. สรุปผลโดยพิจารณาว่า

- ถ้าค่าทางสถิติของ chi-squared test จากข้อ 3 > ค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point จากข้อ 4: ปฏิเสธ H_0 นั้นหมายความว่า มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล
- ถ้าค่าทางสถิติของ chi-squared test จากข้อ 3 \leq ค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point จากข้อ 4: ไม่ปฏิเสธ H_0 นั้นหมายความว่า ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล

ตัวอย่างการคำนวณ

กลุ่มข้อมูล 1: กลุ่มของอายุ (Children, Adult)

กลุ่มข้อมูล 2: รสชาติของไอศกรีม (Chocolate, Vanilla, Strawberry, Mint)

	Chocolate	Vanilla	Strawberry	Mint	total
Children	30	20	10	10	70
Adult	15	25	20	10	70
total	45	45	30	20	140

1. ตั้งสมมติฐาน

H_0 : ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มของอายุและรสชาติไอศกรีม

H_1 : มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มของอายุและรสชาติไอศกรีม

2. คำนวณ expected frequencies

$$E_{11} = \frac{(\text{sum of row 1}) \cdot (\text{sum of column 1})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70 \cdot 45}{140} = 22.5$$

$$E_{12} = \frac{(\text{sum of row 1}) \cdot (\text{sum of column 2})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70 \cdot 45}{140} = 22.5$$

$$E_{13} = \frac{(\text{sum of row 1}) \cdot (\text{sum of column 3})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70 \cdot 30}{140} = 15$$

$$E_{14} = \frac{(\text{sum of row 1}) \cdot (\text{sum of column 4})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70 \cdot 20}{140} = 10$$

$$E_{21} = \frac{(\text{sum of row 2}) \cdot (\text{sum of column 1})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70 \cdot 45}{140} = 22.5$$

$$E_{22} = \frac{(\text{sum of row 2}) \cdot (\text{sum of column 2})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70 \cdot 45}{140} = 22.5$$

$$E_{23} = \frac{(\text{sum of row 2}) \cdot (\text{sum of column 3})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70 \cdot 30}{140} = 15$$

$$E_{24} = \frac{(\text{sum of row 2}) \cdot (\text{sum of column 4})}{\text{sum of all sample}} = \frac{70 \cdot 20}{140} = 10$$

3. คำนวณค่าทางสถิติของ chi-squared test

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \\&= \frac{(O_{11} - E_{11})^2}{E_{11}} + \frac{(O_{12} - E_{12})^2}{E_{12}} + \dots + \frac{(O_{24} - E_{24})^2}{E_{24}} \\&= \frac{(30 - 22.5)^2}{22.5} + \frac{(20 - 22.5)^2}{22.5} + \dots + \frac{(10 - 10)^2}{10} \\&= 2.5 + 0.278 + 1.667 + 0 + 2.5 + 0.278 + 1.667 + 0 \\&= 8.89\end{aligned}$$

4. คำนวณค่า degree of freedom

$$\text{Degrees of Freedom(df)} = (2 - 1) \times (4 - 1) = 3$$

5. คำนวณค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point (α = significant level)

กำหนดให้ $\alpha = 0.05$ และค่า $df = 3$

ดังนั้น ค่าทางสถิติของ chi-squared test ที่จุด critical point: $\chi_c^2 = 7.815$

6. สรุปผลได้ว่า

$$\chi^2 = 8.89 > 7.815 = \chi_c^2$$

ซึ่งหมายความว่าเราจะปฏิเสธ H_0 นั่นหมายความว่า มีความสัมพันธ์กันระหว่างกลุ่มข้อมูล