

ตัวอย่างการคำนวณ \mathbf{w} ด้วย normal equation

Data =

x_1	x_2	y
0	1	4
2	1	8
1	1	6
2	0	5

จากข้อมูล Data เราสามารถเขียน X, y และ X_b ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 X &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, \text{ และ } X_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \\
 \hat{\mathbf{w}} &= (X_b^T X_b)^{-1} X_b^T y \\
 \mathbf{w} &= \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 5 & 9 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 23 \\ 32 \\ 18 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 0.5 & 0.5 \\ -2 & 0.5 & 1.833 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 23 \\ 32 \\ 18 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น เราจะได้ $w_0 = 1$, $w_1 = 2$ และ $w_2 = 3$ ซึ่งสามารถเขียนเป็น model ของ linear regression สำหรับข้อมูลชุดนี้ได้ดังนี้ $\hat{y} = w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2$

$$\hat{y} = 1 + 2x_1 + 3x_2$$