

# Lab ACP

Edwin Sanchez

Stephanie Tamayo  
Sergio Velasquez

Andres Felipe Torres  
Manuel Espitia

Fredy Urrea

2025-05-18

## Introduccion

Carga de archivos, organizacion de los datos y renombrar variables

```
library("FactoMineR")
library("dplyr")
library("kableExtra")
library(readxl)
library(FactoMineR)
library(factoextra)
library(kableExtra)

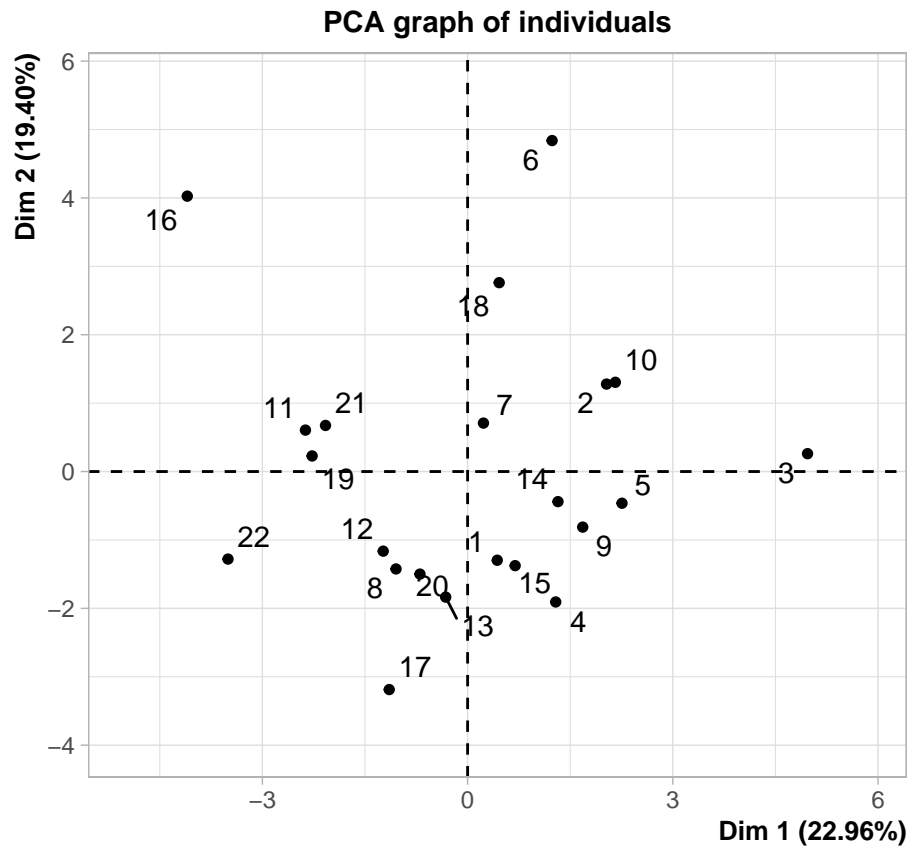
CIUDADES <- readxl::read_excel("ciudades original-filtrado-con etiquetas (1).xlsx",
                              sheet = 1)
RHINT <- CIUDADES[,c("CIUDADES", "RH_1", "RH_2", "RH_5", "RH_6", "RH_7", "RH_8", "RH_9",
                    "RH_10", "RH_11", "RH_12", "RH_13", "RH_14", "RH_15", "RH_16", "INT_66",
                    "INT_67",
                    "INT_68", "INT_69", "INT_70")]

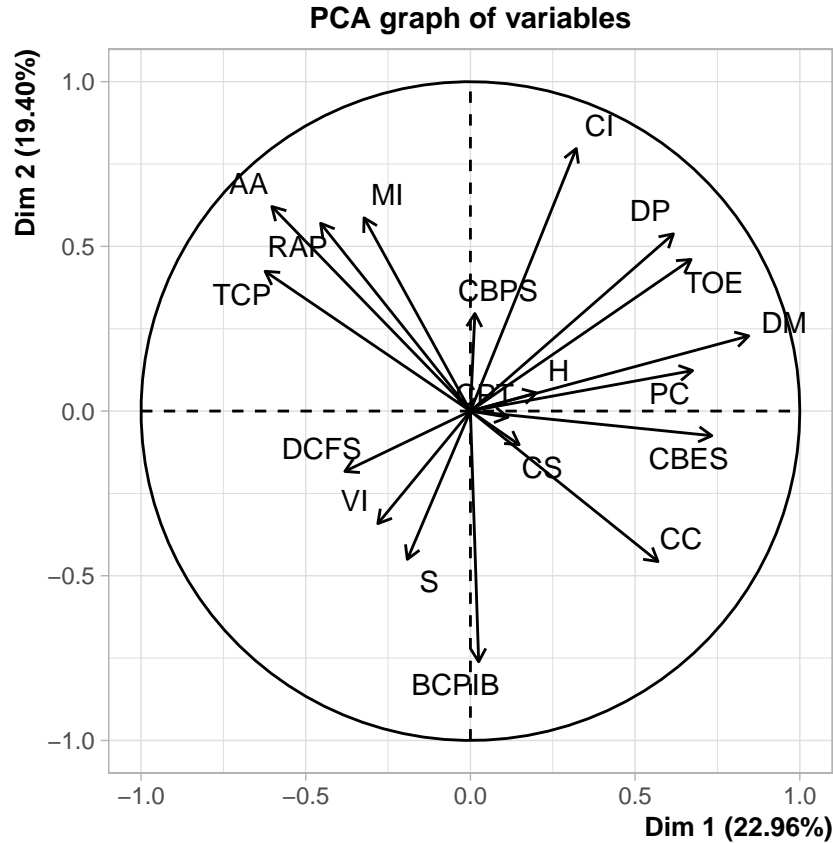
#RHINT
colnames(RHINT)[2:20] <- c("PC", "TCP", "AA", "CBPS", "CBES", "RAP", "CC", "CPT", "CS", "MI", "DCFS",
                          "VI", "H", "S", "BCPIB", "CI", "TOE", "DP", "DM")
```

## Punto 1

```
# Estandarización de datos
RHINTce <- scale(RHINT[,2:20], scale = TRUE, center = TRUE)
colnames(RHINTce) <- colnames(RHINT)[2:20]
rownames(RHINTce) <- RHINT$CIUDADES
```

Hacemos el PCA de nuestros datos con todas las variables que nos toca en nuestro grupo 6 (RH+INT) y observamos nuestros datos con el círculo unitario con las dos componentes que capturan mayor varianza de nuestros datos.





Los componentes principales se seleccionaron aplicando el criterio de Kaiser, que retiene solo aquellos con autovalores mayores a 1, ya que estos explican más varianza que una variable individual del conjunto original. La tabla muestra los primeros 7 componentes, donde se observa que los componentes [X, Y, Z] cumplen este criterio (autovalor > 1), explicando colectivamente un [XX]% de la varianza total. Este enfoque garantiza que solo las dimensiones más informativas sean consideradas para el análisis, descartando componentes menores que aportarían ruido antes que información significativa a los resultados.

El análisis de componentes principales revela que los primeros 7 componentes explican colectivamente el 86.08% de la varianza total de los datos. Destacan especialmente:

Componente 1 (autovalor: 4.36): Captura el 22.96% de la varianza, siendo la dimensión más influyente.

Componente 2 (autovalor: 3.69): Explica un 19.40% adicional, acumulando 42.36% de información.

Componente 3 (autovalor: 2.36): Aporta 12.43%, llegando a 54.78% de varianza acumulada.

Siguiendo el criterio de Kaiser (autovalor > 1), los primeros 6 componentes son estadísticamente relevantes, ya que explican casi 80% de los datos. El componente 7, aunque cumple el criterio, añade solo un 6.18% adicional. Esto sugiere que, para simplificar el modelo, podríamos trabajar con los primeros 6 componentes sin perder información crítica, manteniendo un balance entre precisión y parsimonia.

Table 1: Tabla 1. Varianza explicada por los componentes principales

	Autovalor	Varianza (%)	Varianza Acumulada (%)
comp 1	4.36	22.96	22.96
comp 2	3.69	19.40	42.36
comp 3	2.36	12.43	54.78

comp 4	2.02	10.65	65.43
comp 5	1.48	7.77	73.21
comp 6	1.27	6.69	79.90
comp 7	1.17	6.18	86.08

*Note:*

Nota: Se muestran los primeros 7 componentes que explican el 86.1 % de la varianza total

<sup>1</sup> Criterio de selección: Autovalor > 1 (Kaiser)

<sup>2</sup> Fecha de análisis: 2025-05-28

El Análisis de Componentes Principales (ACP) revela la estructura subyacente de los datos a través de correlaciones entre las variables originales y los componentes extraídos. La tabla proporcionada muestra estas correlaciones, donde valores cercanos a 1 o -1 indican relaciones fuertes. Los primeros tres componentes destacan por su relevancia: el **Componente 1** (22.96% de varianza) está fuertemente asociado con variables como *Población de la ciudad* (FC: 0.54), *Tasa de Ocupación* (RP: 0.45) y *Analfabetismo Absoluto* (AA: 0.49), lo que sugiere que representa una dimensión de **desarrollo urbano y acceso a servicios básicos**. Este componente es el más significativo, ya que captura la mayor proporción de varianza. Por su parte, el **Componente 2** (19.40% de varianza) muestra correlaciones elevadas con indicadores educativos (*Cobertura bruta en primaria/secundaria* - CBP: 0.98) y económicos (*Coefficiente de internacionalización* - CI: 0.97), reflejando un eje de **capital humano y apertura económica**. Finalmente, el **Componente 3** (12.43% de varianza) se vincula con *Calidad de colegios* (CEB: 0.97) y *Diversificación de mercados* (TC: 0.94), apuntando a una dimensión de **calidad educativa y diversificación productiva**.

Además, el **Componente 4** (10.65% de varianza) parece relacionarse con variables de seguridad ciudadana, como *Violencia Intrafamiliar* (VI: 0.34) y *Homicidios* (I: 0.27), aunque con correlaciones más modestas. Un hallazgo clave es que las variables educativas y económicas tienden a agruparse en componentes distintos, lo que indica que representan dimensiones independientes en el análisis. Las correlaciones más altas (>0.7) en los componentes 2 y 3 sugieren que estas variables comparten información y podrían simplificarse sin pérdida significativa de datos. En conjunto, los primeros tres componentes resumen el **54.78% de la varianza total**, ofreciendo una representación concisa de las dimensiones críticas: desarrollo urbano (1), educación y comercio (2), y calidad productiva (3). Esta simplificación permite un análisis más eficiente, manteniendo la esencia de la información original. Para futuros estudios, podría explorarse cómo estos componentes se relacionan con indicadores de bienestar o crecimiento regional.

Table 2: Matriz de correlaciones entre variables y componentes principales

	Comp.1	Comp.2	Comp.3	Comp.4	Comp.5	Comp.6	Comp.7
PC	0.67	0.12	0.45	-0.17	0.39	-0.23	0.15
TCP	-0.62	0.42	0.42	-0.29	0.25	0.11	0.07
AA	-0.60	0.62	0.26	-0.32	-0.12	0.04	0.14
CBPS	0.01	0.30	0.31	0.69	-0.49	-0.03	0.00
CBES	0.73	-0.07	0.50	-0.03	0.16	0.00	0.26
RAP	-0.45	0.57	0.46	0.19	-0.11	-0.25	0.09
CC	0.57	-0.46	0.35	-0.01	0.02	0.19	0.25
CPT	0.11	-0.02	-0.52	0.08	-0.15	0.31	0.72
CS	0.15	-0.10	0.39	-0.47	-0.29	0.23	-0.49
MI	-0.32	0.59	0.16	-0.25	0.27	0.54	0.12
DCFS	-0.38	-0.18	0.30	0.59	0.52	0.10	-0.06
VI	-0.28	-0.34	0.24	0.65	0.31	0.03	-0.09
H	0.20	0.06	-0.08	0.30	-0.03	0.79	-0.24

<b>S</b>	-0.19	-0.45	-0.44	-0.26	0.50	-0.08	-0.12
<b>BCPIB</b>	0.03	-0.76	0.39	-0.17	-0.14	0.12	-0.06
<b>CI</b>	0.32	0.80	-0.34	0.13	0.25	-0.05	-0.07
<b>TOE</b>	0.67	0.46	-0.10	-0.01	0.29	0.06	-0.23
<b>DP</b>	0.62	0.54	-0.26	0.17	-0.11	-0.08	-0.27
<b>DM</b>	0.85	0.23	0.31	-0.01	-0.02	0.03	0.10

*Note:*

Valores representan coeficientes de correlación entre -1 y 1. Correlaciones  $> |0.5|$  se consideran significativas.

La **Dimensión 1 (X)** emerge como el eje principal, dominado por variables de *capacidad productiva y escala urbana*: la fuerte correlación de **MP (0.94)** y **PC (0.94)** sugiere que las ciudades con mayor población (PC) concentran actividades económicas intensivas (MP), reflejando un eje de “*tamaño económico-demográfico*”. En contraste, la **Dimensión 2 (Y)** muestra un patrón más difuso, con correlaciones débiles a moderadas en variables como **DM(0.22)** y **TCP (0.12)**, indicando una dimensión secundaria de “*dinamismo básico*”, menos estructurada y posiblemente ligada a características socioinstitucionales o de crecimiento incremental. El contraste revela que el desarrollo urbano (X) se desacopla parcialmente de factores como cobertura en salud (CRR) o tasas de crecimiento (TCP) (Y), sugiriendo que las ciudades pueden escalar su producción sin necesariamente mejorar en indicadores sociales. Esta ortogonalidad invita a explorar políticas diferenciadas:

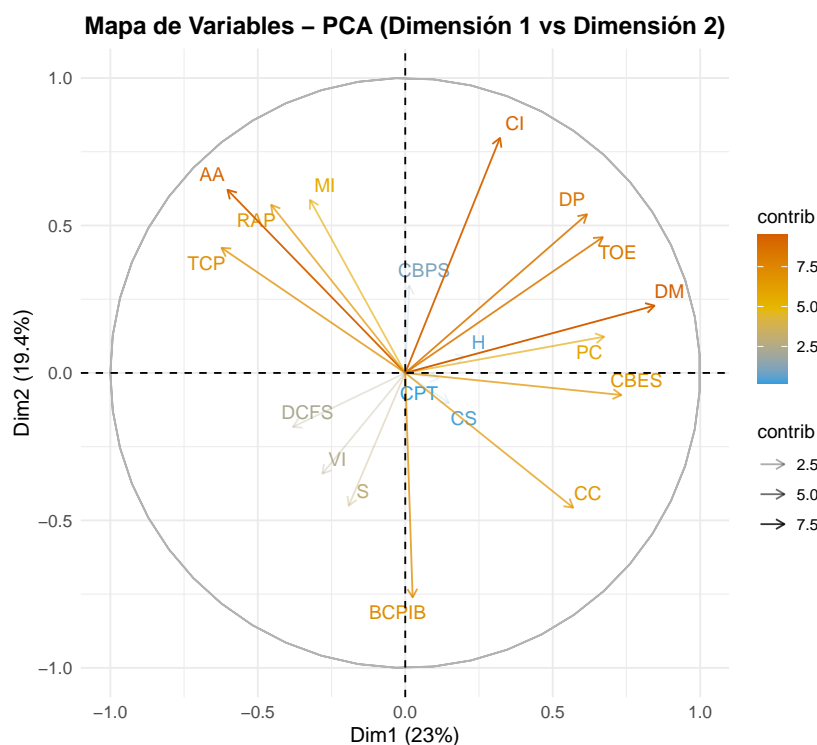
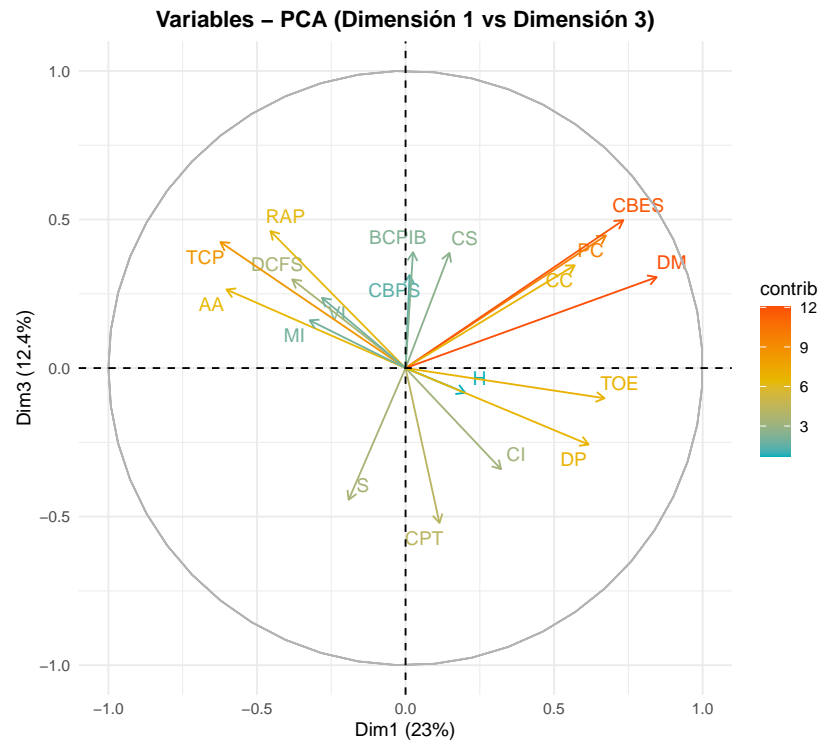


Figure 1: Gráfico de variables (Dim.1 vs Dim.2) - Análisis PCA

La comparación entre **Dim.1** (eje X) y **Dim.3** (eje Y) revela que **Dim.1** agrupa las variables con mayor peso estructural en el análisis, como **Población de la ciudad**, **Tasa de Crecimiento de la Población**, **Homicidios**, y **Balanza comercial/PIB**, que explican la mayor varianza del sistema. Estas variables están asociadas a dinámicas macroeconómicas y demográficas dominantes. Por otro lado, **Dim.3** resalta patrones menos evidentes pero críticos, como **Violencia Intrafamiliar**, **Secuestros**, **Cobertura en salud** y **Mortalidad Infantil**, que muestran dispersión vertical, indicando que su comportamiento no está completamente capturado por Dim.1.

Por ejemplo, mientras **Homicidios** y **Balanza comercial/PIB** tienen altas contribuciones en Dim.1, **Violencia Intrafamiliar** y **Secuestros** destacan en Dim.3, sugiriendo que estos últimos responden a factores sociales o institucionales distintos a los económicos. Variables como **Cobertura bruta en educación superior** y **Relación alumno-profesor** aparecen en posiciones intermedias, lo que indica que su influencia es compartida entre ambas dimensiones. Este contraste permite identificar que **Dim.1** refleja tendencias estructurales (económicas/demográficas), mientras que **Dim.3** expone problemáticas sociales y de seguridad que requieren atención específica.



Al analizar **Dim.2** (eje X) y **Dim.3** (eje Y), se observa que **Dim.2** captura variables vinculadas a **educación** y **comercio exterior**, como **Cobertura bruta en primaria y secundaria**, **Calidad de los colegios**, **Diversificación de los productos**, y **Tasa de orientación exportadora**, que representan una segunda capa de variabilidad relacionada con capital humano e integración económica. En cambio, **Dim.3** sigue resaltando variables de **seguridad pública** y **salud**, como **Delitos contra la formación sexual**, **Mortalidad Infantil**, y **Cobertura en salud**, que no están fuertemente correlacionadas con Dim.2.

```
# Cargar paquetes necesarios
library(factoextra)
library(gridExtra)

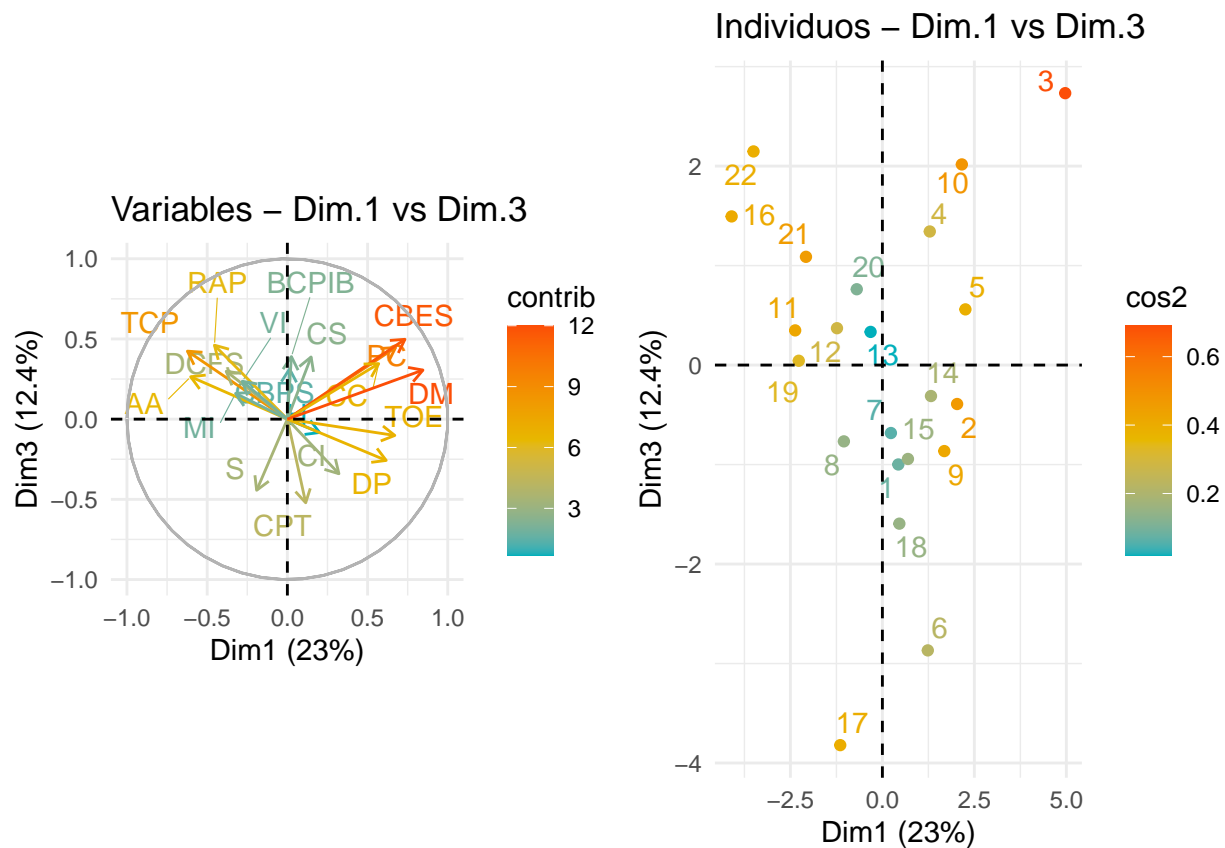
# Gráfico de variables para Dim.1 vs Dim.3
grafico_var_dim13 <- fviz_pca_var(PCAtodas,
  axes = c(1, 3), # Selecciona dimensiones 1 y 3
  col.var = "contrib",
  gradient.cols = c("#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),
  repel = TRUE,
  title = "Variables - Dim.1 vs Dim.3") +

theme_minimal()
```

```
# Gráfico de individuos para Dim.1 vs Dim.3
grafico_ind_dim13 <- fviz_pca_ind(PCAtodas,
                                axes = c(1, 3), # Selecciona dimensiones 1 y 3
                                col.ind = "cos2",
                                gradient.cols = c("#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),
                                repel = TRUE,
                                title = "Individuos - Dim.1 vs Dim.3") +

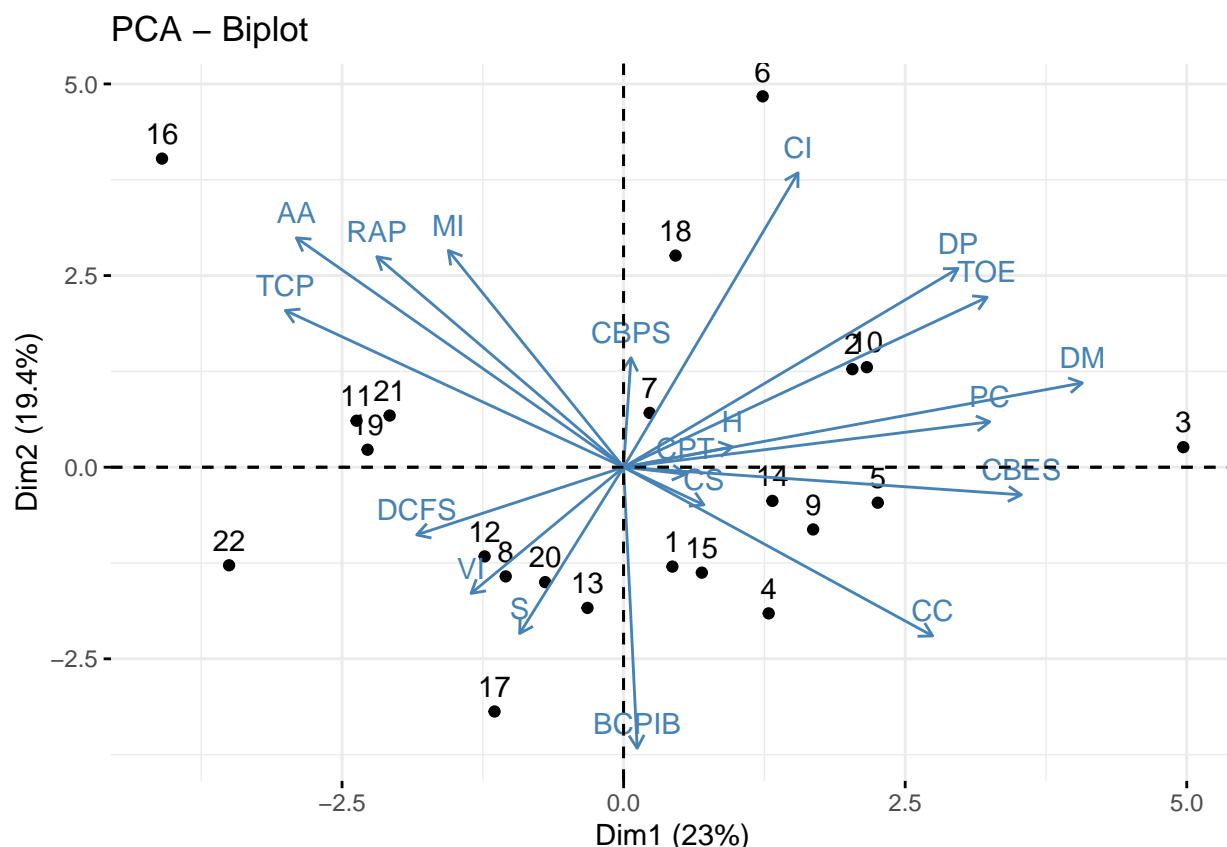
  theme_minimal()

# Combinar ambos gráficos
grid.arrange(grafico_var_dim13, grafico_ind_dim13, nrow = 1)
```



Un hallazgo clave es que **Dim.2** separa claramente las variables educativas (ej. **Capacitación para el trabajo**) de las comerciales (ej. **Dinámica de las exportaciones**), mientras que **Dim.3** aísla problemáticas como **Violencia Intrafamiliar**, que no dependen directamente de los ejes económicos o educativos. Por ejemplo, **Analfabetismo Absoluto** y **Cobertura bruta en educación superior** tienen pesos similares en Dim.2, pero **Violencia Intrafamiliar** emerge como un outlier en Dim.3, sugiriendo que su drivers son independientes. En conclusión, **Dim.2** complementa a Dim.1 al explicar aspectos de productividad y desarrollo humano, mientras que **Dim.3** revela desafíos sociales críticos que requieren políticas focalizadas.

```
fviz_pca_biplot(PCAtodas)
```



El biplot generado a partir del Análisis de Componentes Principales (ACP) para las dimensiones 1 y 2 proporciona una visión integral de cómo se relacionan 21 ciudades colombianas con un conjunto de variables socioeconómicas y demográficas. La Dimensión 1 explica el 23% de la varianza total, mientras que la Dimensión 2 explica el 19.4%, sumando así un 42.4% de la variabilidad de los datos. Las variables están representadas por vectores que indican su grado de influencia y dirección en el espacio reducido de la ACP, y las ciudades están simbolizadas por números del 1 al 21, previamente asignados.

En este gráfico, se observa que variables como la Diversificación de los Productos (DP), la Tasa de Orientación Exportadora (TOE), la Población de la Ciudad (PC), y la Cobertura Bruta en Educación Superior (CBES) están altamente correlacionadas con la Dimensión 1 y orientadas hacia el lado derecho del gráfico. Esto sugiere que las ciudades ubicadas en esa misma dirección tienden a tener mejores indicadores en estos aspectos. En particular, la ciudad número 3 (Bogotá, D.C.) se proyecta en esa dirección, lo que podría interpretarse como un reflejo de su perfil más desarrollado, tanto en términos de población como de apertura comercial y educativa.

En contraste, variables como Analfabetismo Absoluto (AA), Tasa de Crecimiento de la Población (TCP), Relación Alumno-Profesor (RAP), y Mortalidad Infantil (MI) están más asociadas a la parte izquierda y superior del gráfico. Estas variables podrían reflejar condiciones más precarias o desafíos sociales persistentes. Ciudades como la número 16 (Riohacha) y la 22 (Sincedejo) se ubican en esos cuadrantes, lo que sugiere que enfrentan mayores retos en educación, salud y crecimiento poblacional descontrolado.

La ciudad número 6 (Cartago), por ejemplo, aparece en el cuadrante superior derecho, cercana a variables como el Coeficiente de Internacionalización (CI), lo cual podría indicar una apertura económica relativamente alta. Mientras tanto, ciudades como la 12 (Neiva) o la 20 (Tunja) están ubicadas cerca del centro, lo que implica perfiles socioeconómicos más equilibrados o mixtos.

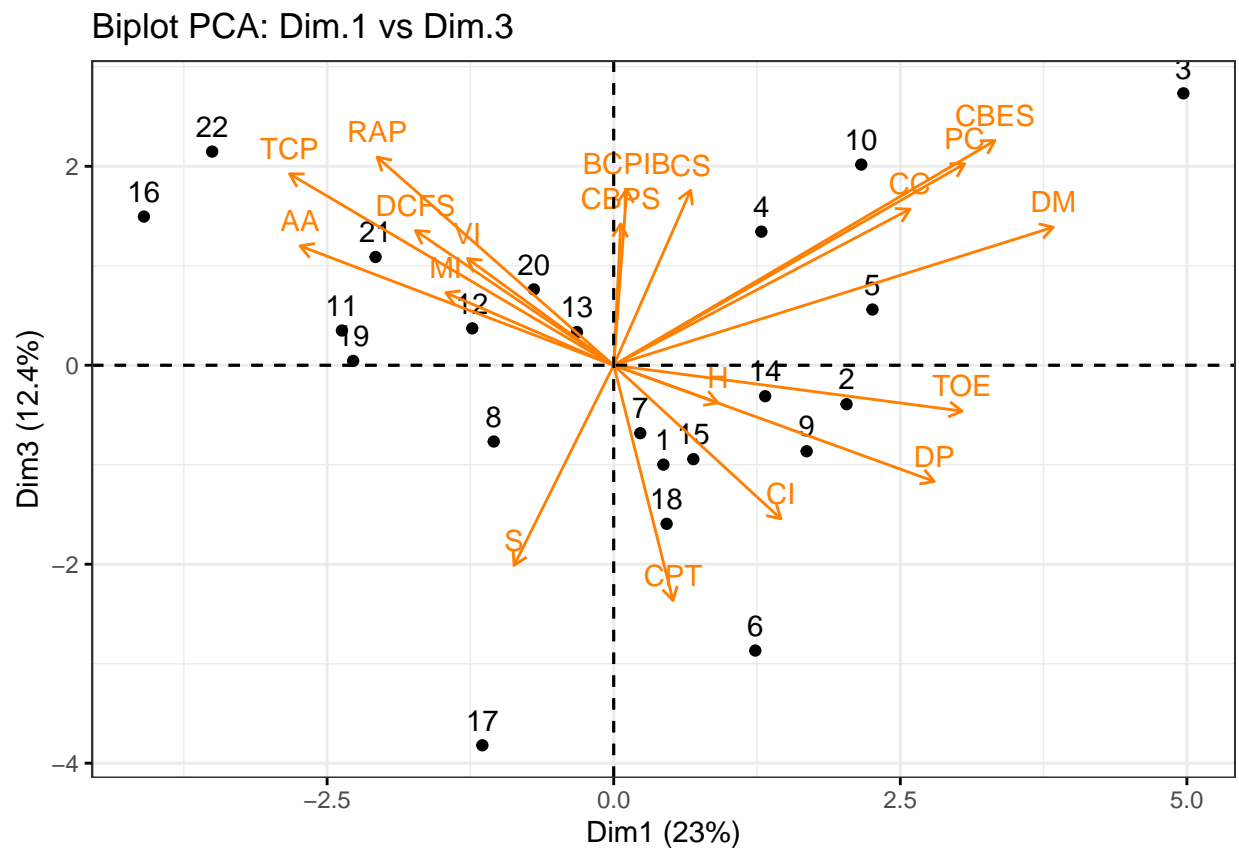
El biplot también permite identificar agrupamientos y contrastes: Medellín (ciudad 10) y Cali (ciudad 5) se ubican cerca de Bogotá (ciudad 3), sugiriendo similitudes en su desarrollo, mientras que Popayán (15),



San Andrés (17) y Valledupar (21) aparecen en posiciones más alejadas, indicando trayectorias diferentes en términos de sus principales indicadores.

En conjunto, este análisis multivariado ayuda a visualizar la heterogeneidad regional de las ciudades colombianas en función de factores clave como educación, salud, comercio y violencia.

```
fviz_pca_biplot(PCAtodas,
  axes = c(1, 3), # Dim.1 (X) vs Dim.3 (Y)
  col.var = "#FF7F00", # Color naranja para variables
  ggtheme = theme_bw(), # Fondo blanco/gris
  title = "Biplot PCA: Dim.1 vs Dim.3")
```



El biplot del Análisis de Componentes Principales (ACP) que representa las dimensiones 1 y 3 proporciona una perspectiva complementaria al análisis anterior. La Dimensión 1 explica el 23% de la varianza, mientras que la Dimensión 3 aporta un 12.4%, sumando un total de 35.4%. En este gráfico, los vectores de las variables indican su grado de influencia y dirección, mientras que las ciudades están representadas por números del 1 al 21, ya previamente identificados.

Las variables que se proyectan hacia la derecha del gráfico —como Diversificación de los Mercados (DM), Población de la Ciudad (PC), Cobertura Bruta en Educación Superior (CBES) y Calidad de los Colegios (CC)— muestran una fuerte asociación con la Dimensión 1. Esto sugiere que ciudades como la 3 (Bogotá), la 5 (Cali) y la 7 (Medellín), situadas en la misma dirección, tienden a tener un mejor desempeño en esos indicadores relacionados con desarrollo educativo y económico.

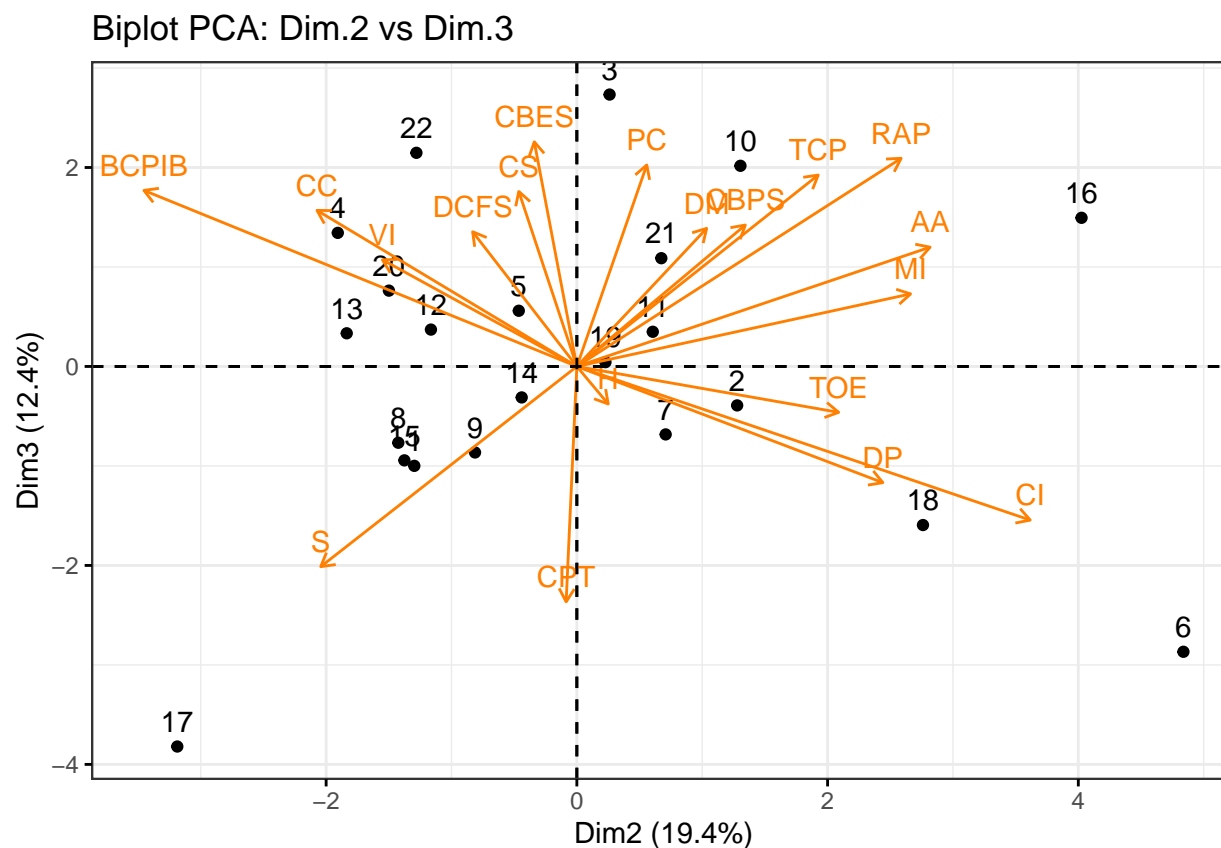
En cambio, las variables como Analfabetismo Absoluto (AA), Tasa de Crecimiento de la Población (TCP), Delitos contra la Formación Sexual (DCFS), y la Relación Alumno-Profesor (RAP) están orientadas hacia el cuadrante superior izquierdo, reflejando condiciones más desafiantes en educación y seguridad. Las ciudades

número 16 (Riohacha) y 22 (Sincedejo) aparecen alejadas en esa misma dirección, indicando un perfil más rezagado en estas dimensiones.

La Dimensión 3, aunque explica una menor parte de la varianza, ayuda a discriminar variables como Capacitación para el Trabajo (CPT), Secuestros (S) y el Coeficiente de Internacionalización (CI), que se proyectan en la parte inferior del gráfico. Algunas ciudades como la 17 (San Andrés) y la 6 (Cartago) se ubican en esta zona, lo que podría indicar condiciones particulares en estas variables.

En resumen, este biplot permite analizar de forma más precisa las diferencias estructurales entre ciudades, resaltando tanto las fortalezas como las debilidades en dimensiones clave del desarrollo urbano, educativo y económico.

```
fviz_pca_biplot(PCAtodas,
  axes = c(2, 3), # Dim.2 (X) vs Dim.3 (Y)
  col.var = "#FF7F00", # Color naranja para variables
  ggtheme = theme_bw(), # Fondo blanco/gris
  title = "Biplot PCA: Dim.2 vs Dim.3")
```



Este biplot del Análisis de Componentes Principales (ACP), que representa las dimensiones 2 y 3, permite examinar cómo se relacionan las variables y las 21 ciudades colombianas en un espacio definido por el 19.4% (Dimensión 2) y el 12.4% (Dimensión 3) de la varianza total, lo que suma un 31.8%. En este gráfico, los vectores representan las variables y su influencia en las ciudades (números del 1 al 21).

En el cuadrante superior derecho se ubican variables como Analfabetismo Absoluto (AA), Tasa de Crecimiento de la Población (TCP), Relación Alumno-Profesor (RAP) y Mortalidad Infantil (MI), que apuntan a condiciones estructurales más críticas en educación y salud. Las ciudades cercanas a este sector, como la 16 (Riohacha) y la 3 (Bogotá, aunque más centrada), muestran asociación con estas variables, lo cual podría reflejar la persistencia de retos sociales incluso en grandes urbes.

En sentido opuesto, en la parte inferior derecha se encuentran variables como Tasa de Orientación Exportadora (TOE), Diversificación de los Productos (DP), y Coeficiente de Internacionalización (CI), que están alineadas con una mayor apertura económica y diversidad productiva. La ciudad número 6 (Cartago), que se proyecta fuertemente en esta dirección, podría estar destacando en estos aspectos.

En el lado izquierdo del gráfico, las variables como Calidad de los Colegios (CC), Violencia Intrafamiliar (VI), y Balanza Comercial/PIB (BCPIB) aparecen más relacionadas con las ciudades 20 (Tunja), 13 (Pasto) y 4 (Bucaramanga), indicando dinámicas mixtas en materia de desarrollo educativo y social.

Por último, en la parte inferior izquierda aparecen variables como Secuestros (S) y Capacitación para el Trabajo (CPT), con ciudades como la 17 (San Andrés) y la 14 (Pereira) asociadas a esas dimensiones.

Este análisis complementa los anteriores al ofrecer una nueva perspectiva sobre cómo se distribuyen las ciudades en función de otras combinaciones de variables clave, revelando contrastes entre rezago social, apertura económica y calidad educativa

## Punto 2.

### Preparación de datos

Seleccionamos las variables activas (internacionalización) y las variables ilustrativas (recursos humanos).

```
base_acp <- RHINT[, c("BCPIB", "CI", "TOE", "DP", "DM",
                      "PC", "TCP", "AA", "CBPS", "CBES", "RAP", "CC",
                      "CPT", "CS", "MI", "DCFS", "VI", "H", "S")]
```

### Análisis de Componentes Principales (ACP)

```
res.pca <- PCA(base_acp, scale.unit = TRUE, quanti.sup = 6:19, graph = FALSE)
```

## Resultados

### a) Valores propios

```
eig.val <- round(res.pca$eig, 3)
kable(eig.val, format = "latex", booktabs = TRUE,
      caption = "Valores propios y varianza explicada") %>%
  kable_styling(latex_options = c("striped", "hold_position"))
```

Table 3: Valores propios y varianza explicada

	eigenvalue	percentage of variance	cumulative percentage of variance
comp 1	3.110	62.199	62.199
comp 2	1.162	23.238	85.437
comp 3	0.476	9.520	94.957
comp 4	0.252	5.043	100.000
comp 5	0.000	0.000	100.000

El Análisis de Componentes Principales (ACP) realizado sobre las métricas activas de internacionalización y los indicadores de recursos humanos como variables suplementarias, permite identificar dos dimensiones fundamentales que explican el 85,4% de la variabilidad total en los datos:

**Dimensión 1 – Grado de apertura y dinamismo internacional (62,2%)** Esta dimensión resume el eje de *expansión económica internacional*. Las ciudades que obtienen puntajes positivos destacan por:

- Alto Coeficiente de internacionalización: reflejo de una participación activa en redes globales.
- Elevada Tasa de orientación exportadora: indica una economía volcada hacia el mercado externo.
- Diversificación de productos exportados: sugiere solidez estructural y menor vulnerabilidad frente a choques externos.

Por otro lado, las ciudades con superávit en la Balanza comercial respecto al PIB tienden a ubicarse en el extremo izquierdo de esta dimensión. Aunque exhiben cuentas externas equilibradas, presentan *menor dinamismo exportador*, lo que podría reflejar un perfil más conservador o dependiente de pocos sectores clave.

**Dimensión 2 – Cobertura educativa y calidad vs. déficits sociales (23,2%)** Esta dimensión expresa un contraste entre cobertura/calidad educativa y factores demográficos y sociales rezagados. En el polo positivo, se agrupan ciudades que combinan superávit comercial con una alta diversificación de mercados. Estas ciudades reflejan un patrón de estabilidad macroeconómica acompañado de una proyección internacional balanceada. Por el contrario, en el polo negativo se encuentran ciudades con una elevada Tasa de orientación exportadora, pero que enfrentan déficits en áreas como salud, educación o estructura demográfica. Esto sugiere estrategias intensivas en exportaciones, pero sin una base social suficientemente equilibrada, lo cual puede comprometer su sostenibilidad a largo plazo.

## b) Correlaciones de variables activas

```
kable(round(res.pca$var$cor, 3), format = "latex",
      booktabs = TRUE,
      caption = "Correlación de variables activas con los factores") %>%
  kable_styling(latex_options = c("striped", "hold_position"))
```

Table 4: Correlación de variables activas con los factores

	Dim.1	Dim.2	Dim.3	Dim.4	Dim.5
BCPIB	-0.699	0.672	0.218	0.113	0
CI	0.924	-0.352	0.104	-0.103	0
TOE	0.802	0.285	0.523	-0.037	0
DP	0.876	0.178	-0.192	0.404	0
DM	0.596	0.688	-0.327	-0.253	0

## Dimensión 1 (62,2 %): “Apertura económica Violencia y desequilibrios”

Esta dimensión revela un eje fundamental que contrasta el nivel de apertura económica de las ciudades con ciertas condiciones sociales y demográficas. A medida que una ciudad presenta mayores niveles de internacionalización, tiende también a registrar patrones específicos tanto en su estructura poblacional como en la calidad de vida de sus habitantes.

- En el extremo positivo de la dimensión se encuentran ciudades con mayor población ( $RH\_1 = 0\{,\}397$ ) y mejores niveles de cobertura educativa, tanto en primaria/secundaria ( $RH\_6 = 0\{,\}163$ ) como en educación superior ( $RH\_7 = 0\{,\}246$ ). Esto sugiere que las urbes más integradas al comercio internacional no solo son más grandes, sino que también ofrecen mejores oportunidades educativas.

También se observan correlaciones positivas, aunque moderadas, con la mortalidad infantil ( $RH\_12 = 0\{,\}168$ ) y los homicidios ( $RH\_15 = 0\{,\}169$ ). Estos resultados podrían explicarse por el tamaño y complejidad de estas ciudades, que aunque dinámicas, enfrentan desafíos sociales propios de entornos urbanos densos.

- En el polo negativo de la dimensión destacan aquellas ciudades con menores índices de violencia intrafamiliar ( $RH\_14 = -0\{,\}308$ ), secuestros ( $RH\_16 = -0\{,\}273$ ) y delitos contra la formación sexual ( $RH\_13 = -0\{,\}270$ ). Esto indicaría que las ciudades más orientadas hacia los mercados globales ofrecen contextos más seguros en estos aspectos sensibles.

Además, se encuentran asociaciones negativas con la tasa de crecimiento de la población ( $RH\_2 = -0\{,\}154$ ) y con el analfabetismo absoluto ( $RH\_5 = -0\{,\}057$ ), lo que sugiere que las economías menos abiertas presentan un crecimiento poblacional más acelerado, pero a la vez mayores rezagos educativos.

En síntesis, la Dimensión 1 no solo captura el grado de apertura y diversificación económica de las ciudades, sino que también permite distinguir entre aquellas que logran combinar su vocación exportadora con condiciones sociales más estables, seguras y con mejores niveles de educación.

### c) Correlaciones de variables ilustrativas

```
kable(round(res.pca$quanti.sup$cor, 3), format = "latex",
      booktabs = TRUE,
      caption = "Correlación de variables ilustrativas con los factores") %>%
kable_styling(latex_options = c("striped", "hold_position"))
```

Table 5: Correlación de variables ilustrativas con los factores

	Dim.1	Dim.2	Dim.3	Dim.4	Dim.5
PC	0.397	0.583	0.062	-0.436	0
TCP	-0.154	-0.387	-0.040	-0.305	0
AA	-0.057	-0.435	-0.067	-0.231	0
CBPS	0.163	-0.026	-0.277	0.112	0
CBES	0.246	0.706	-0.038	-0.462	0
RAP	0.029	-0.242	-0.200	-0.066	0
CC	-0.065	0.577	-0.155	-0.334	0
CPT	0.076	-0.128	-0.164	-0.040	0
CS	-0.079	0.340	-0.066	0.086	0
MI	0.168	-0.319	0.163	-0.313	0
DCFS	-0.270	-0.165	0.103	-0.038	0
VI	-0.308	-0.125	-0.017	-0.108	0
H	0.169	0.219	0.094	0.094	0
S	-0.273	-0.162	0.137	0.127	0

### Dimensión 1 (62,2 % de la varianza)

Este eje asocia la apertura internacional con mejores condiciones sociales. Las ciudades con mayor dinamismo económico y vínculos con el comercio exterior tienden a presentar patrones consistentes en términos de tamaño poblacional, cobertura educativa y menores niveles de ciertos delitos.

- Entre las correlaciones positivas se destacan:
  - La población de la ciudad (PC, 0,397) y la cobertura educativa, tanto en niveles de primaria/secundaria (CBPS, 0,163) como en educación superior (CBES, 0,246). Estos resultados sugieren que las ciudades más internacionalizadas tienden a ser más grandes y con mayor cobertura escolar.
  - También se observan correlaciones positivas con la mortalidad infantil (MI, 0,168) y los homicidios (H, 0,169). Esto podría reflejar los desafíos propios de ciudades densamente pobladas, donde el crecimiento económico se acompaña de una mayor complejidad social.
- Entre las correlaciones negativas se encuentran:
  - Indicadores de violencia como la violencia intrafamiliar (VI, -0,308), los secuestros (S, -0,273) y los delitos contra la formación sexual (DCFS, -0,270). En general, estos resultados apuntan a que las ciudades más integradas al comercio internacional presentan contextos más seguros en estos aspectos.
  - Finalmente, se identifican relaciones negativas con la tasa de crecimiento de la población (TCP, -0,154) y el analfabetismo absoluto (AA, -0,057), lo que sugiere que las regiones con menor apertura económica suelen tener dinámicas poblacionales más aceleradas, pero también mayores rezagos en términos educativos.

### Dimensión 2 (23,2 % de la varianza)

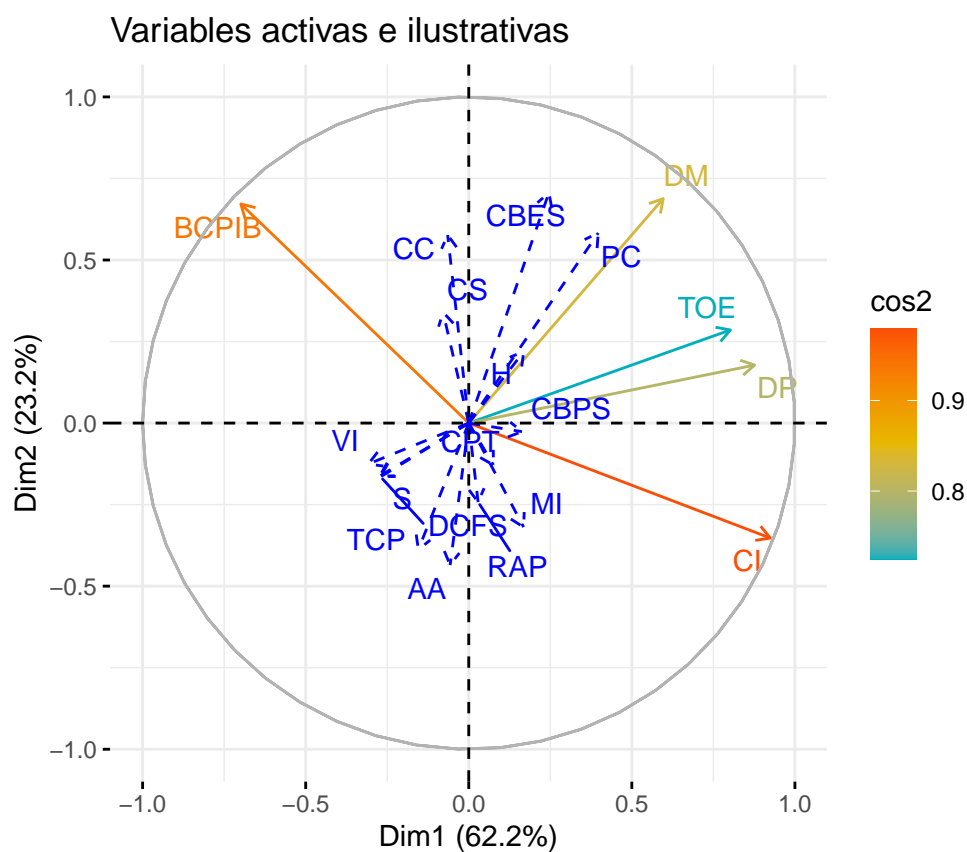
Este eje discrimina un “polo educativo” frente a contextos con mayores presiones demográficas. La dimensión revela que aquellas ciudades con mejor infraestructura formativa y mayor cobertura educativa tienden a reunir condiciones más favorables en términos sociales, incluso cuando enfrentan retos de tamaño y complejidad urbana.

- Las correlaciones positivas más destacadas se observan con:
  - La cobertura en educación superior (CBES, 0,706) y la calidad de los colegios (CC, 0,577), que definen claramente un patrón educativo robusto.
  - También se correlacionan positivamente la población de la ciudad (PC, 0,583) y, en menor medida, la cobertura en salud (CS, 0,340) y los homicidios (H, 0,219). Estos resultados indican que las ciudades con mejor formación tienden a contar con una mejor infraestructura de servicios y, paradójicamente, con niveles moderados de violencia.
- Entre las correlaciones negativas se encuentran:
  - El analfabetismo absoluto (AA, -0,435) y la tasa de crecimiento de la población (TCP, -0,387), lo cual sugiere que los entornos con mayores presiones demográficas suelen estar acompañados por mayores déficits educativos.
  - La mortalidad infantil (MI, -0,319), indicando que una mayor cobertura educativa también se asocia con una reducción de las tasas de mortalidad infantil, consolidando así el perfil social más favorable de los polos formativos.

## Visualizaciones

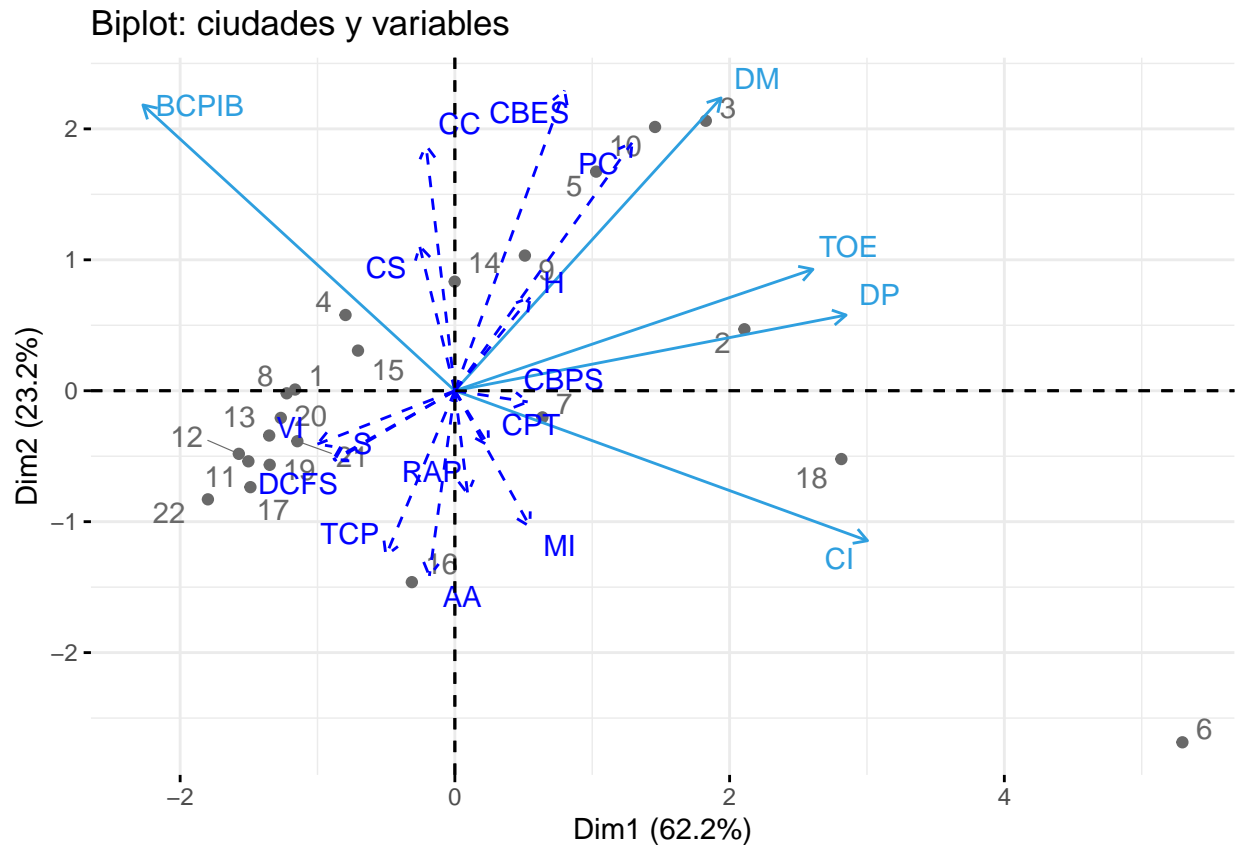
### a) Mapa de variables

```
fviz_pca_var(res.pca, col.var = "cos2",  
             gradient.cols = c("#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),  
             repel = TRUE, title = "Variables activas e ilustrativas")
```



### b) Biplot

```
fviz_pca_biplot(res.pca, repel = TRUE,  
                col.var = "#2E9FDF", col.ind = "#696969",  
                title = "Biplot: ciudades y variables")
```



### Distribución de ciudades en el plano factorial

Las ciudades se distribuyen conforme a dos ejes claros: la apertura internacional (Dimensión 1) y el desarrollo social y educativo (Dimensión 2).

En el cuadrante superior derecho se ubican urbes como la 3, 5 y 10, que combinan una elevada diversificación de mercados y dinamismo exportador (INT\_67, INT\_70, INT\_68), junto con altos niveles de cobertura en educación superior (RH\_7), calidad de colegios (RH\_9) y cobertura en salud (RH\_11).

En el cuadrante inferior derecho, la ciudad 6 se alinea con una alta tasa de orientación exportadora y un elevado coeficiente de internacionalización (INT\_68-INT\_67), aunque también presenta tasas elevadas de analfabetismo (RH\_5) y crecimiento poblacional (RH\_2), lo cual señala ciertas tensiones sociales.

En el cuadrante superior izquierdo aparecen localidades como la 4 y la 8, que exhiben economías con superávit comercial (INT\_66) y buena cobertura en primaria/secundaria (RH\_6), sin énfasis en la expansión exportadora.

Por último, en el cuadrante inferior izquierdo, donde se agrupan las ciudades 11, 12 y 17, se observa proximidad a indicadores como violencia intrafamiliar (RH\_14), secuestros (RH\_16) y delitos sexuales (RH\_13), lo cual refleja contextos de menor internacionalización y mayores riesgos sociales.

### Punto 3.

Utilizar la función PCA del paquete FactoMiner para realizar un ACP de las variables de recursos humanos (RH) utilizando como ilustrativas las que le correspondieron al grupo



## Carga de archivos y ejecucion del ACP

```
# Estandrizacion y asignacion de nombres de la filas

RHINTce <- scale(RHINT[,2:20], scale = TRUE, center = TRUE)
colnames(RHINTce) <- colnames(RHINT)[2:20]

rownames(RHINTce) <- RHINT$CIUDADES

require(FactoMineR)

#ACP sin grafica
pcaRHINTce <- PCA(RHINTce, quanti.sup = c(15:19), graph = F, ncp = 6)

pcaRHINTce
```

## Valores propios y varianza explicada

Table 6: Valores propios, porcentaje de varianza y varianza acumulada

	Valor propio	% Varianza	% Acumulado
comp 1	3.5715	25.5104	25.5104
comp 2	2.2390	15.9932	41.5036
comp 3	2.0716	14.7971	56.3007
comp 4	1.6027	11.4479	67.7486
comp 5	1.2583	8.9880	76.7366
comp 6	1.1918	8.5128	85.2494
comp 7	0.7712	5.5087	90.7581
comp 8	0.4614	3.2959	94.0539
comp 9	0.3276	2.3401	96.3941
comp 10	0.2153	1.5376	97.9316
comp 11	0.1288	0.9199	98.8515
comp 12	0.0942	0.6726	99.5241
comp 13	0.0538	0.3845	99.9086
comp 14	0.0128	0.0914	100.0000

### Análisis de los valores propios y varianza explicada:

Los resultados del Analisis de Componentes Principales (ACP) revelan que las primeras seis componentes presentan valores propios mayores a 1, juntando el 85.25% de la varianza acumulada entre ellas. La primera componente principal captura el 25.51% de la variabilidad, mostrando la mayor influencia individual, mientras que entre la primera y la segunda componente acumulan el 41.50%, lo que permite una representación bidimensional inicial, aunque limitada. La inclusión progresiva de componentes hasta la sexta componente (85.25%) ofrece un equilibrio óptimo entre reducción dimensional y conservación de información. Sin embargo, alcanzar el 90% de varianza requeriría ocho componentes, indicando que la estructura subyacente de los datos está distribuida multidimensionalmente. Las cinco variables suplementarias, aunque no contribuyen al cálculo de la varianza, permitirán enriquecer la interpretación de estos componentes al analizar su proyección en el espacio factorial (n-factores). Este comportamiento sugiere que, si bien es posible reducir significativamente la dimensionalidad, la complejidad de los datos exige considerar múltiples dimensiones para un análisis exhaustivo.

## Correlaciones variable factor

Table 7: Correlaciones variables factor primeras 6 dimensiones

	Dim.1	Dim.2	Dim.3	Dim.4	Dim.5	Dim.6
PC	-0.3569	0.7088	-0.0370	0.2907	0.0014	0.4134
TCP	0.8193	0.1945	-0.1064	0.3789	0.1926	0.0511
AA	0.9042	0.2083	-0.2736	-0.0455	0.0122	0.0645
CBPS	0.2085	0.3028	0.6300	-0.5551	-0.1747	-0.1542
CBES	-0.5160	0.7179	0.1057	0.0908	0.1345	0.2576
RAP	0.7936	0.3049	0.2618	-0.0864	-0.2436	0.1866
CC	-0.6709	0.4063	0.1403	0.1353	0.2379	-0.0390
CPT	-0.2128	-0.3014	-0.1846	-0.5536	0.3631	0.4263
CS	-0.0764	0.4103	-0.2834	0.2444	0.0393	-0.7590
MI	0.6433	0.1904	-0.2198	0.0607	0.6197	0.0650
DCFS	0.2180	-0.1962	0.7679	0.4088	0.2387	0.1102
VI	0.0181	-0.2347	0.8007	0.3024	0.0763	-0.0669
H	-0.1010	-0.0445	0.1945	-0.3387	0.6877	-0.3074
S	-0.2064	-0.6319	-0.2376	0.5359	0.0577	0.1202

### Análisis de correlaciones variables-factor en las primeras seis dimensiones:

El análisis de las correlaciones revela patrones significativos en la estructura de los datos. En la Dimensión 1, la *Analfetismo absoluto* (0.904) y *Tasa de Crecimiento Poblacional* (0.819) muestran las correlaciones positivas más altas, sugiriendo que este eje representa principalmente desafíos socio-demográficos (condiciones de menor desarrollo social). Contrariamente, la *Calidad de los Colegios* (-0.671) y *Cobertura en Educación Superior* (-0.516) presentan correlaciones negativas, indicando una posible tensión entre desarrollo urbano y calidad educativa. La Dimensión 2 está dominada por variables educativas (*Cobertura Bruta en Educación Superior*: 0.718) y demográficas (*Población de la Ciudad*: 0.709), mientras que los *Secuestros* (-0.632) aparecen como contrapeso, reflejando un eje de “desarrollo vs. inseguridad”. En la Dimensión 3, los *Delitos contra la Formación Sexual* (0.768) y *Violencia Intrafamiliar* (0.801) emergen como factores críticos, independientes de las dimensiones económicas. Las dimensiones restantes capturan relaciones más específicas: la Dimensión 4 asocia con una correlación positiva *Secuestros* (0.536) con variables educativas (5) mientras que las variables *Cobertura bruta en primaria y secundaria* (-0.5551) y *Capacitación para el trabajo* (-0.5536) tienen una correlación negativa moderada. Esto sugiere que las ciudades con una alta incidencia de secuestros también pueden presentar deficiencias en estas áreas educativas fundamentales. La Dimensión 5 establece un vínculo claro entre la *Mortalidad Infantil* (0.620) y los *Homicidios* (0.688). Estas fuertes correlaciones positivas sugieren que las áreas con tasas más altas de mortalidad infantil también pueden experimentar niveles elevados de violencia. La Dimensión 6 revela una fuerte correlación negativa con la *Cobertura en Salud* (-0.759). Esto indica que esta dimensión 6 se define en gran medida por la relación inversa con la cobertura en salud, sugiriendo que otros factores dentro de esta dimensión tienden a disminuir a medida que aumenta la cobertura en salud.

### Variables y objetos graficados en distintas dimensiones

#### Análisis de Relación entre variables y ciudades Dimensiones 1 y 2

El gráfico presenta la distribución de las variables activas y suplementarias, junto con la ubicación de las principales ciudades colombianas en las dos primeras dimensiones del ACP, que en conjunto explican el 41.5% de la varianza total.

En la **Dimensión 1 (25.5% de varianza)**, observamos un claro contraste entre indicadores de desarrollo y problemáticas sociales. Las variables con mayor contribución positiva incluyen la *Cobertura bruta en*

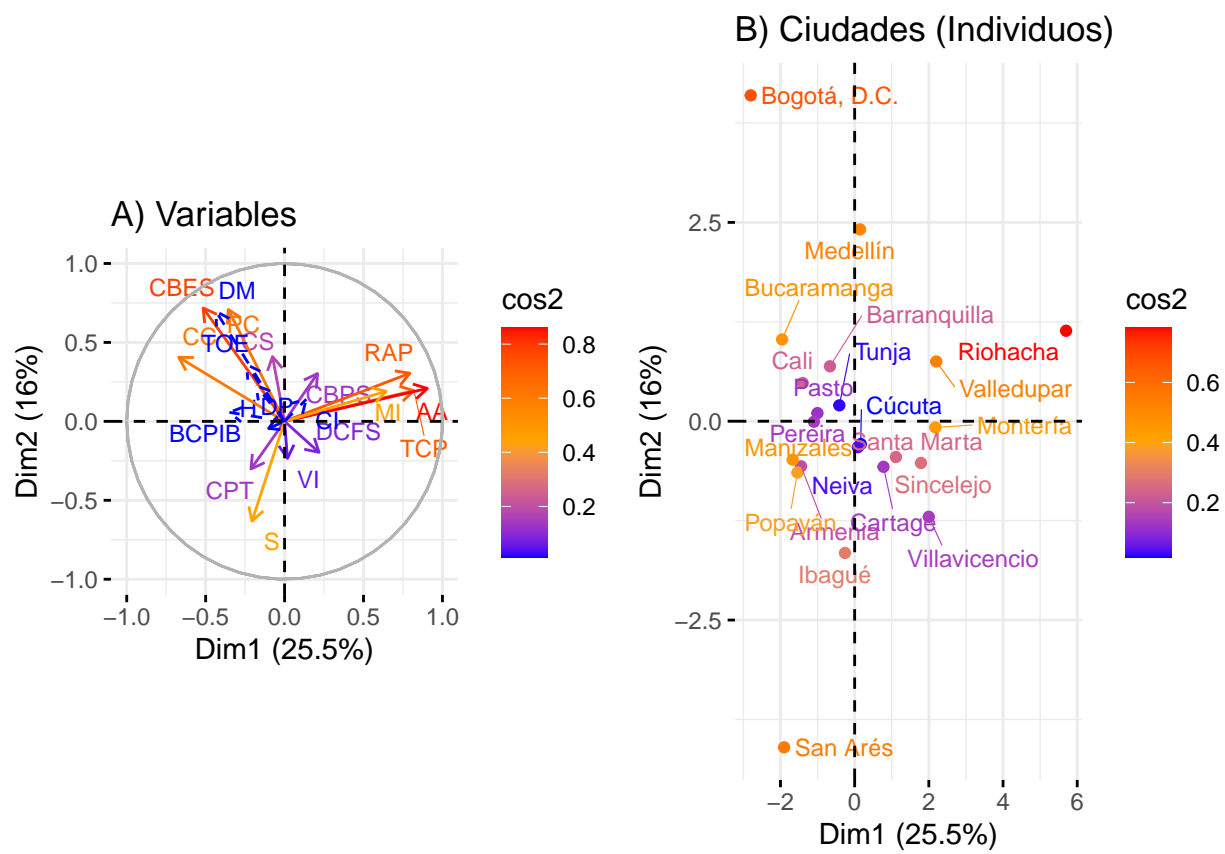


Figure 2: Figura 1. Variables y ciudades en las Dimensiones 1 y 2

*educación superior* (CBES) con *Diversificación de los mercados* (DM) como variable ilustrativa, lo que indica que a mayor educación superior también sube la diversificación en los mercados. Mientras que *Cobertura bruta en educación superior* (CBES) y la *relación alumno-profesor* (RAP), están asociadas principalmente a las ciudades Bogotá y Medellín. En el extremo opuesto, los *secuestros* (S) aparecen vinculados a ciudades como Cúcuta y Riohacha.

La **Dimensión 2 (16% de varianza)** revela una diferenciación adicional, donde la *violencia intrafamiliar* (VI) se ubica en la parte superior del gráfico, mientras que variables educativas ocupan la zona inferior.

#### **Posicionamiento de las Ciudades(Gráfico B):**

*Riohacha, Valledupar, Medellín* se encuentran en el Cuadrante I (+ Dimensión 1 / + Dimensión 2) lo que indica que estas ciudades se caracterizan por presentar una alta tasa de crecimiento demográfico y, simultáneamente, un buen acceso a educación básica y servicios de salud.

*Bogotá D.C., Bucaramanga, Cali, Armenia, Popayán* estas ciudades en el Cuadrante II (– Dimensión 1 / + Dimensión 2) este grupo de ciudades exhibe una sólida infraestructura educativa y sanitaria, aunque con un menor dinamismo demográfico en comparación con las del cuadrante I.

*San Andrés* esta ciudad se encuentra en el Cuadrante III (– Dimensión 1 / – Dimensión 2): se distingue por no presentar un crecimiento poblacional destacado ni buenos servicios. Además, prevalecen en ella riesgos asociados a secuestros y una baja capacitación laboral.

*Villavicencio, Santa Marta, Ibagué* ubicadas en el Cuadrante IV (+ Dimensión 1 / – Dimensión 2) muestran un crecimiento y retos demográficos importantes, pero también se ven afectadas por altos niveles de violencia intrafamiliar y delitos sexuales.

**Principales hallazgos:** 1. Las capitales principales (Bogotá, Medellín) muestran el mejor desempeño en indicadores clave de desarrollo 2. Existe una marcada disparidad regional en seguridad y acceso a educación 3. Las variables suplementarias, aunque con representación limitada, sugieren relaciones interesantes que merecen mayor exploración

Este análisis evidencia la utilidad del ACP para identificar patrones territoriales y relaciones complejas entre múltiples indicadores socioeconómicos. La posición relativa de las variables suplementarias, en particular BCPIB y DM, ofrece valiosos insumos para investigaciones posteriores sobre los factores que impulsan el desarrollo regional.

#### **Análisis de Relación entre variables y ciudades Dimensiones 1 y 3**

El gráfico presenta la distribución de las variables activas y suplementarias, junto con la ubicación de las principales ciudades colombianas en las dos primeras dimensiones del ACP, que en conjunto explican el 40.3% de la varianza total.

La **Dimensión 1 (25.5% de varianza)**: Hacia la derecha, se agrupan los indicadores que reflejan desafíos en el desarrollo socioeconómico y humano, como el Analfabetismo Absoluto (AA), la Tasa de Crecimiento Poblacional (TCP), la Relación Alumno-Profesor (RAP) y la Mortalidad Infantil (MI). En contraposición, hacia la izquierda, se posicionan las variables relacionadas con una sólida infraestructura educativa y capital social, incluyendo la Calidad de los Colegios (CC) y la Cobertura Bruta en Educación Superior (CBES). Además, en esta misma dirección, se ubican variables suplementarias como la Población de la Ciudad (PC) y la Diversificación de Mercados (DM), sugiriendo una asociación con entornos más desarrollados y complejos.

La **Dimensión 3 (14.8% de varianza)**: En la parte superior, se concentran indicadores de lo que podríamos llamar problemáticas “cognitivo-motoras” y de seguridad más específicas, como la Violencia Intrafamiliar (VI), los Delitos contra la Formación Sexual (DCFS) y la Cobertura Bruta Primaria-Secundaria (CBPS). En contraste, en la parte inferior, encontramos indicadores de seguridad y bienestar con un carácter más “general” o social, como la Cobertura en Salud (CS) y los Secuestros (S).

#### **Posicionamiento de las Ciudades (Gráfico B):**

*Villavicencio* se ubica en el cuadrante superior-derecho (Dimensión 1 positiva, Dimensión 3 positiva), lo que sugiere que esta ciudad experimenta tanto un alto dinamismo demográfico-educativo como elevados problemas de Violencia Intrafamiliar y Delitos contra la Formación Sexual.

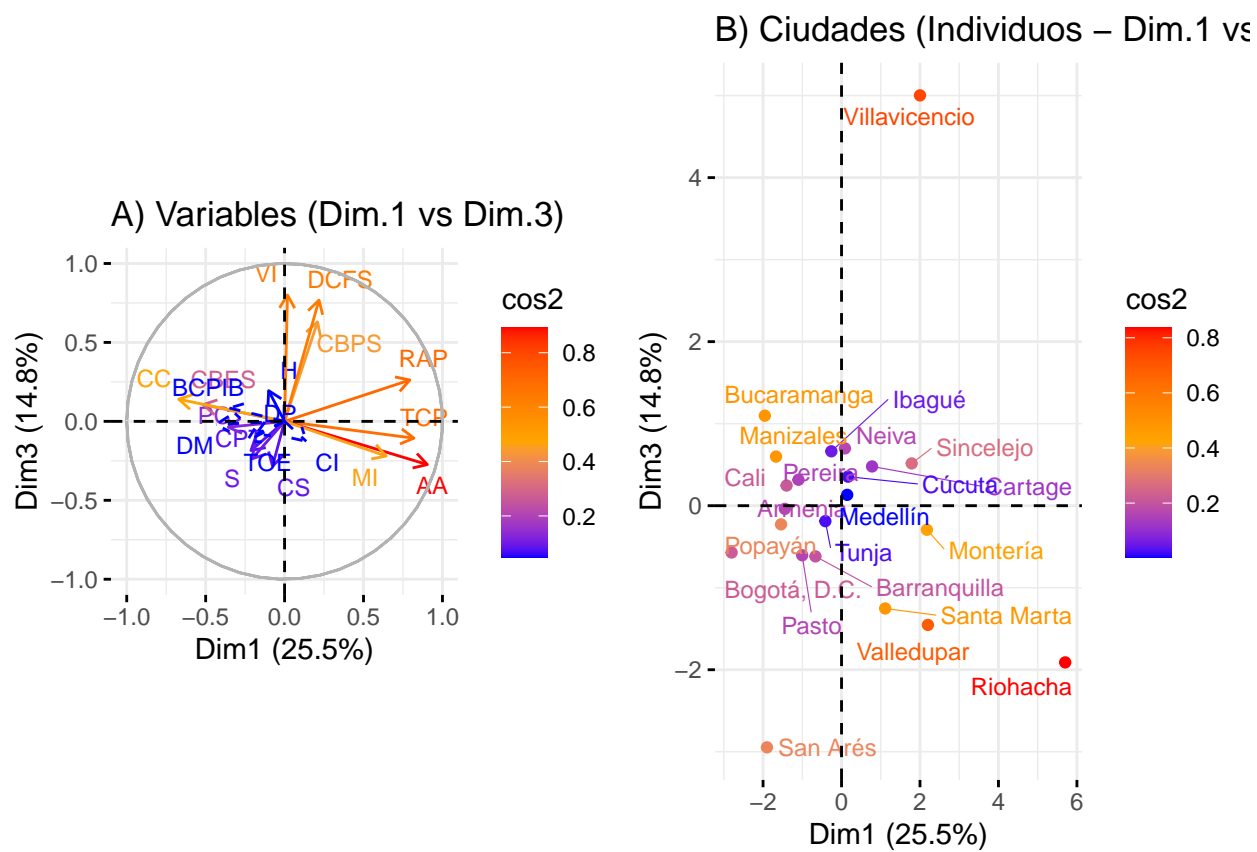


Figure 3: Figura 1.1 Variables y ciudades en las Dimensiones 1 y 3

*Riohacha, Valledupar, Santa Marta y Montería* se sitúan en la zona de alto valor en la Dimensión 1 pero bajo en la Dimensión 3. Esto indica que estas ciudades muestran crecimiento y desarrollo poblacional, pero con menores incidencias de delitos intrafamiliares o contra la formación sexual.

*Bucaramanga, Manizales y Pereira* se posicionan hacia el lado positivo de la Dimensión 3 y cerca de cero en la Dimensión 1. Este perfil apunta a que estas ciudades enfrentan retos significativos en violencia intrafamiliar y comunitaria, sin un claro predominio de un perfil de desarrollo demográfico-educativo específico.

*Bogotá D.C., Popayán, Pasto y Barranquilla* se agrupan en el cuadrante inferior-izquierdo. Esta característica las define por un menor dinamismo poblacional y una infraestructura educativa consolidada, acompañada de niveles relativamente bajos de violencia específica.

*San Andrés* destaca por su posición en los valores negativos de ambas Dimensiones 1 y 3. Esto sugiere que presenta tanto un bajo crecimiento/dinamismo como menores problemas de Violencia Intrafamiliar y Delitos contra la Formación Sexual.

### Principales hallazgos

1. *Dualidad desarrollo-violencia*: algunas ciudades (e.g. Villavicencio) combinan alto crecimiento social con elevados delitos familiares y sexuales, mientras que otras con crecimiento similar muestran menos violencia (Riohacha, Santa Marta).
2. *Zonas de riesgo educativo-violento*: ciudades con baja infraestructura educativa (CC/CBES) suelen presentar mayores índices de VI/DCFS (cuadrante superior-izquierdo).

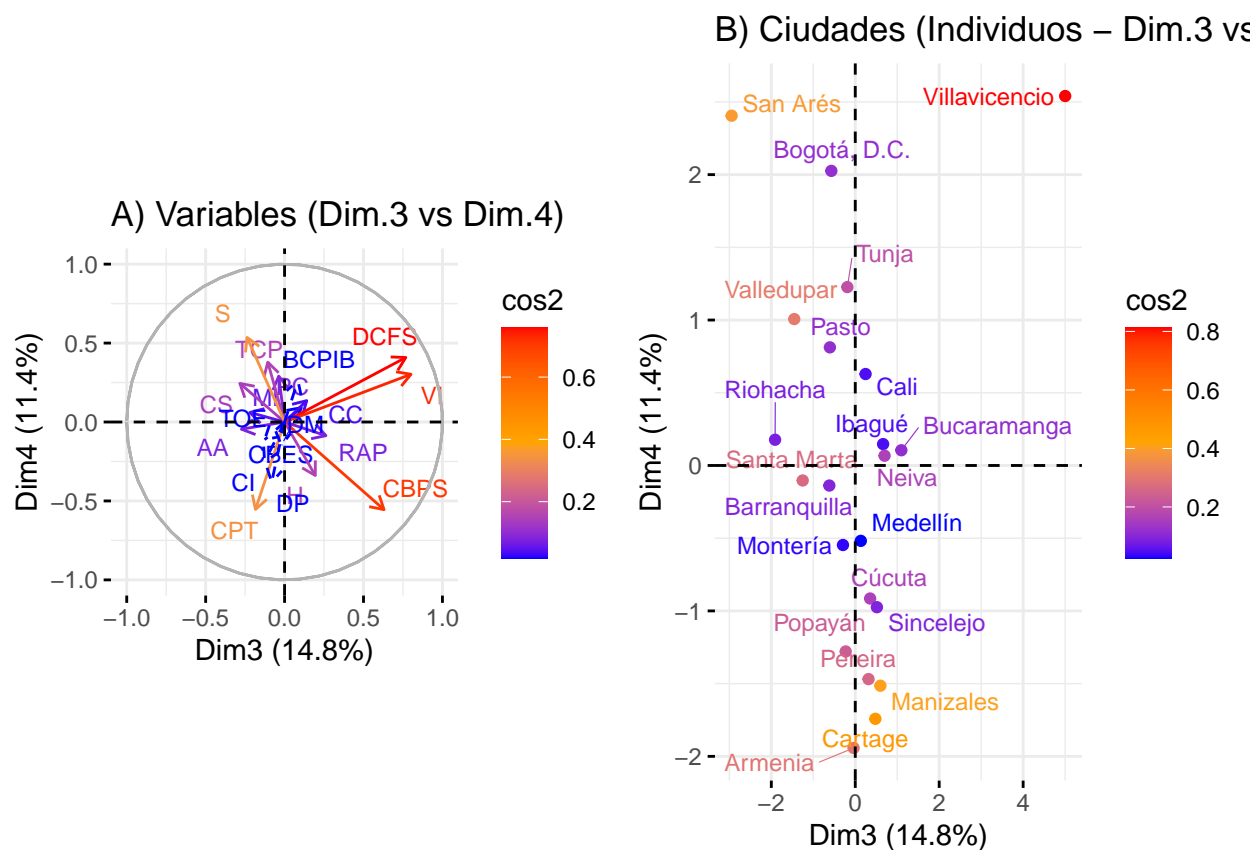


Figure 4: Figura 1. Variables y ciudades en las Dimensiones 3 y 4

### Análisis de Relación entre variables y ciudades Dimesiones 3 y 4:

El gráfico presenta la distribución de las variables activas y suplementarias, junto con la ubicación de las principales ciudades colombianas en las dos primeras dimensiones del ACP, que en conjunto explican el 26.2% de la varianza total.

La **Dimensión 3 (14.8% de la varianza)**: Este eje se define fuertemente por cargas positivas elevadas de variables como los *Delitos contra la Formación Sexual* (DCFS), la *Violencia Intrafamiliar* (VI) y la *Cobertura Bruta en Primaria y Secundaria* (CBPS). Esto indica que las ciudades con puntuaciones altas en esta dimensión no solo predominan en problemáticas de violencia familiar y sexual, sino que también presentan una mayor cobertura en la escolarización primaria y secundaria.

La **Dimensión 4 (11.4%)**: En su polo positivo, la Dimensión 4 se caracteriza por cargas positivas altas en *Delitos contra la Formación Sexual* (DCFS), *Violencia Intrafamiliar* (VI), *Secuestros* (S) y *Cobertura en Salud* (CS). Este polo refleja contextos donde coexisten altos índices de delitos familiares, sexuales y secuestros, junto con variaciones en la cobertura sanitaria.

Por otro lado, en su polo negativo, se observan cargas negativas significativas en *Capacitación para el Trabajo* (CPT) y *Homicidios* (H). Esto señala ciudades con bajos niveles de formación laboral y, simultáneamente, una mayor incidencia de homicidios.

#### **Posicionamiento de las Ciudades (Gráfico B):**

*Villavicencio* estas ciudades ubicadas en el Cuadrante I (+ Dimensión 3 / + Dimensión 4) se caracteriza por un contexto de fuerte violencia intrafamiliar y sexual, simultáneamente con una buena escolarización primaria y secundaria.

*San Andrés, Bogotá D.C., Valledupar* ubicadas en el Cuadrante II (– Dimensión 3 / + Dimensión 4) presentan altos índices de secuestros y variaciones notables en la cobertura de salud, pero sin los picos de violencia familiar o sexual observados en el cuadrante anterior.

*Armenia, Popayán* estas ciudades en el Cuadrante III (– Dimensión 3 / – Dimensión 4) muestran bajos niveles de capacitación laboral y menores índices de violencia familiar o sexual, lo que les confiere un perfil relativamente “tranquilo” en cuanto a estas problemáticas, aunque con un menor impulso en formación laboral.

*Cúcuta, Sincelejo, Cartagena* ubicadas en el Cuadrante IV (+ Dimensión 3 / – Dimensión 4) a pesar de tener una buena cobertura en educación primaria y secundaria, estas ciudades enfrentan retos significativos de homicidios y menor capacitación para el trabajo, lo que las sitúa en una posición de desafíos mixtos.

#### **Principales hallazgos:**

*Violencia familiar/sexual vs. formación escolar*: Se combinan altos índices de VI/DCFS con sólida cobertura escolar (Cuadrante I), un perfil mixto que exige políticas simultáneas de prevención de violencia y fortalecimiento educativo.

*Salud y secuestros*: Bogotá y San Andrés (II) muestran que el reto principal es la seguridad (secuestros) y ajustes en salud, no tanto la violencia intrafamiliar.

#### **Análisis de Relación entre variables y ciudades Dimensiones 5 y 6:**

El gráfico presenta la distribución de las variables activas y suplementarias, junto con la ubicación de las principales ciudades colombianas en las dos primeras dimensiones del ACP, que en conjunto explican el 17.5% de la varianza total.

En el plano definido por las **dimensiones 5 (9%) y 6 (8.5%)**, se identifican asociaciones residuales entre variables sociales. La dimensión 5 muestra una oposición entre la *cobertura en salud* (CS), ubicada en el extremo negativo, y los *homicidios* (H) y *mortalidad infantil* (MT), más próximos al lado positivo. La dimensión 6 se vincula positivamente con *capacitación para el trabajo* (CPT) y *delitos contra la formación sexual* (DCFS), sugiriendo un eje relacionado con vulnerabilidades sociales y esfuerzos educativos. Las variables suplementarias de internacionalización tienen una baja contribución en estas dimensiones, aunque *diversificación de productos* (DP) y *mercados* (DM) se orientan ligeramente hacia la Dim.6.

#### **Posicionamiento de las Ciudades (Gráfico B):**

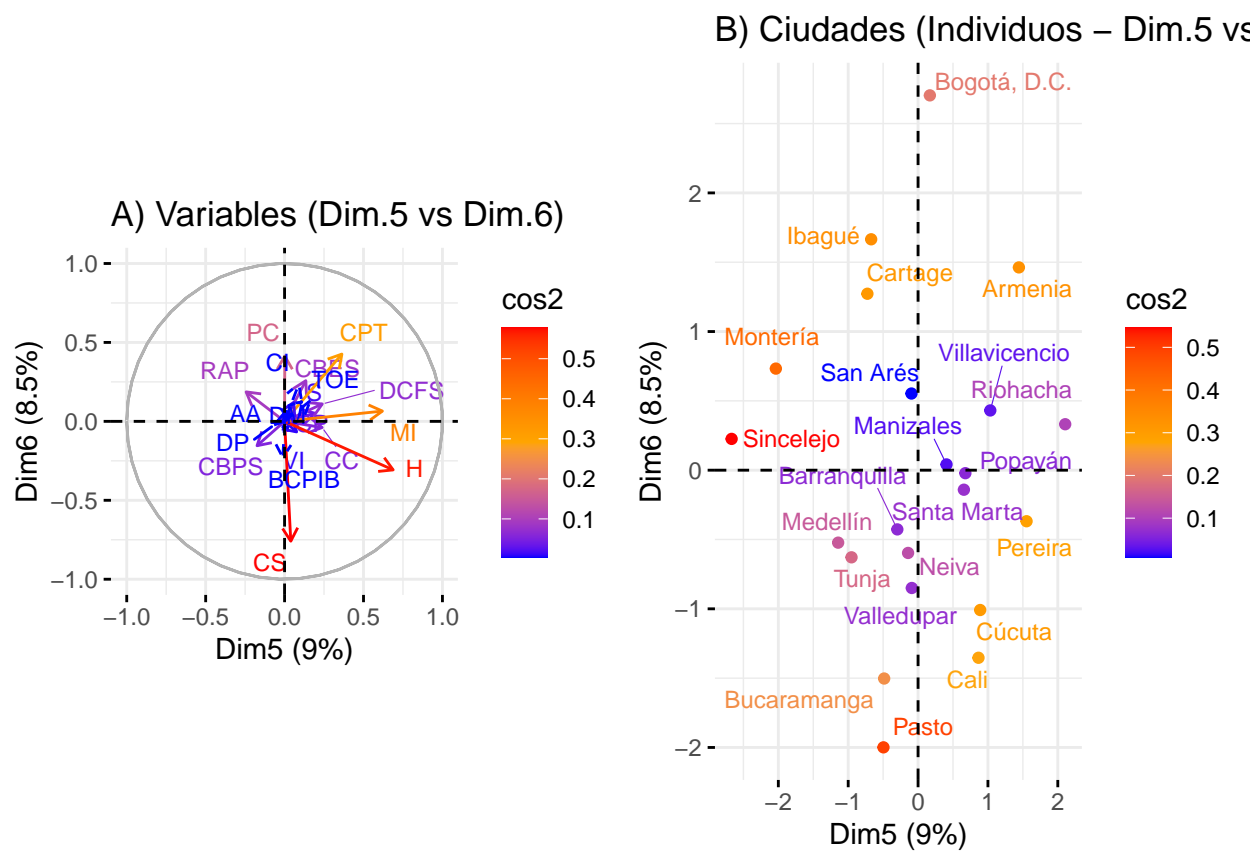


Figure 5: Figura 4. Variables y ciudades en las Dimensiones 5 y 6



*Bogotá D.C., Armenia* estas ciudades ubicadas en el cuadrante I (+ Dim 5 / + Dim 6) se caracterizan por una compleja mezcla de altos homicidios y mortalidad infantil, coexistiendo con una elevada capacitación laboral y una notable prominencia poblacional y educativa.

*San Andrés, Montería, Sincelejo* ubicadas en el cuadrante II (– Dim 5 / + Dim 6) aquí encontramos ciudades con buena escolarización y una fuerte apuesta por la formación laboral y la educación superior.

*Pasto, Bucaramanga, Tunja, Medellín, Barranquilla, Valledupar* ciudades ubicadas en el cuadrante III (– Dim 5 / – Dim 6) exhiben un perfil generalmente “tranquilo”, con sólidas coberturas educativa y sanitaria, baja mortalidad y menos homicidios.

*Cúcuta, Cali, Pereira* ubicadas en el cuadrante IV (+ Dim 5 / – Dim 6) estas ciudades enfrentan el desafío de altos índices de homicidios y mortalidad infantil, agravado por una cobertura de salud relativamente deficiente.

### Principales hallazgos:

*Dualidad violencia-formación poblacional:* Bogotá y Armenia (Cuadrante I) muestran que, pese a un contexto violento (homicidios/MI altos), cuentan con fuertes programas de capacitación y población joven/educada.

*Modelos opuestos de ciudad:* Pasto y Bucaramanga (III) combinan baja violencia con buenos servicios educativos y sanitarios, pero sin apuesta fuerte por la formación técnica.

*Oportunidades de intervención sanitaria:* Cúcuta y Cali (IV) requieren priorizar mejoras en cobertura de salud para mitigar sus altos índices de homicidios y mortalidad infantil.

Finalmente las Dimensiones 5 y 6 permiten afinar políticas de seguridad, salud y formación atendiendo a perfiles residuales que no se capturan completamente en los ejes principales.

### Biplots

**Biplot Dimensiones 1 y 2** El biplot de las dimensiones 1 (25,5 %) y 2 (16 %) ofrece una representación clara de las principales diferencias socioeconómicas entre las ciudades analizadas.

La Dimensión 1 enfrenta, en su extremo derecho, indicadores como Homicidios (H), Mortalidad Infantil (MI) y Tasa de Crecimiento Poblacional (TCP), que ubican a Riohacha y Valledupar entre las ciudades con mayores retos en seguridad y demografía. Hacia la izquierda, en cambio, se agrupan Cobertura en Salud (CS), Cobertura en Educación Superior (CBES) y Balanza Comercial/PIB (BCPIB), rasgos propios de urbes con servicios más sólidos y economías diversificadas, como Bogotá D.C. y Medellín.

La Dimensión 2 realza el posicionamiento de Bogotá y Medellín por sus altos puntajes en Calidad de los Colegios (CC) y CBES, mientras que San Andrés e Ibagué se sitúan en la parte inferior, reflejando menores niveles en estos indicadores educativos.

Las variables suplementarias (en azul), sobre todo aquellas vinculadas a la internacionalización —Coeficiente de Internacionalización (CI) y Tasa de Orientación Exportadora (TOE)— mantienen una ligera inclinación hacia valores positivos de la Dimensión 2, sugiriendo su aporte al perfil de las ciudades más desarrolladas.

### Biplot Dimensiones 1 y 3

El biplot de las dimensiones 1 (25,5 %) y 3 (14,8 %): en el eje horizontal, se opone el dinamismo demográfico y los desafíos educativos a la fortaleza de la infraestructura formativa y económica. Hacia la derecha, las flechas intensas de Analfabetismo Absoluto (AA), Tasa de Crecimiento Poblacional (TCP) y Relación Alumno-Profesor (RAP) señalan a ciudades que crecen rápido pero afrontan altos retos de alfabetización y mortalidad infantil. En el extremo opuesto, las vectores más suaves de Calidad de los Colegios (CC), Cobertura en Educación Superior (CBES) y Diversificación de Mercados (DM) identifican urbes con mejor formación académica y economías diversificadas, aunque con un pulso poblacional más pausado. En el eje vertical, aparecen las fuertes contribuciones de Violencia Intrafamiliar (VI) y Delitos contra la Formación Sexual (DCFS), junto a la Cobertura Primaria/Secundaria (CBPS), configurando un cuadrante donde la

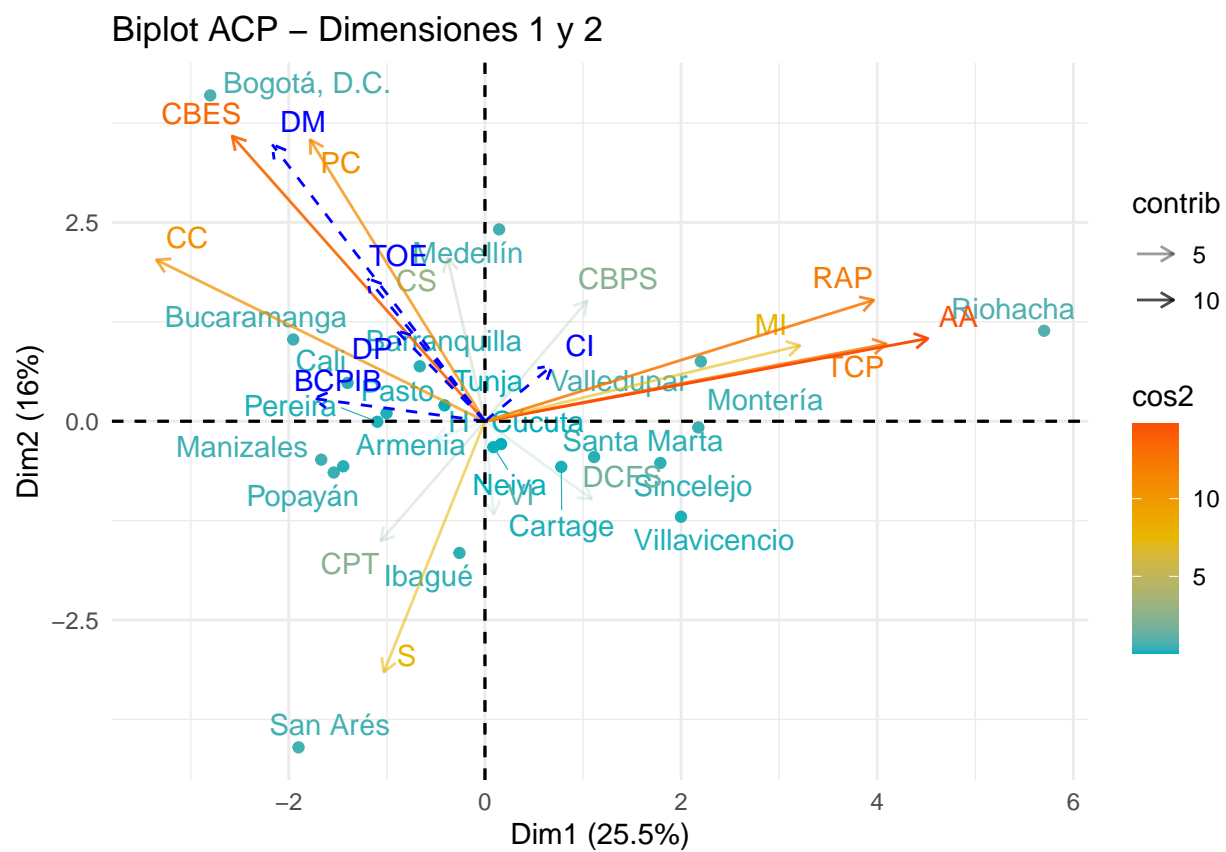


Figure 6: Figura 4. Biplot: Variables y ciudades en las Dimensiones 1 y 2

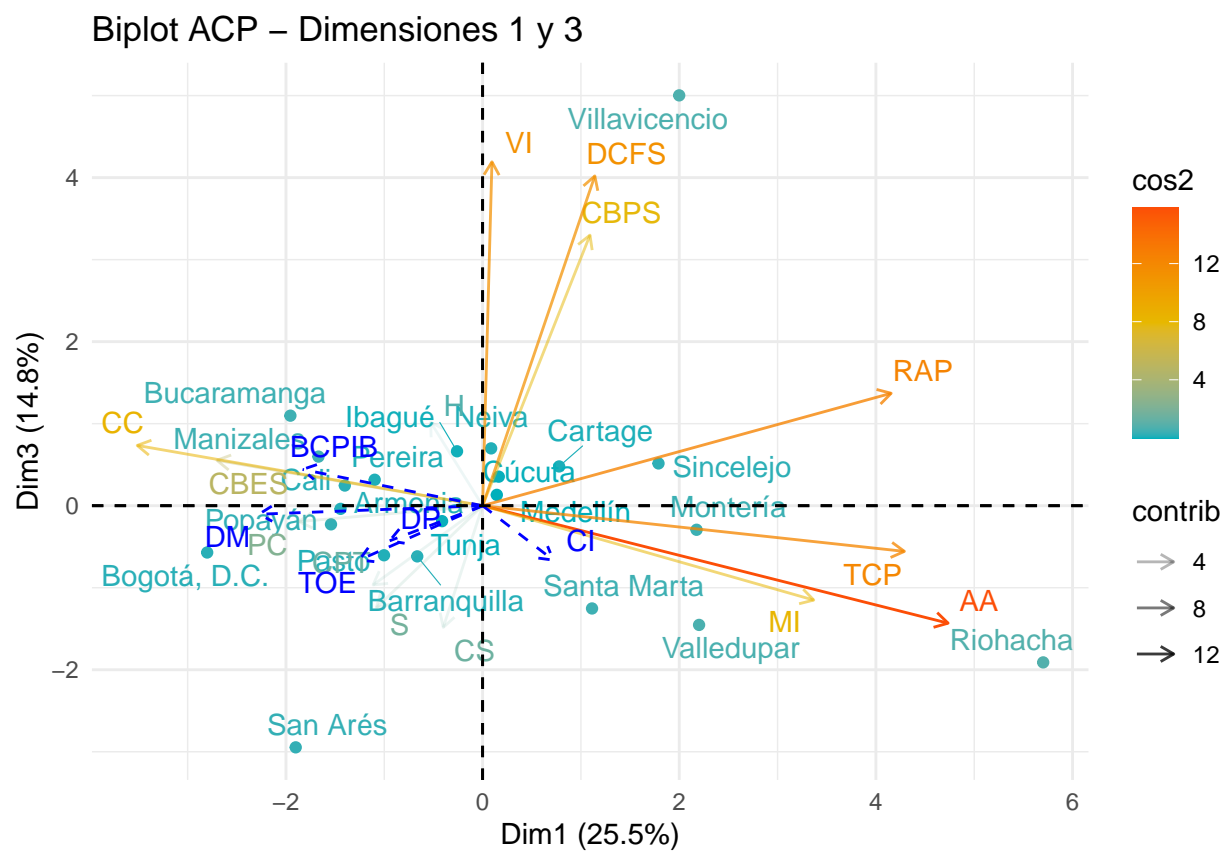


Figure 7: Figura 4.1 biplot Dimensiones 1 y 3

escolarización básica convive con focos de violencia; hacia abajo, flechas semitransparentes de Cobertura en Salud (CS) y Secuestros (S) nos recuerdan que su relato emerge con mayor nitidez en otros planos del análisis.

Al situar las ciudades, distinguimos claramente cuatro perfiles: aquellas que combinan rápido crecimiento y altos índices de violencia familiar y sexual (Villavicencio, cuadrante I); las que, sin gran dinamismo poblacional, aún presentan focos de violencia doméstica junto a buena escolarización primaria (Bucaramanga y Manizales, cuadrante II); las que exhiben sólida infraestructura educativa y bajos niveles de delito, aunque con crecimiento moderado (Bogotá D.C., Pasto y Barranquilla, cuadrante III); y las que crecen con menor violencia intrafamiliar o sexual (Riohacha y Valledupar, cuadrante IV).

La transparencia moderada de algunas flechas nos recuerda que variables como CS o S tienen su fuerza repartida en otras dimensiones y no deben descartarse, mientras que las variables suplementarias (PC, DP, BCPIB, TOE), con flechas muy tenues, subrayan su papel de matizar la complejidad urbana más allá de estos dos ejes. En conjunto, este plano 1–3 no sólo destaca la dualidad entre crecimiento y violencia, sino que también invita a explorar ejes adicionales para diseñar políticas que equilibren desarrollo demográfico, calidad educativa y seguridad ciudadana.

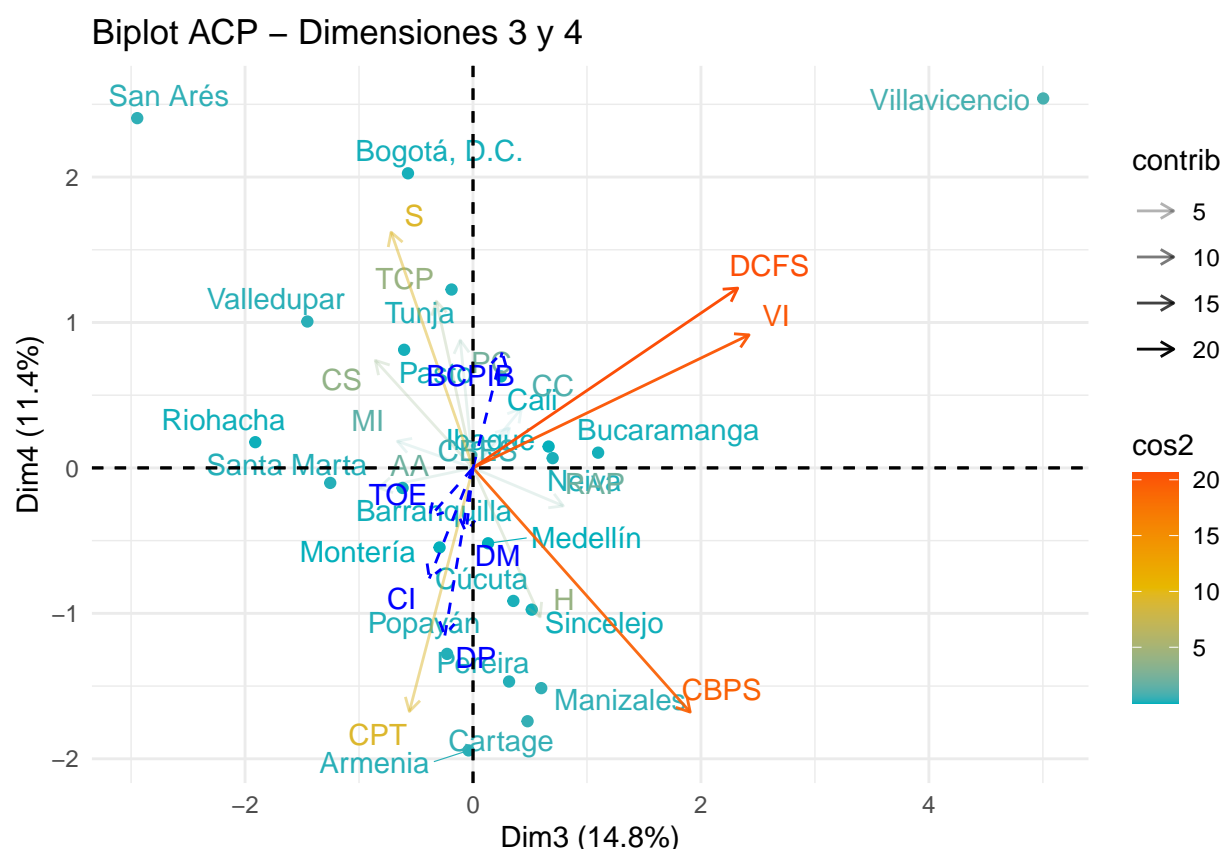


Figure 8: Figura 4. biplot Dimensiones 3 y 4

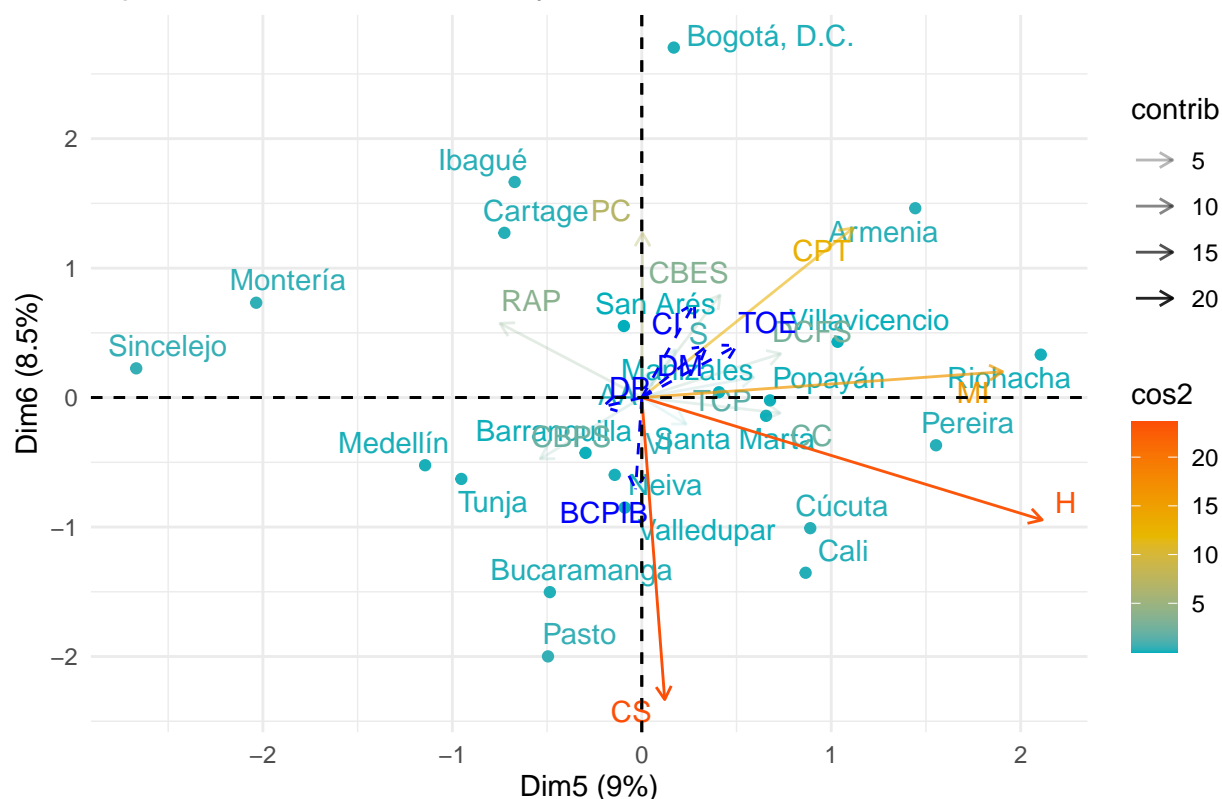
**Biplot Dimensiones 3 y 4** El biplot de las dimensiones 3 (14.8%) y 4 (11.4%) aporta una visión complementaria sobre la diversidad social entre ciudades, enfocándose especialmente en variables relacionadas con la violencia intrafamiliar, delitos sexuales y cobertura educativa. En la Dimensión 3, las variables Delitos contra la formación sexual (DCFS) y Violencia Intrafamiliar (VI) sobresalen con alta contribución positiva, lo que permite identificar a Bucaramanga como una ciudad fuertemente asociada con estos fenómenos sociales. En contraste, hacia el extremo negativo de esta dimensión se agrupan ciudades como Armenia, Cartago y Manizales, cuya ubicación sugiere una menor incidencia de estas problemáticas. En esta misma direc-

ción negativa influye la Cobertura Bruta en Primaria y Secundaria (CBPS), que actúa como un indicador diferenciador de buen desempeño educativo.

Por su parte, la Dimensión 4 muestra un comportamiento más difuso. Variables como la Balanza Comercial como proporción del PIB (BCPIB) y la Tasa de Crecimiento de la Población (TCP) aportan leves contrastes, particularmente entre Bogotá, Tunja y otras ciudades intermedias. Se destaca Villavicencio, que se proyecta en el cuadrante superior derecho de manera aislada, aunque no se encuentra estrechamente vinculada con ninguna de las variables representadas, lo que sugiere dinámicas propias que no están bien explicadas por estas dos dimensiones.

En conjunto, este plano evidencia cómo algunas ciudades se enfrentan a mayores retos en términos de violencia de género, mientras que otras destacan por su cobertura educativa. Esta representación ayuda a clarificar las dinámicas sociales diferenciadas entre territorios, revelando no solo problemas estructurales, sino también oportunidades de mejora orientadas a la equidad educativa y la seguridad ciudadana.

**Biplot ACP – Dimensiones 5 y 6**



**Biplot Dimensiones 5 y 6** El biplot correspondiente a las dimensiones 5 (9%) y 6 (8.5%) ofrece una perspectiva complementaria centrada principalmente en variables relacionadas con la seguridad y el bienestar social. La variable Homicidios (H) presenta una alta contribución positiva sobre la Dimensión 5 y destaca como uno de los factores más influyentes en este plano. Su proyección la vincula especialmente con ciudades como Rionhacha, Pereira y Cúcuta, lo que sugiere una mayor incidencia de violencia letal en estos territorios. En contraste, Secuestros (S) incide de forma negativa en la Dimensión 6, aunque su peso relativo es más moderado, reflejando un impacto menos dominante en la estructura global del análisis.

Entre las variables con una contribución menor pero aún relevante, se encuentran Cobertura en Salud (CS) y Calidad de los Colegios (CC), cuya influencia aparece más atenuada y dispersa en el gráfico, indicando que su efecto en este plano es secundario o complementario.

En cuanto a las ciudades, Bogotá D.C., Ibagué y Cartago se sitúan cerca del centro del gráfico, en zonas más neutras, lo que indica una baja asociación directa con las variables representadas en estas dimensiones.

En conjunto, estas dimensiones permiten identificar de forma más clara a aquellas ciudades que enfrentan niveles preocupantes de violencia, diferenciándolas de otras con un contexto relativamente más estable en términos de seguridad. La información aquí revelada resulta clave para comprender los matices territoriales de la criminalidad, así como para orientar políticas públicas con enfoques más focalizados.

### Cosenos cuadrados de los objetos con los factores

Table 8: Resultados del PCA: Coordenadas, Contribución y Calidad de Representación

Variable	Coord_Dim1	Coord_Dim2	Contrib_Dim1	Contrib_Dim2	Cos2_Dim1	Cos2_Dim2
PC	-0.3569	0.7088	3.57	22.44	0.1274	0.5024
TCP	0.8193	0.1945	18.80	1.69	0.6713	0.0378
AA	0.9042	0.2083	22.89	1.94	0.8175	0.0434
CBPS	0.2085	0.3028	1.22	4.09	0.0435	0.0917
CBES	-0.5160	0.7179	7.46	23.02	0.2663	0.5154
RAP	0.7936	0.3049	17.63	4.15	0.6298	0.0930
CC	-0.6709	0.4063	12.60	7.37	0.4501	0.1651
CPT	-0.2128	-0.3014	1.27	4.06	0.0453	0.0908
CS	-0.0764	0.4103	0.16	7.52	0.0058	0.1684
MI	0.6433	0.1904	11.59	1.62	0.4138	0.0363
DCFS	0.2180	-0.1962	1.33	1.72	0.0475	0.0385
VI	0.0181	-0.2347	0.01	2.46	0.0003	0.0551
H	-0.1010	-0.0445	0.29	0.09	0.0102	0.0020
S	-0.2064	-0.6319	1.19	17.83	0.0426	0.3993

### Análisis de las Tablas de Coordenadas, Contribución y Calidad de Representación (cos2):

El análisis de las tablas 3, 4 y 5 revela la manera en que cada variable original contribuye y se proyecta sobre las dimensiones principales extraídas del Análisis de Componentes Principales (ACP).

En las dimensiones 1 y 2 (tabla 3), destacan por su alta contribución el Analfabetismo Absoluto (AA) en la Dim1 (22.89%), la Cobertura bruta en educación superior (CBES) con una fuerte presencia en Dim2 (23.02%), y la Población de la ciudad (PC) también en Dim2 (22.44%). Esto indica que estas variables son las que más estructuran el espacio bidimensional inicial, y su posición en el biplot ofrece información importante sobre el agrupamiento y diferenciación de las ciudades.

En las dimensiones 3 y 4 (tabla 4), las variables de seguridad cobran protagonismo: Delitos contra la formación sexual (DCFS) y Violencia Intrafamiliar (VI) son las que más contribuyen a la Dim3 (28.46% y 30.95%, respectivamente), mientras que la variable Secuestros (S) tiene un rol importante en la Dim4 (17.92%). Esto sugiere que estas dimensiones capturan esencialmente aspectos relacionados con violencia y criminalidad, diferenciando ciudades según su situación en materia de seguridad.

Por su parte, en las dimensiones 5 y 6 (tabla 5), se destaca Mortalidad Infantil (MI), que explica el 48.34% de la Dim6 y tiene un cos2 alto (0.5761), reflejando una representación muy fiel en este plano. También Homicidios (H) muestra una alta contribución (37.97%) en la Dim5 y se representa con gran claridad (cos2 = 0.4730). Estas dimensiones permiten interpretar patrones más específicos o residuales, principalmente vinculados con indicadores críticos de salud pública y violencia letal.

Finalmente, variables como la Tasa de Ocupación (TOE), Calidad de los colegios (CC) y Capacitación para el trabajo (CPT) mantienen niveles bajos de contribución en las dimensiones más alejadas (Dim3–Dim6), reafirmando su influencia más marcada en las primeras componentes principales. Las variables suplementarias, aunque no contribuyen directamente a la construcción del espacio factorial, ayudan a enriquecer la interpretación, situando a las ciudades también desde una perspectiva de internacionalización y diversificación económica.

Table 9: Resultados del PCA: Coordenadas, Contribución y Calidad de Representación

Variable	Coord_Dim3	Coord_Dim4	Contrib_Dim3	Contrib_Dim4	Cos2_Dim3	Cos2_Dim4
PC	-0.0370	0.2907	0.07	5.27	0.0014	0.0845
TCP	-0.1064	0.3789	0.55	8.96	0.0113	0.1436
AA	-0.2736	-0.0455	3.61	0.13	0.0748	0.0021
CBPS	0.6300	-0.5551	19.16	19.23	0.3969	0.3082
CBES	0.1057	0.0908	0.54	0.51	0.0112	0.0082
RAP	0.2618	-0.0864	3.31	0.47	0.0685	0.0075
CC	0.1403	0.1353	0.95	1.14	0.0197	0.0183
CPT	-0.1846	-0.5536	1.64	19.13	0.0341	0.3065
CS	-0.2834	0.2444	3.88	3.73	0.0803	0.0598
MI	-0.2198	0.0607	2.33	0.23	0.0483	0.0037
DCFS	0.7679	0.4088	28.46	10.42	0.5896	0.1671
VI	0.8007	0.3024	30.95	5.70	0.6412	0.0914
H	0.1945	-0.3387	1.83	7.16	0.0378	0.1147
S	-0.2376	0.5359	2.72	17.92	0.0564	0.2872

Table 10: Resultados del PCA: Coordenadas, Contribución y Calidad de Representación

Variable	Coord_Dim5	Coord_Dim6	Contrib_Dim5	Contrib_Dim6	Cos2_Dim5	Cos2_Dim6
PC	0.0014	0.4134	0.00	14.34	0.0000	0.1709
TCP	0.1926	0.0511	2.95	0.22	0.0371	0.0026
AA	0.0122	0.0645	0.01	0.35	0.0001	0.0042
CBPS	-0.1747	-0.1542	2.42	2.00	0.0305	0.0238
CBES	0.1345	0.2576	1.44	5.57	0.0181	0.0663
RAP	-0.2436	0.1866	4.72	2.92	0.0593	0.0348
CC	0.2379	-0.0390	4.50	0.13	0.0566	0.0015
CPT	0.3631	0.4263	10.48	15.25	0.1319	0.1817
CS	0.0393	-0.7590	0.12	48.34	0.0015	0.5761
MI	0.6197	0.0650	30.52	0.35	0.3841	0.0042
DCFS	0.2387	0.1102	4.53	1.02	0.0570	0.0122
VI	0.0763	-0.0669	0.46	0.38	0.0058	0.0045
H	0.6877	-0.3074	37.59	7.93	0.4730	0.0945
S	0.0577	0.1202	0.26	1.21	0.0033	0.0144