

Lab ACP

Edwin Sanchez

Stephanie Tamayo
Sergio Velasquez

Andres Felipe Torres
Manuel Espitia

Fredy Urrea

2025-05-18

Introduccion

Carga de archivos, organizacion de los datos y renombrar variables

```
library("FactoMineR")
library("dplyr")
library("kableExtra")
library(readxl)
library(FactoMineR)
library(factoextra)
library(kableExtra)

CIUDADES <- readxl::read_excel("ciudades original-filtrado-con etiquetas (1).xlsx",
                              sheet = 1)
RHINT <- CIUDADES[,c("CIUDADES", "RH_1", "RH_2", "RH_5", "RH_6", "RH_7", "RH_8", "RH_9",
                    "RH_10", "RH_11", "RH_12", "RH_13", "RH_14", "RH_15", "RH_16", "INT_66",
                    "INT_67",
                    "INT_68", "INT_69", "INT_70")]

#RHINT
colnames(RHINT)[2:20] <- c("PC", "TCP", "AA", "CBPS", "CBES", "RAP", "CC", "CPT", "CS", "MI", "DCFS",
                          "VI", "H", "S", "BCPIB", "CI", "TOE", "DP", "DM")
```

Punto 2.

2. Preparación de datos

Seleccionamos las variables activas (internacionalización) y las variables ilustrativas (recursos humanos).

```
base_acp <- RHINT[, c("BCPIB", "CI", "TOE", "DP", "DM",
                     "PC", "TCP", "AA", "CBPS", "CBES", "RAP", "CC",
                     "CPT", "CS", "MI", "DCFS", "VI", "H", "S")]
```

3. Análisis de Componentes Principales (ACP)

```
res.pca <- PCA(base_acp, scale.unit = TRUE, quanti.sup = 6:19, graph = FALSE)
```

4. Resultados

a) Valores propios

```
eig.val <- round(res.pca$eig, 3)
kable(eig.val, format = "latex", booktabs = TRUE,
```

```
caption = "Valores propios y varianza explicada") %>%
kable_styling(latex_options = c("striped", "hold_position"))
```

Table 1: Valores propios y varianza explicada

	eigenvalue	percentage of variance	cumulative percentage of variance
comp 1	3.110	62.199	62.199
comp 2	1.162	23.238	85.437
comp 3	0.476	9.520	94.957
comp 4	0.252	5.043	100.000
comp 5	0.000	0.000	100.000

b) Correlaciones de variables activas

```
kable(round(res.pca$var$cor, 3), format = "latex",
      booktabs = TRUE,
      caption = "Correlación de variables activas con los factores") %>%
kable_styling(latex_options = c("striped", "hold_position"))
```

Table 2: Correlación de variables activas con los factores

	Dim.1	Dim.2	Dim.3	Dim.4	Dim.5
BCPIB	-0.699	0.672	0.218	0.113	0
CI	0.924	-0.352	0.104	-0.103	0
TOE	0.802	0.285	0.523	-0.037	0
DP	0.876	0.178	-0.192	0.404	0
DM	0.596	0.688	-0.327	-0.253	0

c) Correlaciones de variables ilustrativas

```
kable(round(res.pca$quanti.sup$cor, 3), format = "latex",
      booktabs = TRUE,
      caption = "Correlación de variables ilustrativas con los factores") %>%
kable_styling(latex_options = c("striped", "hold_position"))
```

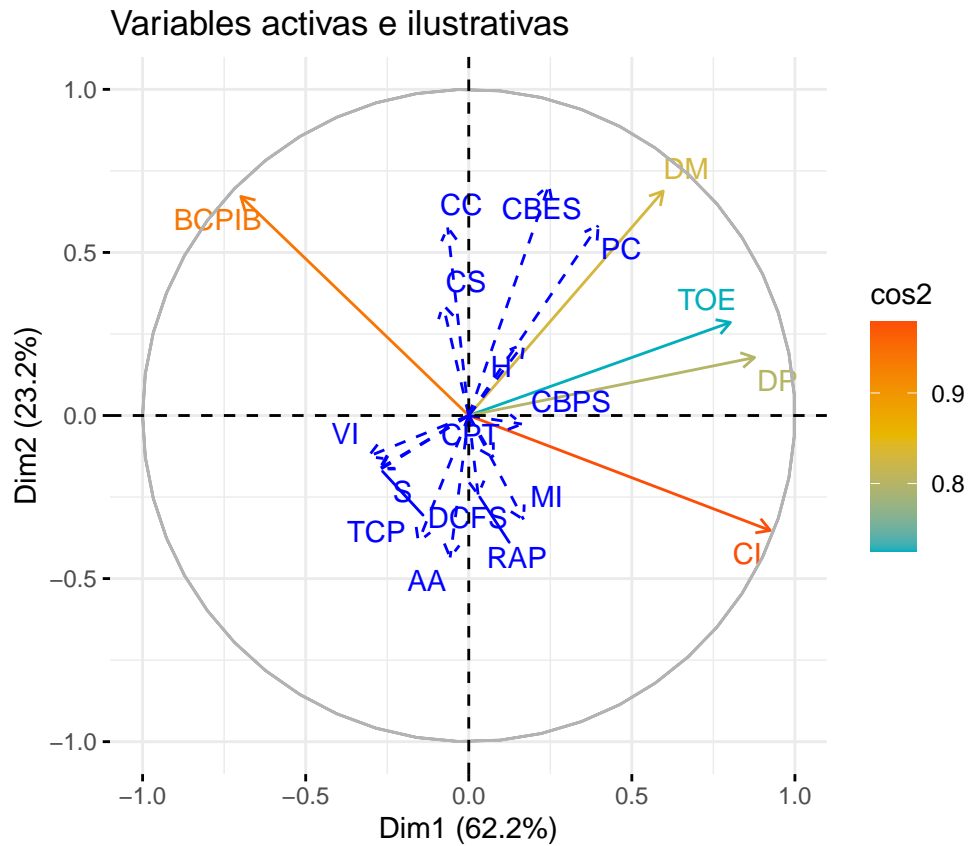
5. Visualizaciones

a) Mapa de variables

```
fviz_pca_var(res.pca, col.var = "cos2",
             gradient.cols = c("#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),
             repel = TRUE, title = "Variables activas e ilustrativas")
```

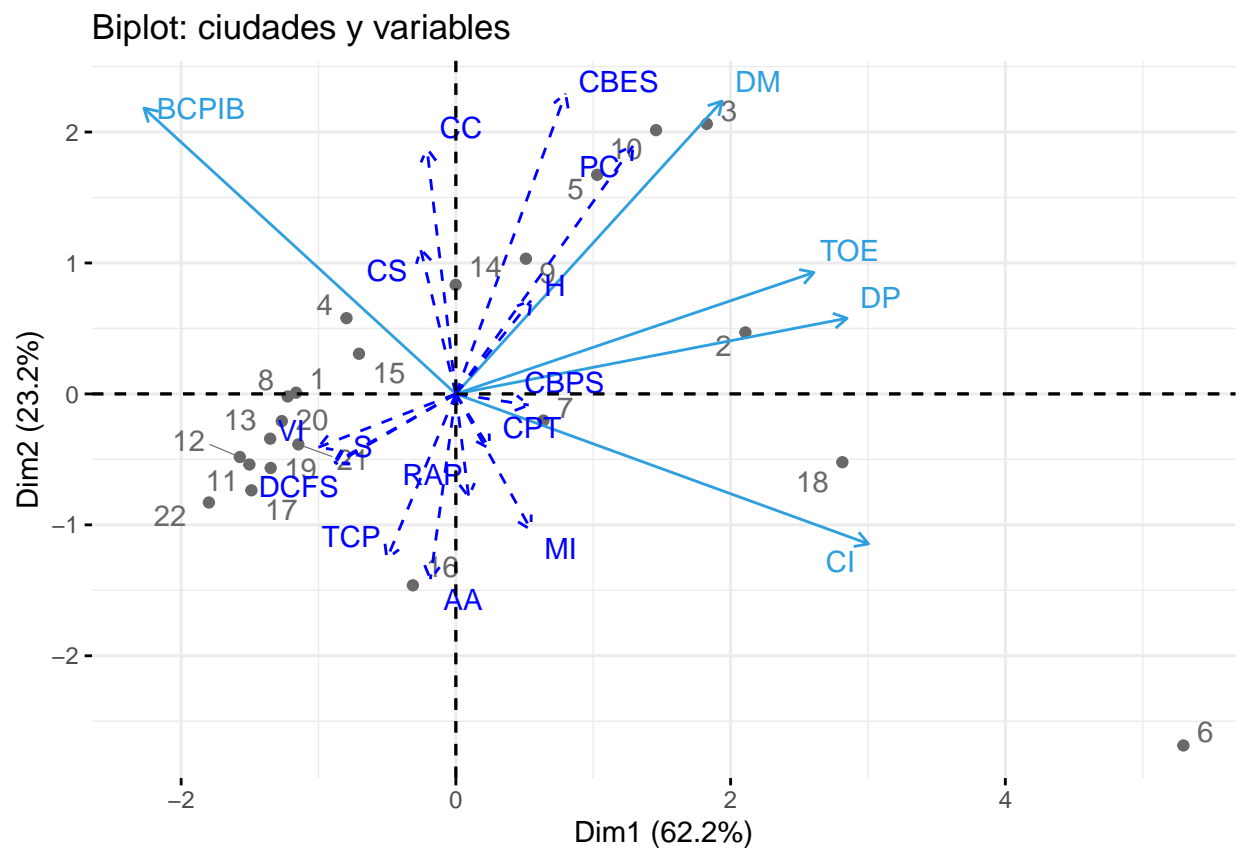
Table 3: Correlación de variables ilustrativas con los factores

	Dim.1	Dim.2	Dim.3	Dim.4	Dim.5
PC	0.397	0.583	0.062	-0.436	0
TCP	-0.154	-0.387	-0.040	-0.305	0
AA	-0.057	-0.435	-0.067	-0.231	0
CBPS	0.163	-0.026	-0.277	0.112	0
CBES	0.246	0.706	-0.038	-0.462	0
RAP	0.029	-0.242	-0.200	-0.066	0
CC	-0.065	0.577	-0.155	-0.334	0
CPT	0.076	-0.128	-0.164	-0.040	0
CS	-0.079	0.340	-0.066	0.086	0
MI	0.168	-0.319	0.163	-0.313	0
DCFS	-0.270	-0.165	0.103	-0.038	0
VI	-0.308	-0.125	-0.017	-0.108	0
H	0.169	0.219	0.094	0.094	0
S	-0.273	-0.162	0.137	0.127	0



b) Biplot

```
fviz_pca_biplot(res.pca, repel = TRUE,
  col.var = "#2E9FDF", col.ind = "#696969",
  title = "Biplot: ciudades y variables")
```



Punto 3.

Utilizar la función PCA del paquete FactoMiner para realizar un ACP de las variables de recursos humanos (RH) utilizando como ilustrativas las que le correspondieron al grupo

Carga de archivos y ejecución del ACP

```
# Estandrización y asignación de nombres de las filas

RHINTce <- scale(RHINT[,2:20], scale = TRUE, center = TRUE)
colnames(RHINTce) <- colnames(RHINT)[2:20]

rownames(RHINTce) <- RHINT$CIUDADES

require(FactoMiner)

#ACP sin grafica
pcaRHINTce <- PCA(RHINTce, quanti.sup = c(15:19), graph = F, ncp = 6)

pcaRHINTce
```

Valores propios y varianza explicada

Análisis de los valores propios y varianza explicada:

Table 4: Valores propios, porcentaje de varianza y varianza acumulada

	Valor propio	% Varianza	% Acumulado
comp 1	3.5715	25.5104	25.5104
comp 2	2.2390	15.9932	41.5036
comp 3	2.0716	14.7971	56.3007
comp 4	1.6027	11.4479	67.7486
comp 5	1.2583	8.9880	76.7366
comp 6	1.1918	8.5128	85.2494
comp 7	0.7712	5.5087	90.7581
comp 8	0.4614	3.2959	94.0539
comp 9	0.3276	2.3401	96.3941
comp 10	0.2153	1.5376	97.9316
comp 11	0.1288	0.9199	98.8515
comp 12	0.0942	0.6726	99.5241
comp 13	0.0538	0.3845	99.9086
comp 14	0.0128	0.0914	100.0000

Los resultados del Analisis de Componentes Principales (ACP) revelan que las primeras seis componentes presentan valores propios mayores a 1, juntando el 85.25% de la varianza acumulada entre ellas. La primera componente principal captura el 25.51% de la variabilidad, mostrando la mayor influencia individual, mientras que entre la primera y la segunda componente acumulan el 41.50%, lo que permite una representación bidimensional inicial, aunque limitada. La inclusión progresiva de componentes hasta la sexta componente (85.25%) ofrece un equilibrio óptimo entre reducción dimensional y conservación de información. Sin embargo, alcanzar el 90% de varianza requeriría ocho componentes, indicando que la estructura subyacente de los datos está distribuida multidimensionalmente. Las cinco variables suplementarias, aunque no contribuyen al cálculo de la varianza, permitirán enriquecer la interpretación de estos componentes al analizar su proyección en el espacio factorial (n-factores). Este comportamiento sugiere que, si bien es posible reducir significativamente la dimensionalidad, la complejidad de los datos exige considerar múltiples dimensiones para un análisis exhaustivo.

Correlaciones variable factor

Table 5: Correlaciones variables factor primeras 6 dimensiones

	Dim.1	Dim.2	Dim.3	Dim.4	Dim.5	Dim.6
PC	-0.3569	0.7088	-0.0370	0.2907	0.0014	0.4134
TCP	0.8193	0.1945	-0.1064	0.3789	0.1926	0.0511
AA	0.9042	0.2083	-0.2736	-0.0455	0.0122	0.0645
CBPS	0.2085	0.3028	0.6300	-0.5551	-0.1747	-0.1542
CBES	-0.5160	0.7179	0.1057	0.0908	0.1345	0.2576
RAP	0.7936	0.3049	0.2618	-0.0864	-0.2436	0.1866
CC	-0.6709	0.4063	0.1403	0.1353	0.2379	-0.0390
CPT	-0.2128	-0.3014	-0.1846	-0.5536	0.3631	0.4263
CS	-0.0764	0.4103	-0.2834	0.2444	0.0393	-0.7590
MI	0.6433	0.1904	-0.2198	0.0607	0.6197	0.0650
DCFS	0.2180	-0.1962	0.7679	0.4088	0.2387	0.1102
VI	0.0181	-0.2347	0.8007	0.3024	0.0763	-0.0669
H	-0.1010	-0.0445	0.1945	-0.3387	0.6877	-0.3074
S	-0.2064	-0.6319	-0.2376	0.5359	0.0577	0.1202

Análisis de correlaciones variables-factor en las primeras seis dimensiones:

El análisis de las correlaciones revela patrones significativos en la estructura de los datos. En la Dimensión 1, la *Analfetismo absoluto* (0.904) y *Tasa de Crecimiento Poblacional* (0.819) muestran las correlaciones positivas más altas, sugiriendo que este eje representa principalmente desafíos socio-demográficos (condiciones de menor desarrollo social). Contrariamente, la *Calidad de los Colegios* (-0.671) y *Cobertura en Educación Superior* (-0.516) presentan correlaciones negativas, indicando una posible tensión entre desarrollo urbano y calidad educativa. La Dimensión 2 está dominada por variables educativas (*Cobertura Bruta en Educación Superior*: 0.718) y demográficas (*Población de la Ciudad*: 0.709), mientras que los *Secuestros* (-0.632) aparecen como contrapeso, reflejando un eje de “desarrollo vs. inseguridad”. En la Dimensión 3, los *Delitos contra la Formación Sexual* (0.768) y *Violencia Intrafamiliar* (0.801) emergen como factores críticos, independientes de las dimensiones económicas. Las dimensiones restantes capturan relaciones más específicas: la Dimensión 4 asocia con una correlación positiva *Secuestros* (0.536) con variables educativas (5) mientras que las variables *Cobertura bruta en primaria y secundaria* (-0.5551) y *Capacitación para el trabajo* (-0.5536) tienen una correlación negativa moderada. Esto sugiere que las ciudades con una alta incidencia de secuestros también pueden presentar deficiencias en estas áreas educativas fundamentales. La Dimensión 5 establece un vínculo claro entre la *Mortalidad Infantil* (0.620) y los *Homicidios* (0.688). Estas fuertes correlaciones positivas sugieren que las áreas con tasas más altas de mortalidad infantil también pueden experimentar niveles elevados de violencia. La Dimensión 6 revela una fuerte correlación negativa con la *Cobertura en Salud* (-0.759). Esto indica que esta dimensión 6 se define en gran medida por la relación inversa con la cobertura en salud, sugiriendo que otros factores dentro de esta dimensión tienden a disminuir a medida que aumenta la cobertura en salud.

Variables y objetos graficados en distintas dimensiones

Análisis de Relación entre variables y ciudades Dimensiones 1 y 2

El gráfico presenta la distribución de las variables activas y suplementarias, junto con la ubicación de las principales ciudades colombianas en las dos primeras dimensiones del ACP, que en conjunto explican el 41.5% de la varianza total.

En la **Dimensión 1 (25.5% de varianza)**, observamos un claro contraste entre indicadores de desarrollo y problemáticas sociales. Las variables con mayor contribución positiva incluyen la *Cobertura bruta en educación superior* (CBES) con *Diversificación de los mercados* (DM) como variable ilustrativa, lo que indica

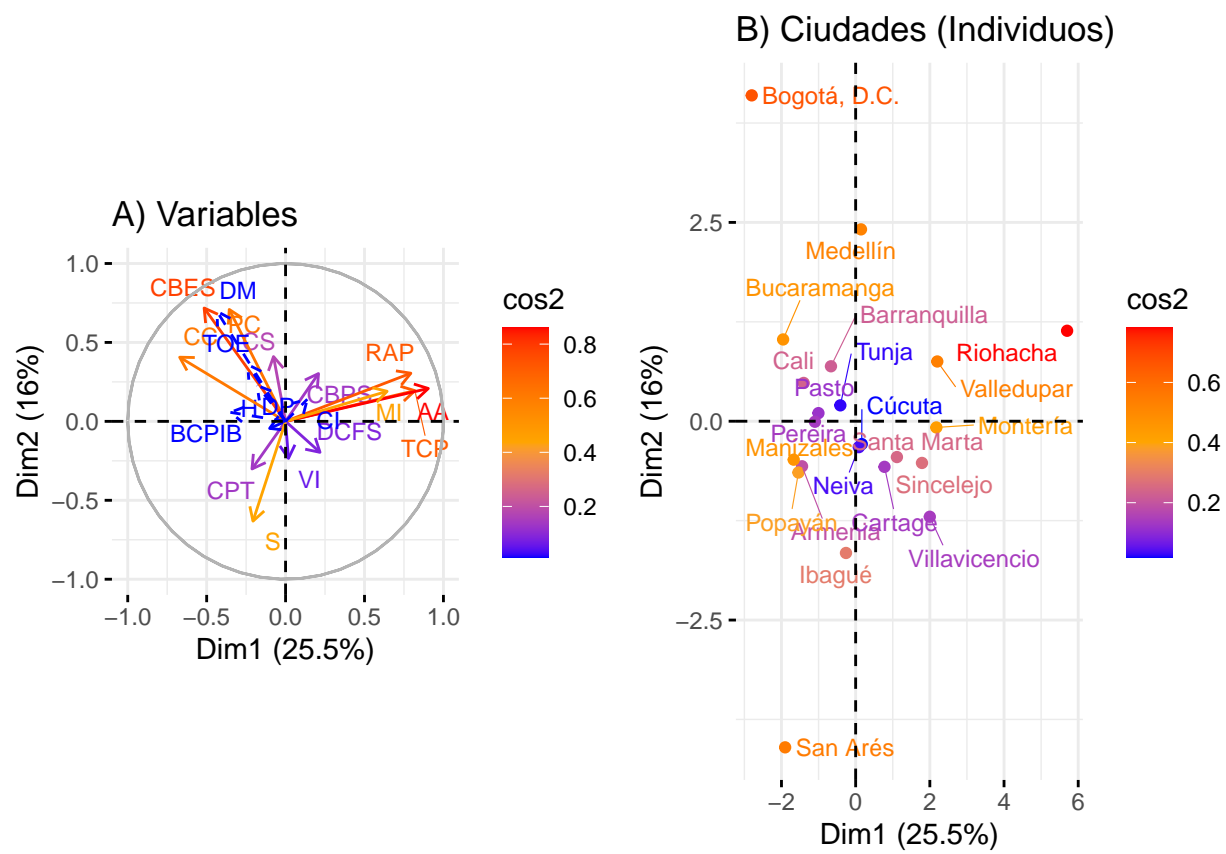


Figure 1: Figura 1. Variables y ciudades en las Dimensiones 1 y 2

que a mayor educación superior también sube la diversificación en los mercados. Mientras que *Cobertura bruta en educación superior* (CBES) y la *relación alumno-profesor* (RAP), están asociadas principalmente a las ciudades Bogotá y Medellín. En el extremo opuesto, los *secuestros* (S) aparecen vinculados a ciudades como Cúcuta y Riohacha.

La **Dimensión 2 (16% de varianza)** revela una diferenciación adicional, donde la *violencia intrafamiliar* (VI) se ubica en la parte superior del gráfico, mientras que variables educativas ocupan la zona inferior.

Posicionamiento de las Ciudades(Gráfico B):

Riohacha, Valledupar, Medellín se encuentran en el Cuadrante I (+ Dimensión 1 / + Dimensión 2) lo que indica que estas ciudades se caracterizan por presentar una alta tasa de crecimiento demográfico y, simultáneamente, un buen acceso a educación básica y servicios de salud.

Bogotá D.C., Bucaramanga, Cali, Armenia, Popayán estas ciudades en el Cuadrante II (– Dimensión 1 / + Dimensión 2) este grupo de ciudades exhibe una sólida infraestructura educativa y sanitaria, aunque con un menor dinamismo demográfico en comparación con las del cuadrante I.

San Andrés esta ciudad se encuentra en el Cuadrante III (– Dimensión 1 / – Dimensión 2): se distingue por no presentar un crecimiento poblacional destacado ni buenos servicios. Además, prevalecen en ella riesgos asociados a secuestros y una baja capacitación laboral.

Villavicencio, Santa Marta, Ibagué ubicadas en el Cuadrante IV (+ Dimensión 1 / – Dimensión 2) muestran un crecimiento y retos demográficos importantes, pero también se ven afectadas por altos niveles de violencia intrafamiliar y delitos sexuales.

Principales hallazgos: 1. Las capitales principales (Bogotá, Medellín) muestran el mejor desempeño en indicadores clave de desarrollo 2. Existe una marcada disparidad regional en seguridad y acceso a educación 3. Las variables suplementarias, aunque con representación limitada, sugieren relaciones interesantes que merecen mayor exploración

Este análisis evidencia la utilidad del ACP para identificar patrones territoriales y relaciones complejas entre múltiples indicadores socioeconómicos. La posición relativa de las variables suplementarias, en particular BCPIB y DM, ofrece valiosos insumos para investigaciones posteriores sobre los factores que impulsan el desarrollo regional.

Análisis de Relación entre variables y ciudades Dimesiones 1 y 3

El gráfico presenta la distribución de las variables activas y suplementarias, junto con la ubicación de las principales ciudades colombianas en las dos primeras dimensiones del ACP, que en conjunto explican el 40.3% de la varianza total.

La **Dimensión 1 (25.5% de varianza)**: Hacia la derecha, se agrupan los indicadores que reflejan desafíos en el desarrollo socioeconómico y humano, como el Analfabetismo Absoluto (AA), la Tasa de Crecimiento Poblacional (TCP), la Relación Alumno-Profesor (RAP) y la Mortalidad Infantil (MI). En contraposición, hacia la izquierda, se posicionan las variables relacionadas con una sólida infraestructura educativa y capital social, incluyendo la Calidad de los Colegios (CC) y la Cobertura Bruta en Educación Superior (CBES). Además, en esta misma dirección, se ubican variables suplementarias como la Población de la Ciudad (PC) y la Diversificación de Mercados (DM), sugiriendo una asociación con entornos más desarrollados y complejos.

La **Dimensión 3 (14.8% de varianza)**: En la parte superior, se concentran indicadores de lo que podríamos llamar problemáticas “cognitivo-motoras” y de seguridad más específicas, como la Violencia Intrafamiliar (VI), los Delitos contra la Formación Sexual (DCFS) y la Cobertura Bruta Primaria-Secundaria (CBPS). En contraste, en la parte inferior, encontramos indicadores de seguridad y bienestar con un carácter más “general” o social, como la Cobertura en Salud (CS) y los Secuestros (S).

Posicionamiento de las Ciudades (Gráfico B):

Villavicencio se ubica en el cuadrante superior-derecho (Dimensión 1 positiva, Dimensión 3 positiva), lo que sugiere que esta ciudad experimenta tanto un alto dinamismo demográfico-educativo como elevados problemas de Violencia Intrafamiliar y Delitos contra la Formación Sexual.

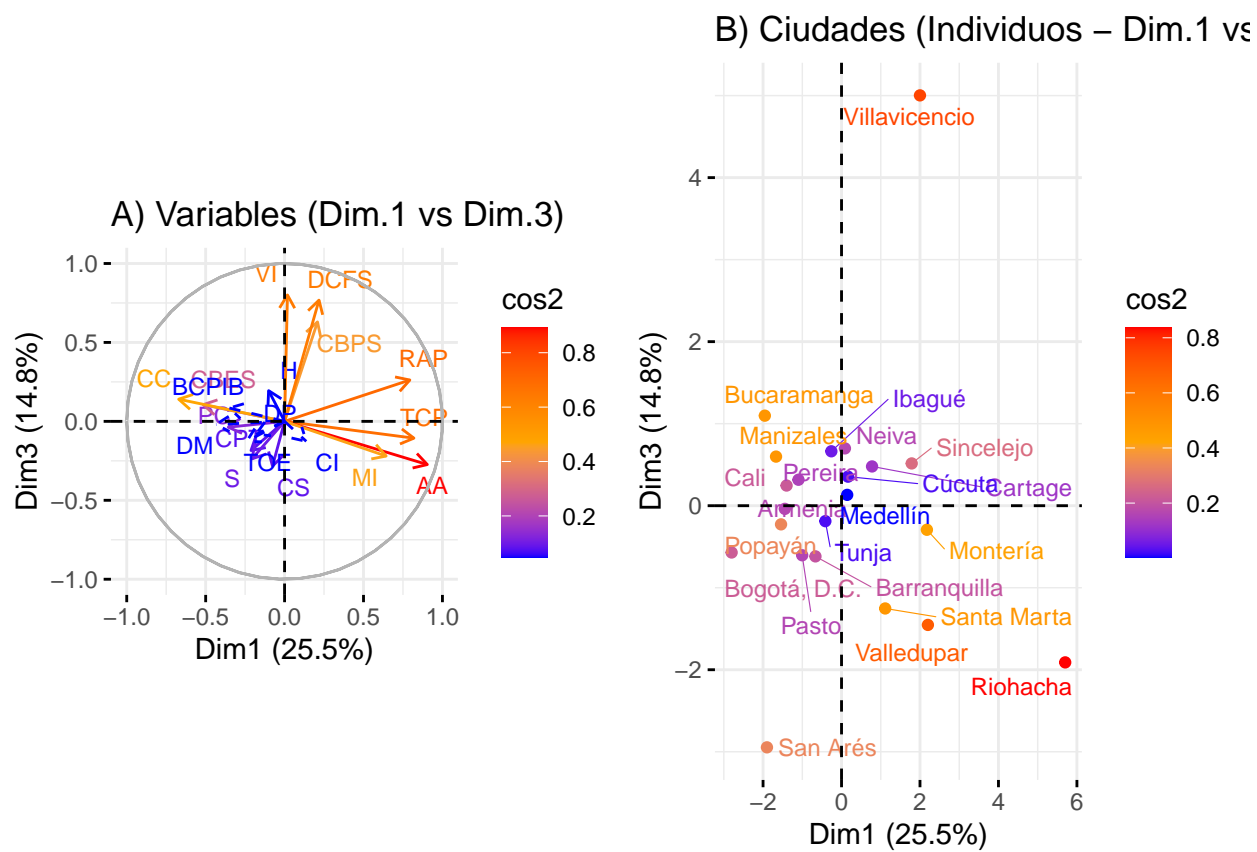


Figure 2: Figura 1.1 Variables y ciudades en las Dimensiones 1 y 3

Riohacha, Valledupar, Santa Marta y Montería se sitúan en la zona de alto valor en la Dimensión 1 pero bajo en la Dimensión 3. Esto indica que estas ciudades muestran crecimiento y desarrollo poblacional, pero con menores incidencias de delitos intrafamiliares o contra la formación sexual.

Bucaramanga, Manizales y Pereira se posicionan hacia el lado positivo de la Dimensión 3 y cerca de cero en la Dimensión 1. Este perfil apunta a que estas ciudades enfrentan retos significativos en violencia intrafamiliar y comunitaria, sin un claro predominio de un perfil de desarrollo demográfico-educativo específico.

Bogotá D.C., Popayán, Pasto y Barranquilla se agrupan en el cuadrante inferior-izquierdo. Esta característica las define por un menor dinamismo poblacional y una infraestructura educativa consolidada, acompañada de niveles relativamente bajos de violencia específica.

San Andrés destaca por su posición en los valores negativos de ambas Dimensiones 1 y 3. Esto sugiere que presenta tanto un bajo crecimiento/dinamismo como menores problemas de Violencia Intrafamiliar y Delitos contra la Formación Sexual.

Principales hallazgos

1. *Dualidad desarrollo-violencia*: algunas ciudades (e.g. Villavicencio) combinan alto crecimiento social con elevados delitos familiares y sexuales, mientras que otras con crecimiento similar muestran menos violencia (Riohacha, Santa Marta).
2. *Zonas de riesgo educativo-violento*: ciudades con baja infraestructura educativa (CC/CBES) suelen presentar mayores índices de VI/DCFS (cuadrante superior-izquierdo).

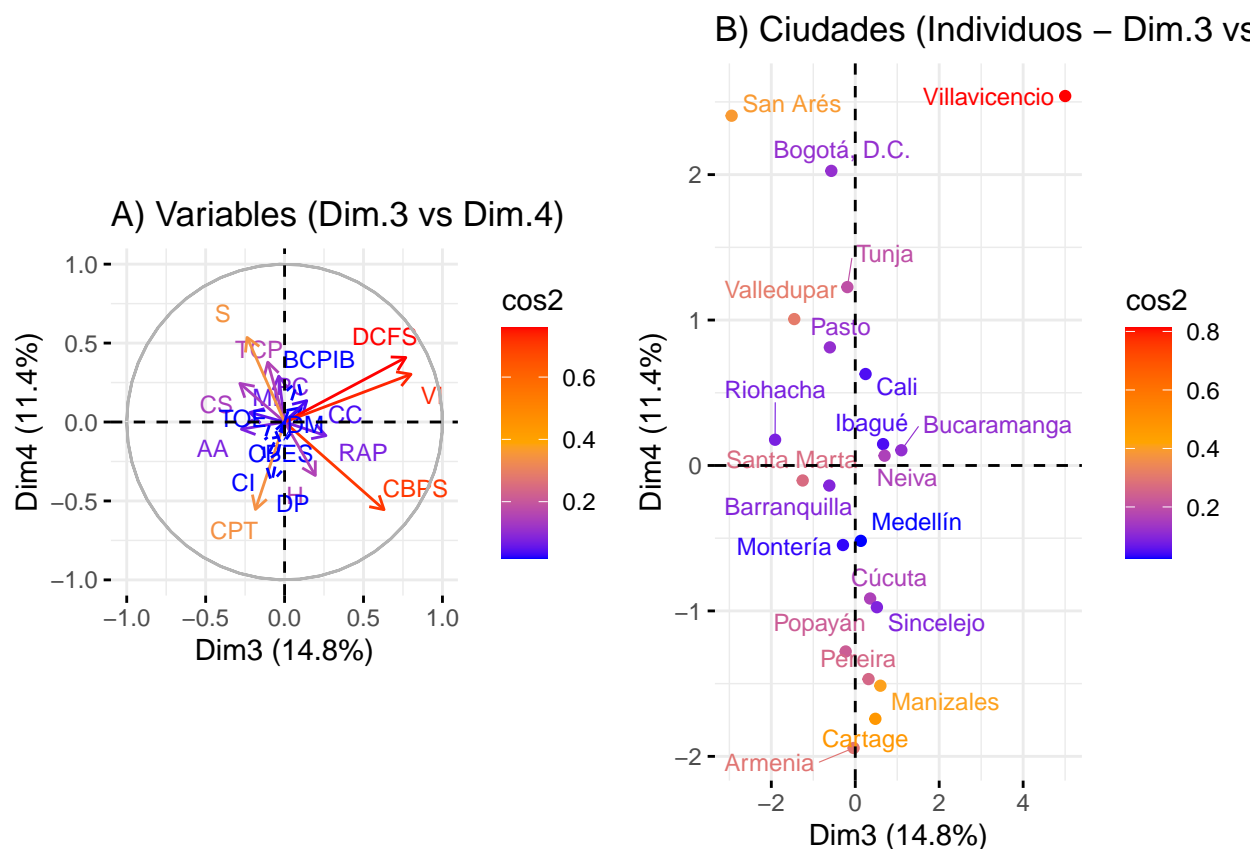


Figure 3: Figura 1. Variables y ciudades en las Dimensiones 3 y 4

Análisis de Relación entre variables y ciudades Dimesiones 3 y 4:

El gráfico presenta la distribución de las variables activas y suplementarias, junto con la ubicación de las principales ciudades colombianas en las dos primeras dimensiones del ACP, que en conjunto explican el 26.2% de la varianza total.

La **Dimensión 3 (14.8% de la varianza)**: Este eje se define fuertemente por cargas positivas elevadas de variables como los *Delitos contra la Formación Sexual* (DCFS), la *Violencia Intrafamiliar* (VI) y la *Cobertura Bruta en Primaria y Secundaria* (CBPS). Esto indica que las ciudades con puntuaciones altas en esta dimensión no solo predominan en problemáticas de violencia familiar y sexual, sino que también presentan una mayor cobertura en la escolarización primaria y secundaria.

La **Dimensión 4 (11.4%)**: En su polo positivo, la Dimensión 4 se caracteriza por cargas positivas altas en *Delitos contra la Formación Sexual* (DCFS), *Violencia Intrafamiliar* (VI), *Secuestros* (S) y *Cobertura en Salud* (CS). Este polo refleja contextos donde coexisten altos índices de delitos familiares, sexuales y secuestros, junto con variaciones en la cobertura sanitaria.

Por otro lado, en su polo negativo, se observan cargas negativas significativas en *Capacitación para el Trabajo* (CPT) y *Homicidios* (H). Esto señala ciudades con bajos niveles de formación laboral y, simultáneamente, una mayor incidencia de homicidios.

Posicionamiento de las Ciudades (Gráfico B):

Villavicencio estas ciudades ubicadas en el Cuadrante I (+ Dimensión 3 / + Dimensión 4) se caracteriza por un contexto de fuerte violencia intrafamiliar y sexual, simultáneamente con una buena escolarización primaria y secundaria.

San Andrés, Bogotá D.C., Valledupar ubicadas en el Cuadrante II (– Dimensión 3 / + Dimensión 4) presentan altos índices de secuestros y variaciones notables en la cobertura de salud, pero sin los picos de violencia familiar o sexual observados en el cuadrante anterior.

Armenia, Popayán estas ciudades en el Cuadrante III (– Dimensión 3 / – Dimensión 4) muestran bajos niveles de capacitación laboral y menores índices de violencia familiar o sexual, lo que les confiere un perfil relativamente “tranquilo” en cuanto a estas problemáticas, aunque con un menor impulso en formación laboral.

Cúcuta, Sincelejo, Cartagena ubicadas en el Cuadrante IV (+ Dimensión 3 / – Dimensión 4) a pesar de tener una buena cobertura en educación primaria y secundaria, estas ciudades enfrentan retos significativos de homicidios y menor capacitación para el trabajo, lo que las sitúa en una posición de desafíos mixtos.

Principales hallazgos:

Violencia familiar/sexual vs. formación escolar: Se combinan altos índices de VI/DCFS con sólida cobertura escolar (Cuadrante I), un perfil mixto que exige políticas simultáneas de prevención de violencia y fortalecimiento educativo.

Salud y secuestros: Bogotá y San Andrés (II) muestran que el reto principal es la seguridad (secuestros) y ajustes en salud, no tanto la violencia intrafamiliar.

Análisis de Relación entre variables y ciudades Dimensiones 5 y 6:

El gráfico presenta la distribución de las variables activas y suplementarias, junto con la ubicación de las principales ciudades colombianas en las dos primeras dimensiones del ACP, que en conjunto explican el 17.5% de la varianza total.

En el plano definido por las **dimensiones 5 (9%) y 6 (8.5%)**, se identifican asociaciones residuales entre variables sociales. La dimensión 5 muestra una oposición entre la *cobertura en salud* (CS), ubicada en el extremo negativo, y los *homicidios* (H) y *mortalidad infantil* (MT), más próximos al lado positivo. La dimensión 6 se vincula positivamente con *capacitación para el trabajo* (CPT) y *delitos contra la formación sexual* (DCFS), sugiriendo un eje relacionado con vulnerabilidades sociales y esfuerzos educativos. Las variables suplementarias de internacionalización tienen una baja contribución en estas dimensiones, aunque *diversificación de productos* (DP) y *mercados* (DM) se orientan ligeramente hacia la Dim.6.

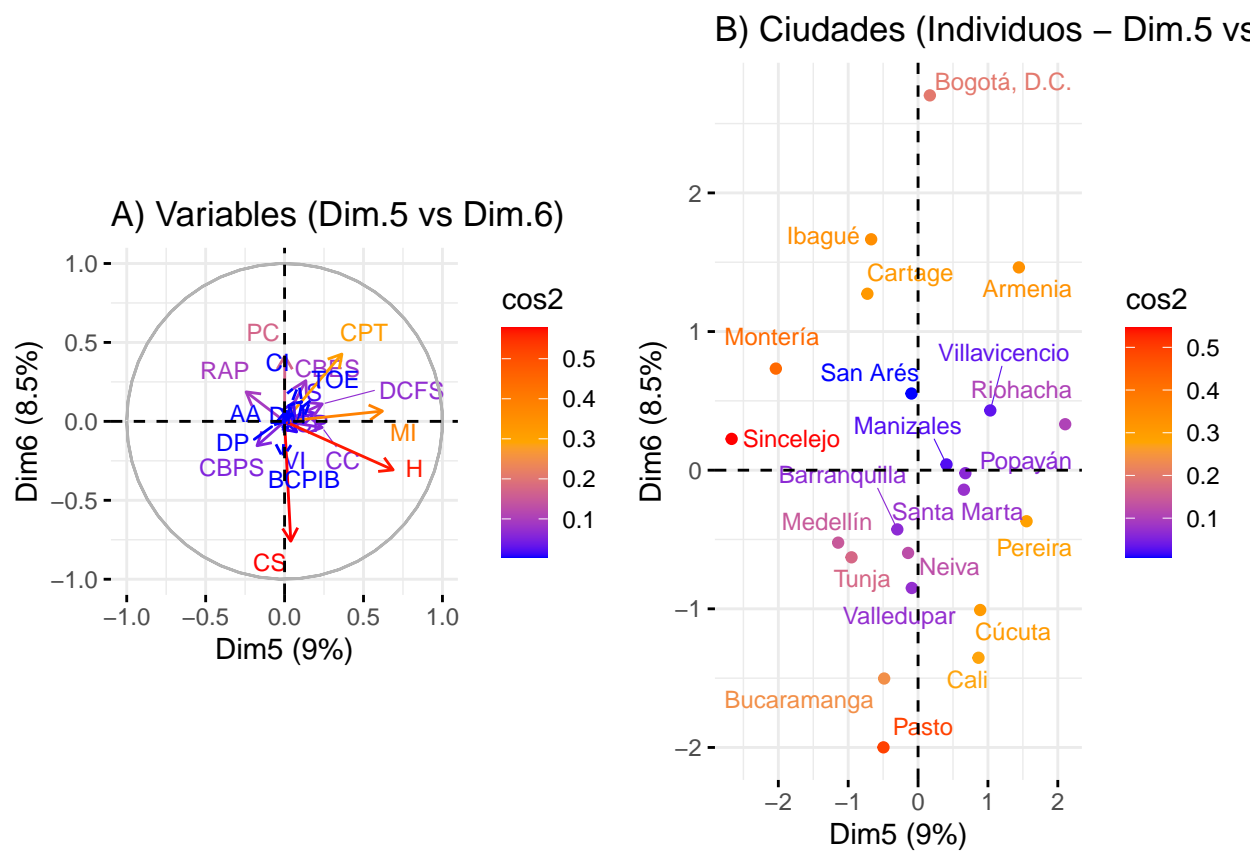


Figure 4: Figura 4. Variables y ciudades en las Dimensiones 5 y 6

Posicionamiento de las Ciudades (Gráfico B):

Bogotá D.C., Armenia estas ciudades ubicadas en el cuadrante I (+ Dim 5 / + Dim 6) se caracterizan por una compleja mezcla de altos homicidios y mortalidad infantil, coexistiendo con una elevada capacitación laboral y una notable prominencia poblacional y educativa.

San Andrés, Montería, Sincelejo ubicadas en el cuadrante II (– Dim 5 / + Dim 6) aquí encontramos ciudades con buena escolarización y una fuerte apuesta por la formación laboral y la educación superior.

Pasto, Bucaramanga, Tunja, Medellín, Barranquilla, Valledupar ciudades ubicadas en el cuadrante III (– Dim 5 / – Dim 6) exhiben un perfil generalmente “tranquilo”, con sólidas coberturas educativa y sanitaria, baja mortalidad y menos homicidios.

Cúcuta, Cali, Pereira ubicadas en el cuadrante IV (+ Dim 5 / – Dim 6) estas ciudades enfrentan el desafío de altos índices de homicidios y mortalidad infantil, agravado por una cobertura de salud relativamente deficiente.

Principales hallazgos:

Dualidad violencia-formación poblacional: Bogotá y Armenia (Cuadrante I) muestran que, pese a un contexto violento (homicidios/MI altos), cuentan con fuertes programas de capacitación y población joven/educada.

Modelos opuestos de ciudad: Pasto y Bucaramanga (III) combinan baja violencia con buenos servicios educativos y sanitarios, pero sin apuesta fuerte por la formación técnica.

Oportunidades de intervención sanitaria: Cúcuta y Cali (IV) requieren priorizar mejoras en cobertura de salud para mitigar sus altos índices de homicidios y mortalidad infantil.

Finalmente las Dimensiones 5 y 6 permiten afinar políticas de seguridad, salud y formación atendiendo a perfiles residuales que no se capturan completamente en los ejes principales.

Biplots

Biplot Dimensiones 1 y 2 En el biplot correspondiente a las dimensiones 1 (25.5%) y 2 (16%), se observa una clara organización de las variables y ciudades que reflejan las principales fuentes de variabilidad en el análisis. La dimensión 1 diferencia a las ciudades con altos niveles de homicidios (H), mortalidad infantil (MI), y tasa de crecimiento poblacional (TCP) —como Riohacha y Arauca— ubicadas a la derecha, de aquellas con mayor cobertura en salud (CS), cobertura en educación superior (CBES), y balanza comercial/PIB (BCPIB), situadas a la izquierda. Por su parte, la dimensión 2 resalta a Bogotá D.C. y Medellín por sus altos niveles en calidad de colegios (CC) y cobertura en educación superior (CBES), contrastando con ciudades como San Andrés o Ibagué, que presentan valores negativos. Las variables suplementarias asociadas a la internacionalización (como el coeficiente de internacionalización - CI y la tasa de orientación exportadora - TOE) tienen también una orientación positiva sobre la Dim.2. Este gráfico revela patrones claros de agrupamiento regional y sugiere una estructura subyacente en torno a condiciones educativas, sociales y económicas diferenciadas entre las ciudades analizadas.

Biplot Dimensiones 3 y 4 El biplot de las dimensiones 3 y 4 revela información complementaria sobre la variabilidad entre ciudades, con énfasis en aspectos de violencia y educación. En la dimensión 3 destacan positivamente los delitos contra la formación sexual (DCFS) y la violencia intrafamiliar (VI), lo que sugiere que Bucaramanga se asocia en mayor medida con estos problemas sociales. En contraste, ciudades como Armenia, Cartago y Manizales aparecen en la parte baja de la Dim.3, relacionadas con menores niveles en estas variables. La cobertura bruta en primaria y secundaria (CBPS) también contribuye negativamente a esta dimensión, separando ciudades con mejor desempeño educativo. Por otro lado, la dimensión 4 muestra una ligera dispersión en variables como balanza comercial/PIB (BCPIB) y tasa de crecimiento poblacional (TCP), asociadas a Bogotá y Tunja. Llama la atención Villavicencio, que se aleja en el extremo superior derecho, aunque sin fuerte relación con alguna variable específica. En conjunto, este plano pone de relieve diferencias en fenómenos de violencia y desempeño educativo, ofreciendo claves importantes para entender las dinámicas sociales diferenciadas entre las ciudades.

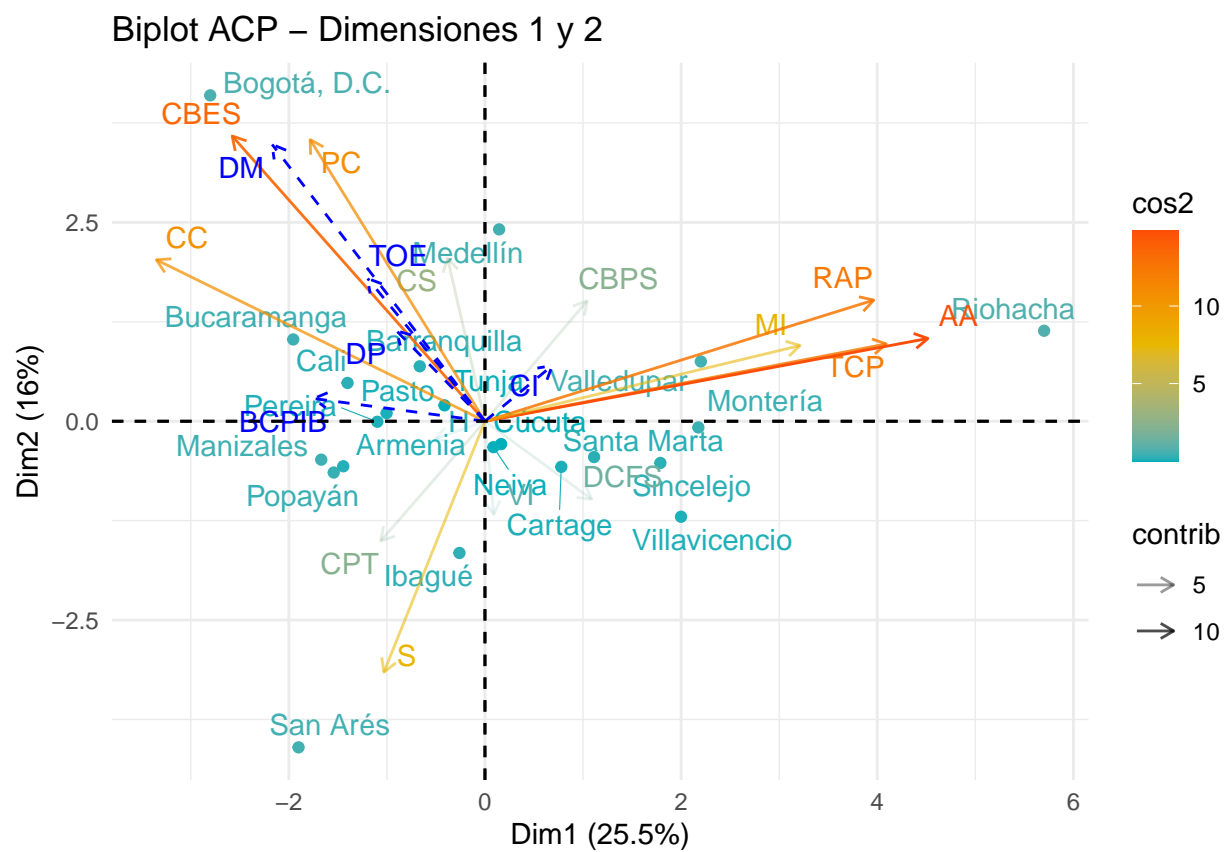


Figure 5: Figura 4. Biplot: Variables y ciudades en las Dimensiones 1 y 2

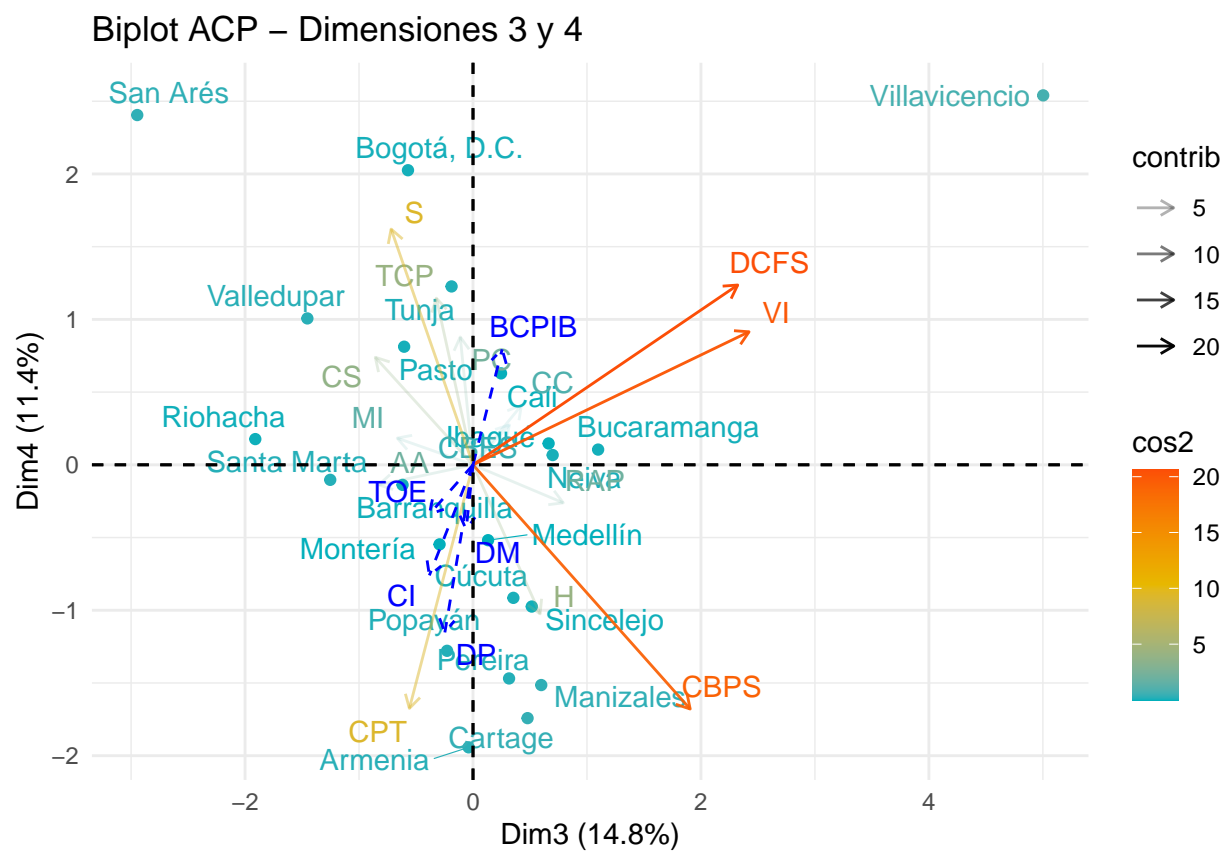


Figure 6: Figura 4. biplot Dimensiones 3 y 4

Biplot Dimensiones 5 y 6 En el biplot de las dimensiones 5 y 6 se destacan principalmente variables asociadas a problemáticas de seguridad. La variable “Homicidios” (H) tiene una fuerte contribución positiva sobre la dimensión 5, y se encuentra relacionada especialmente con ciudades como Riohacha, Pereira y Cúcuta. En sentido opuesto, la variable “Secuestros” (S) tiene mayor peso negativo en la dimensión 6, aunque su impacto global es más moderado. Otras variables con menor pero significativa contribución en estas dimensiones incluyen la cobertura en salud (CS) y la calidad de los colegios (CC), aunque su dirección indica que su influencia es secundaria en este plano. Bogotá, D.C. y ciudades como Ibagué y Cartago se ubican en zonas más neutrales, con menor asociación directa con las variables proyectadas. En general, estas dimensiones permiten diferenciar a algunas ciudades con mayores niveles de violencia letal, en contraste con otras que presentan contextos menos afectados por estas problemáticas.

Cosenos cuadrados de los objetos con los factores

Table 6: Resultados del PCA: Coordenadas, Contribución y Calidad de Representación

Variable	Coord_Dim1	Coord_Dim2	Contrib_Dim1	Contrib_Dim2	Cos2_Dim1	Cos2_Dim2
PC	-0.3569	0.7088	3.57	22.44	0.1274	0.5024
TCP	0.8193	0.1945	18.80	1.69	0.6713	0.0378
AA	0.9042	0.2083	22.89	1.94	0.8175	0.0434
CBPS	0.2085	0.3028	1.22	4.09	0.0435	0.0917
CBES	-0.5160	0.7179	7.46	23.02	0.2663	0.5154
RAP	0.7936	0.3049	17.63	4.15	0.6298	0.0930
CC	-0.6709	0.4063	12.60	7.37	0.4501	0.1651
CPT	-0.2128	-0.3014	1.27	4.06	0.0453	0.0908
CS	-0.0764	0.4103	0.16	7.52	0.0058	0.1684
MI	0.6433	0.1904	11.59	1.62	0.4138	0.0363
DCFS	0.2180	-0.1962	1.33	1.72	0.0475	0.0385
VI	0.0181	-0.2347	0.01	2.46	0.0003	0.0551
H	-0.1010	-0.0445	0.29	0.09	0.0102	0.0020
S	-0.2064	-0.6319	1.19	17.83	0.0426	0.3993

Análisis de las Tablas de Coordenadas, Contribución y Calidad de Representación (cos2):

El análisis de las tablas 3, 4 y 5 revela la manera en que cada variable original contribuye y se proyecta sobre las dimensiones principales extraídas del Análisis de Componentes Principales (ACP).

En las dimensiones 1 y 2 (tabla 3), destacan por su alta contribución el Analfabetismo Absoluto (AA) en la Dim1 (22.89%), la Cobertura bruta en educación superior (CBES) con una fuerte presencia en Dim2 (23.02%), y la Población de la ciudad (PC) también en Dim2 (22.44%). Esto indica que estas variables son las que más estructuran el espacio bidimensional inicial, y su posición en el biplot ofrece información importante sobre el agrupamiento y diferenciación de las ciudades.

En las dimensiones 3 y 4 (tabla 4), las variables de seguridad cobran protagonismo: Delitos contra la formación sexual (DCFS) y Violencia Intrafamiliar (VI) son las que más contribuyen a la Dim3 (28.46% y 30.95%, respectivamente), mientras que la variable Secuestros (S) tiene un rol importante en la Dim4 (17.92%). Esto sugiere que estas dimensiones capturan esencialmente aspectos relacionados con violencia y criminalidad, diferenciando ciudades según su situación en materia de seguridad.

Por su parte, en las dimensiones 5 y 6 (tabla 5), se destaca Mortalidad Infantil (MI), que explica el 48.34% de la Dim6 y tiene un cos2 alto (0.5761), reflejando una representación muy fiel en este plano. También Homicidios (H) muestra una alta contribución (37.97%) en la Dim5 y se representa con gran claridad (cos2 = 0.4730). Estas dimensiones permiten interpretar patrones más específicos o residuales, principalmente vinculados con indicadores críticos de salud pública y violencia letal.

Table 7: Resultados del PCA: Coordenadas, Contribución y Calidad de Representación

Variable	Coord_Dim3	Coord_Dim4	Contrib_Dim3	Contrib_Dim4	Cos2_Dim3	Cos2_Dim4
PC	-0.0370	0.2907	0.07	5.27	0.0014	0.0845
TCP	-0.1064	0.3789	0.55	8.96	0.0113	0.1436
AA	-0.2736	-0.0455	3.61	0.13	0.0748	0.0021
CBPS	0.6300	-0.5551	19.16	19.23	0.3969	0.3082
CBES	0.1057	0.0908	0.54	0.51	0.0112	0.0082
RAP	0.2618	-0.0864	3.31	0.47	0.0685	0.0075
CC	0.1403	0.1353	0.95	1.14	0.0197	0.0183
CPT	-0.1846	-0.5536	1.64	19.13	0.0341	0.3065
CS	-0.2834	0.2444	3.88	3.73	0.0803	0.0598
MI	-0.2198	0.0607	2.33	0.23	0.0483	0.0037
DCFS	0.7679	0.4088	28.46	10.42	0.5896	0.1671
VI	0.8007	0.3024	30.95	5.70	0.6412	0.0914
H	0.1945	-0.3387	1.83	7.16	0.0378	0.1147
S	-0.2376	0.5359	2.72	17.92	0.0564	0.2872

Table 8: Resultados del PCA: Coordenadas, Contribución y Calidad de Representación

Variable	Coord_Dim5	Coord_Dim6	Contrib_Dim5	Contrib_Dim6	Cos2_Dim5	Cos2_Dim6
PC	0.0014	0.4134	0.00	14.34	0.0000	0.1709
TCP	0.1926	0.0511	2.95	0.22	0.0371	0.0026
AA	0.0122	0.0645	0.01	0.35	0.0001	0.0042
CBPS	-0.1747	-0.1542	2.42	2.00	0.0305	0.0238
CBES	0.1345	0.2576	1.44	5.57	0.0181	0.0663
RAP	-0.2436	0.1866	4.72	2.92	0.0593	0.0348
CC	0.2379	-0.0390	4.50	0.13	0.0566	0.0015
CPT	0.3631	0.4263	10.48	15.25	0.1319	0.1817
CS	0.0393	-0.7590	0.12	48.34	0.0015	0.5761
MI	0.6197	0.0650	30.52	0.35	0.3841	0.0042
DCFS	0.2387	0.1102	4.53	1.02	0.0570	0.0122
VI	0.0763	-0.0669	0.46	0.38	0.0058	0.0045
H	0.6877	-0.3074	37.59	7.93	0.4730	0.0945
S	0.0577	0.1202	0.26	1.21	0.0033	0.0144

Finalmente, variables como la Tasa de Ocupación (TOE), Calidad de los colegios (CC) y Capacitación para el trabajo (CPT) mantienen niveles bajos de contribución en las dimensiones más alejadas (Dim3–Dim6), reafirmando su influencia más marcada en las primeras componentes principales. Las variables suplementarias, aunque no contribuyen directamente a la construcción del espacio factorial, ayudan a enriquecer la interpretación, situando a las ciudades también desde una perspectiva de internacionalización y diversificación económica.