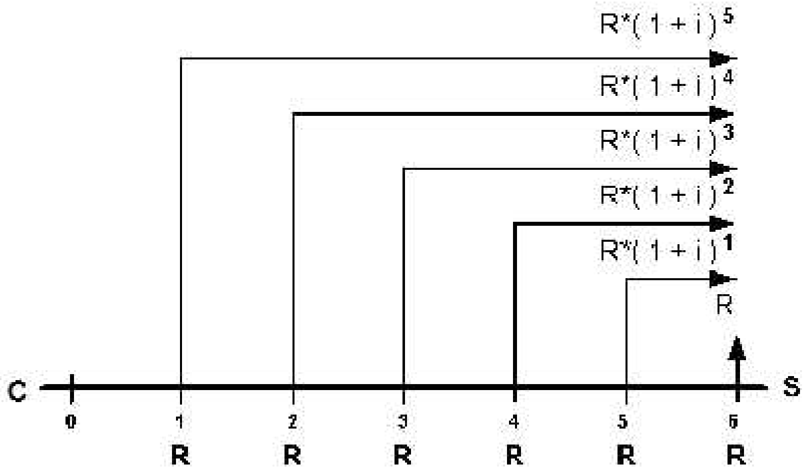
Anualidades vencidas.

A continuación presentamos como se deduce la fórmula que se aplica cuando se toma una deuda por el método francés o de la cuota constante, la cual es importante interiorizar y comprender, puesto que, es la única que existe para la solución de la mayor cantidad de problemas de pagos de deudas en la actualidad, esto, debido a que es la forma de pago más utilizada por las empresas que dan créditos o prestamos actualmente.

1. Primero partiremos del flujo de fondos del modelo y que presentamos a continuación:



2. Utilizando el método de la acumulación por factores, podemos establecer la siguiente igualdad de flujos en tiempo t=6, entre el valor futuro (S) y la suma de los valores futuros equivalentes de cada una de las rentas (R) como sigue:

   $S = R*(1+i)^5 + R*(1+i)^4 + R*(1+i)^3 + R*(1+i)^2 + R*(1+i)^1 + R$ ……………….. (1)

3. Multipliquemos a ambos lados de la igualdad por (1+i):

   $S*(1+i) = R*(1+i)^6 + R*(1+i)^5 + R*(1+i)^4 + R*(1+i)^3 + R*(1+i)^2 + R*(1+i)^1$….. (2)

4. Restemos la ecuación (2) menos la ecuación (1) –miembro a miembro- y eliminemos los factores iguales:

   $S*(1+i) – S = R*(1+i)^6 – R$

5. Luego factoricemos el valor futuro (S) al lado izquierdo y el valor de la renta (R) al lado derecho:

$S*[(1+i) - 1] = R * [(1+i)^{6} - 1]$

6. Despejemos el valor futuro (S) en función del valor de la renta (R):

$$S = R * \left(\frac{(1+i)^{6} - 1}{(1+i) - 1} \right)$$

7. Simplifiquemos el denominador:

$$S = R * \left(\frac{(1+i)^{6} - 1}{i} \right)$$

8. Y reemplacemos el valor futuro "S" por su respectivo equivalente en función del valor presente "C":

$$C * (1+i)^{6} = R * \left(\frac{(1+i)^{6} - 1}{i} \right)$$

9. Despejemos el valor de la renta (R) en función del valor presente del flujo:

$$R = C * \left(\frac{i * (1+i)^{6}}{(1+i)^{6} - 1} \right)$$

10. Y si generalicemos tendríamos:

$$R = C * \left(\frac{i * (1+i)^{n}}{(1+i)^{n} - 1} \right) \qquad \text{O}$$

$$R = C * \left(\frac{TEP * (1+TEP)^{n}}{(1+TEP)^{n} - 1} \right)$$

Donde TEP es la Tasa efectiva del periodo de pago del crédito o préstamo.

11. Otra presentación de la misma fórmula que se en los libros de la literatura, requiere que dividamos el numerador y denominador por (1+i) a la n, tal como se muestra a continuación:

$$R = C * \left(\frac{\frac{i * (1+i)^n}{(1+i)^n}}{\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}} \right)$$

12. Y simplificando el factor en ambas partes nos permite obtener:

$$R = C * \left(\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \right) \quad \text{O}$$

$$R = C * \left(\frac{TEP}{1-(1+TEP)^{-n}} \right)$$

Anualidades adelantadas.

1. En general:

$$Ra = C * \left(\frac{i * (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n - 1} \right) \quad \text{O}$$

$$Ra = C * \left(\frac{TEP * (1+TEP)^{n-1}}{(1+TEP)^n - 1} \right)$$

2. Otra presentación de la misma fórmula de (Ra) en función del valor de la renta vencida (R) sería:

$$Ra = \frac{R}{1+i} \quad \text{O}$$

$$Ra = \frac{R}{1 + TEP}$$