Spis treści

1 Model McCullocha-Pittsa

Jest to model matematyczny mający naśladować działanie fizjologicznych neuronów. Składa się on z n wejść u_i o wagach w_i i jednego wyjścia y. Neuron aktywuje się, gdy suma iloczynów wejść i wag jest większa od pewnej wartości progowej θ.

$$n_i, y \in \{0.0, 1.0\} \subset \mathbb{R}$$

$$w_i, \theta \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$y(\vec{u}, \vec{w}) = f((\sum_{i=1}^{n} w_i u_i) - \theta)$$

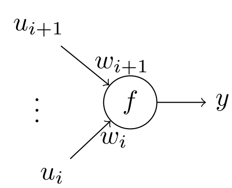

Diagram 1: Wizualizacja modelu McCullocha-Pittsa

1.1 Przykład

u_1	u_2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabela 1: Tabela prawdy dla funkcji logicznej AND

- $u_1 = u_2 = 0 \to y = 0 = f(-\theta) \leftrightarrow \theta \geq 0$
- $u_1 = 0, u_2 = 1 \to y = 0 = f(w_2 - \theta) \leftrightarrow w_2 < \theta$
- $u_1 = 1, u_2 = 0 \to y = 0 = f(w_1 - \theta) \leftrightarrow w_1 < \theta$
- $u_1 = u_2 = 1 \to y = 1 = f(w_1 + w_2 - \theta) \leftrightarrow w_1 + w_2 \geq \theta$

$$\theta = 3, w_1 = 2, w_2 = 2$$

1.2 Reprezentacja wektorowa

$$\vec{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$$
$$\vec{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_n)$$
$$y(\vec{u}, \vec{w}) = f(\vec{w} \cdot \vec{u} - \theta)$$

2 Liniowa separowalność

$$U_- = \{\vec{u_1}, \ldots, \vec{u_n}\} \subset \mathbb{R}^n$$
$$U_+ = \{\vec{v_{n+1}}, \ldots, \vec{v_{n+m}}\} \subset \mathbb{R}^n$$
$$U_- \cap U_+ = \emptyset$$

Mówimy, że zbiory wektorów (wejść) U_- i U_+ są liniowo separowalne, jeśli istnieje jakikolwiek $\vec{w}$ taki, że: $\vec{w} \cdot \vec{u} < 0 : \vec{u} \in U_-$ oraz $\vec{w} \cdot \vec{u} > 0 : \vec{u} \in U_+$. Innymi słowy jeśli istnieje hiperpłaszczyzna, która dzieli zbiory U_- i U_+.

2.1 Przykład

Dla bramki AND mamy:

$$U_- = \{(0,0), (0,1), (1,0)\}, U_+ = \{(1,1)\}$$

$$\vec{w} = (2,2), \theta = 3$$

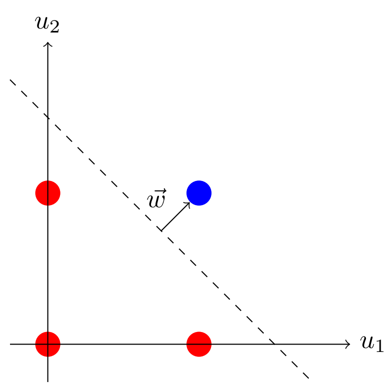

Diagram 2: Liniowa separowalność dla bramki AND