Spis treści

1 Uporządkowana para liczb

$$(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$$

2 Grupa

Grupa to uporządkowana para $G(A, \circ)$, gdzie A to zbiór, a $\circ$ to działanie spełniające następujące warunki:

- Zachodzi łączność działania $\forall a, b, c \in A : a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$
- Istnieje element neutralny $e \in A : \forall a \in A : a \circ e = e \circ a = a$
- Dla każdego elementu istnieje element odwrotny $\forall a \in A : \exists a^{-1} \in A : a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e$

2.1 Grupa abelowa

Grupa abelowa, to specjalny rodzaj grupy w którym spełniony jest dodatkowy warunek:

- Grupa jest przemienna $\forall a, b \in A : a \circ b = b \circ a$

2.2 Przykłady grup

$$G(\mathbb{Z}, +), G(\mathbb{Q}, +), G(\mathbb{R}, +), G(\mathbb{C}, +)$$

3 Pierścień

Pierścień to uporządkowana trójka $R(A, +, \cdot)$, gdzie A to zbiór, a + i $\cdot$ to działania spełniające następujące warunki:

- $(A, +)$ jest grupą abelową
- + i $\cdot$ są są wewnętrzne dla A
- Dla każdego $a, b, c \in A$ zachodzi rozdzielność mnożenia względem dodawania: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ oraz $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$
- Istnieje element neutralny mnożenia $1 \in A : \forall a \in A : a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

3.1 Pierścień z jedynką

Pierścień z jedynką to pierścień, w którym istnieje element neutralny mnożenia oraz $A \neq \emptyset$

3.2 Pierścień przemienny

Pierścień przemienny to pierścień, w którym mnożenie jest przemienna

4 Ciało

Ciało $C(K, +, \cdot)$ to pierścień przemienny z jedynką, oraz $(K \setminus \{0\}, \cdot)$ jest grupą

5 Homomorfizmy

5.1