Spis treści

1 Literatura

- E. M. Purcell, D. J. Morin "Electricity and Magnetism"
- R. Shankar "Fundamentals of Physics II" *przyjemne z ciągłą narracją, która wprowadza i daje kontekst to tematów*
- OpenStax "College Physics" *bardzo dobre, do rzeczy i darmowe, ale bez spójnej narracji*

2 Elektryczność

2.1 Cząstki

Elektryczność jest zjawiskiem, wynikającym z oddziaływań pomiędzy nukleonami. Wyróżniamy trzy nukleony: proton, neutron i elektron. Proton ma ładunek dodatni, neutron jest obojętny, a elektron ma ładunek ujemny. Proton i neutron znajdują się w jądrze atomowym, które choć zmienne w wyniku reakcji jądrowych, jest stabilne w warunkach normalnych. Elektrony z kolei krążą wokół jądra w tzw. chmurze elektronowej. W wyniku oddziaływań pomiędzy innymi nukleonami elektrony mogą być oderwane od atomu, tworząc jon dodatni lub ujemny. Tymczasowy brak równowagi, gradient ładunku, w materiale złożonym z kilku cząstek jest przyczyną zjawisk elektrycznych.

2.1.1 Przewodniki

Wyróżniamy grupę materiałów, które w wyniku ich struktury atomowej pozwalają na swobodny transfer elektronów i powstawanie gradientu ładunku. Są to przewodniki. Metale w wyniku istnienia specjalnych wiązań chemicznych są dobrymi przewodnikami. Podobnie roztwory elektrolityczne, w których jony mogą swobodnie przemieszczać się w roztworze. W przeciwieństwie do przewodników, izolatory nie pozwalają na swobodny transfer elektronów. W wyniku tego nie powstaje gradient ładunku.

2.1.2 Ładunek

Ładunek danej dyskretnej cząsteczki jest wielkością skalarną określoną wzorem:

$$q = n \cdot e$$

gdzie e to ładunek elementarny$(1.6 \cdot 10^{-19} C)$, a n to liczba cząsteczek. **Suma ładunków w układzie izolowanym jest stała.**

2.1.3 Elektryzowanie

W wyniku różnych oddziaływań pomiędzy ciałami, mogą one nabrać ładunku. Wyróżniamy kilka metod elektryzowania ciał. W każdej z nich powstaje gradient ładunku.

Elektryzowanie przez tarcie

W wyniku tarcia między ciałami, elektrony mogą być przenoszone z jednego ciała na drugie. W wyniku tego jedno ciało nabiera ładunku dodatniego, a drugie ujemnego.

Elektryzowanie przez dotyk

W momencie, w którym dotkniemy dwa ciała o różnym ładunku przewodnikiem, elektrony przenoszą się z ciała o większym ładunku do ciała o mniejszym ładunku. W wyniku tego oba ciała nabierają ładunku o wartości pośredniej.

Elektryzowanie przez indukcję

W wyniku zbliżenia ciała o ładunku do ciała obojętnego, ładunek w ciele obojętnym jest przemieszczany w wyniku oddziaływań pomiędzy ładunkami. W wyniku tego ciało obojętne nabiera ładunku. W materiałach przewodzących ładunek jest przemieszczany swobodnie, w izolatorach gradient powstaje w wyniku polaryzacji cząsteczek.

2.2 Prawo Coloumba

Ciała naelektryzowane oddziałują na siebie zgodnie z prawem Coloumba:

$$\vec{F_E} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{r}$$

gdzie k to stała elektrostatyczna$(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \epsilon_0 \approx 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{E}{m})$.

2.2.1 Zasada superpozycji

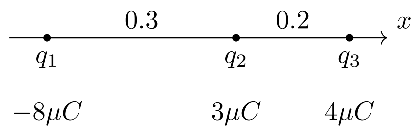
Siła wypadkowa działająca na ciało naelektryzowane jest sumą sił działających na to ciało ze strony innych ciał.

$$\vec{F_w} = k \cdot \sum_{j=1}^{n} \frac{q_1 \cdot q_j}{r^2} \cdot \vec{r}$$

2.2.2 Przykład

$$\vec{F_{31}} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r^2} = k \cdot \frac{-8 \cdot 4}{0.5^2} = -1.2N$$

$$\vec{F_{32}} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = k \cdot \frac{3 \cdot 4}{0.2^2} = 2.7N$$



2.3 Pole elektryczne

Pole elektryczne jest polem wektorowym, które opisuje siłę działającą na naelektryzowane ciało. Siła pola elektrycznego zależy od ładunku, tworzącego pole elektryczne, oraz od odległości od ładunku.

2.3.1 Linia pola elektrycznego

Do obrazowego przedstawienia pola elektrycznego używamy linii pola elektrycznego. Linie pola elektrycznego to linie które w każdym punkcie są styczne do wektora siły pola elektrycznego. Są one przedstawiane jako dyskretne linie, lecz w rzeczywistości pole elektryczne jest ciągłe.

2.3.2 Natężenie pola elektrycznego

Natężenie pola elektrycznego to wielkość wektorowa, która opisuje siłę działającą na jednostkowy ładunek w danym punkcie pola elektrycznego.

$$\vec{E}(r) = k \cdot \frac{|q|}{r^2} \cdot \vec{r}$$

Gdzie r to odległość od ładunku, a q to ładunek, tworzący pole elektryczne.

$$\vec{F_E} = q \cdot \vec{E}(r)$$

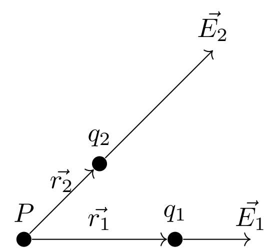


Diagram 1: Ilustracja natężenia pola elektrycznego, $|\vec{r_1}| < |\vec{r_2}| \rightarrow |\vec{E_1}| > |\vec{E_2}|$

2.3.3 Pole elektryczne przewodnika

Zewnętrzne pole elektryczne powoduje, że ładunki się przemieszczają wewnątrz przewodnika. Powstaje w ten sposób pole elektryczne wewnętrzne przewodnika, które jest przeciwnie skierowane do pola zewnętrznego. W wyniku tego pole elektryczne wewnątrz przewodnika jest równe 0.

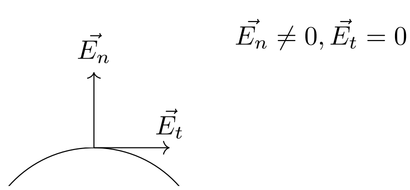
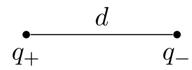


Diagram 2: Pole elektryczne na powierzchni przewodnika



2.4 Dipol elektryczny

Dipol elektryczny to układ dwóch ładunków o równych wartościach, lecz przeciwnych znakach. W wyniku tego układu powstaje pole elektryczne, które jest zależne od odległości między ładunkami. W wyniku tego dipol elektryczny jest zawsze zorientowany w kierunku od ładunku dodatniego do ujemnego.

Poszczególne bieguny dipola elektrycznego oddziałują na inne ciała osobno. Przez to, np.: ciała pozytywnie naładowane będą doświadczały różnej siły działającej ze strony dipola, w zależności od pozycji ciała względem dipola. Energia dipola elektrycznego to:

$$E = E_+ + E_-$$

Co za tym idzie, dla $d \to 0$ dipol zaczyna zachowywać się jak punktowy ładunek.

Dla dipola mamy moment dipolowy $p = qd$. Gdy dipol o moment dipolowym p jest umieszczony w jednorodnym polu elektrycznym $\vec{E}$, to na dipol działa moment siły $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$.

2.5 Prawo Gaussa

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0} = \oint_S E \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(r) dr$$

gdzie $\vec{s}$ to wektor powierzchni, a $\vec{E}$ to pole elektryczne, które przechodzi przez tę powierzchnię. Przy pomocy prawa Gaussa możemy obliczyć pole elektryczne w przypadku symetrycznych rozkładów ładunków. Ogólna idea za prawem Gaussa, jest taka, że ładunek w zamkniętej powierzchni Gaussa jest równy sumie ładunków wewnątrz powierzchni.

Kluczowym konceptem w takich obliczeniach, jest tak zwana powierzchnia Gaussa. Powierzchnia Gaussa to zamknięta powierzchnia, która otacza ładunek. Dla naładowanej kuli, powierzchnia Gaussa jest większą kulą, która otacza naładowaną kulę. Dla nieskończonej linii ładunkowej, powierzchnia Gaussa jest walcem, który otacza linię ładunkową. Dla nieskończonej płaszczyzny ładunkowej, powierzchnia Gaussa jest prostopadłościanem, który otacza płaszczyznę ładunkową.

2.5.1 Ciągłe rozkłady ładunków

Nie zawsze ciała mają dyskretne ładunki. W takich przypadkach rozważamy rozkłady powierzchniowe, liniowe i objętościowe ładunków, w zależności co dzielimy na infinitesimalne elementy.

Gęstość liniowa ładunku

$$\lambda = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} = \frac{dq}{ds}$$

$$q = \int \lambda ds$$

Gęstość powierzchniowa ładunku

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta A} = \frac{dq}{dA}$$

$$q = \int \sigma dA$$

Gęstość objętościowa ładunku

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}$$

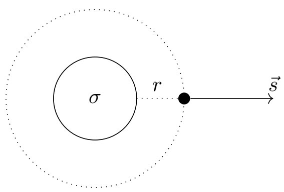
$$q = \int \rho dV$$

Natężenie pola elektrycznego

$$\vec{E} = k \cdot \int \frac{dq}{r^2} \cdot \vec{r}$$

$$dq = \begin{cases} \lambda ds & \text{dla ładunku liniowego} \\ \sigma dA & \text{dla ładunku powierzchniowego} \\ \rho dV & \text{dla ładunku objętościowego} \end{cases}$$

2.5.2 Pole elektryczne dla naładowanej kuli



Kula jest naładowana równomiernie ładunkiem z gęstością σ. W przypadku kuli, powierzchnia Gaussa jest kulą o promieniu r. Powierzchnia Gaussa jest prostopadła do pola elektrycznego.

$$\phi = \int_0^{4\pi r^2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint E \cdot dS$$

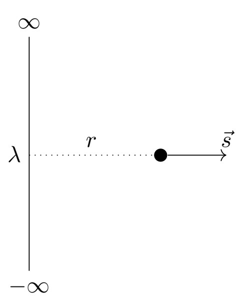
$$\frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot 4\pi r^2$$

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$$

$$E(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

Diagram 3: Prawo Gaussa dla naładowanej kuli

2.5.3 Pole elektryczne dla nieskończonej linii ładunkowej



Linia jest nieskończona, jako uproszczenie. Jeśli linia byłaby skończona, to trzeba by brać pod uwagę zmienne pole elektryczne na końcach linii.

Aby ułatwić obliczenia tworzymy przestrzeń zamkniętą, która zawiera linię. Ta przestrzeń otacza linię, tak aby $\vec{E} \| d\vec{s}$. W przypadku nieskończonej linii ładunkowej, powierzchnia Gaussa jest walcem o promieniu r i wysokości l. Powierzchnia Gaussa jest prostopadła do linii ładunkowej. W wyniku tego, pole elektryczne jest prostopadłe do powierzchni Gaussa. Następnie obliczamy pole elektryczne w każdym punkcie przestrzeni zamkniętej.

$$\phi = \int_0^{2\pi rl} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint E \cdot dS$$

$$\frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot 2\pi rl$$

$$\lambda = \frac{q}{l}$$

Na szczęście w przypadku nieskończonej linii ładunkowej, l znika z równania, zatem wynik jest niezależny od naszego schizofrenicznego tworu.

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Diagram 4: Prawo Gaussa dla ładunku liniowego w nieskończonej linii

2.5.4 Pole elektryczne dla nieskończonej płaszczyzny ładunkowej

Powierzchnia Gaussa jest prostopadłościanem, który otacza płaszczyznę ładunkową. Powierzchnia Gaussa jest prostopadła do płaszczyzny ładunkowej.

$$\phi = \int_0^{2A} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint E \cdot dS$$

$$\frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot 2A$$
$$\sigma = \frac{q}{2A}$$
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

2.6 Potencjał elektryczny

Potencjał elektryczny to wielkość skalarna, która opisuje pracę wykonaną nad jednostkowym ładunkiem, aby przenieść go z nieskończoności do danego punktu.

2.6.1 Własności sił zachowawczych

Siły zdefiniowane przez potencjał są siłami zachowawczymi.

$$\vec{F} = -\nabla U = -(\frac{\partial U}{\partial x}, \dots)$$

Oznacza to, że praca wykonana nad ładunkiem w zamkniętym obwodzie jest równa 0. Również to oznacza, że $U_1 - U_2 = -\oint F$

2.6.2 Potencjał pola elektrycznego

$$U = V_1 - V_2 = -\int_{r_1}^{r_2} E(r) \cdot dr$$

gdzie U to energia elektryczna, którą musimy wydać, aby przenieść ładunek z punktu r_1 do punktu r_2.

$$E = -\nabla V$$

Zatem pole elektryczne jest gradientem potencjału elektrycznego. I na odwrót, potencjał elektryczny jest całką pola elektrycznego.

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Co za tym idzie siła pola elektrycznego jest gradientem potencjału energii elektrycznego.

$$U = qV = k\frac{q_1 q_2}{r}$$
$$F_E = qE = -q\nabla V = -\nabla U$$

2.7 Kondensatory

Kondensatory to układy elektryczne, które przechowują elektryczną energię potencjalną. Składają się z dwóch przewodników, oddzielonych dielektrykiem. Dla kondensatora mamy pojemność C.

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{S \cdot \epsilon_0}{d}$$

gdzie Q to ładunek, a V to napięcie między przewodnikami. Kondensatory połączone równolegle mają sumaryczną

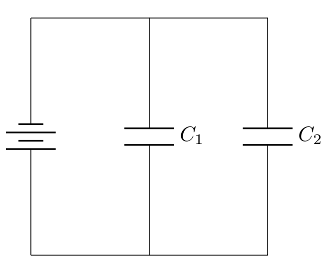


Diagram 5: Kondensatory połączone równolegle.

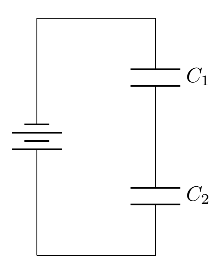


Diagram 6: Kondensatory połączone szeregowo.

pojemność $C_{tot} = C_1 + C_2$. Z kolei kondensatory połączone szeregowo mają sumaryczną pojemność $C_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$.

2.7.1 Energia kondensatora

Energia kondensatora to energia zgromadzona w kondensatorze. Można ją obliczyć jako pracę wykonaną nad ładunkiem, aby go przesunąć od jednej płytki kondensatora do drugiej.

$$W = \int_0^Q \frac{Q}{C} dQ = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2$$

2.8 Opór elektryczny

Dla danego materiału, mamy określoną przewodność elektryczną σ. Zakładając prosty kabel długości L i polem przekroju A z przewodnością σ z znaną różnicą potencjałów V, wtedy wiemy, że: $V = EL$. Również wiemy, że $I = jA$, gdzie j to gęstość prądu. Przewodnictwo prądu określamy jako $G = \frac{\sigma A}{L}$, oraz $I = GV$. Na podstawie tego wszystkiego możemy okreslić, że:

$$R = \frac{U}{I}$$

gdzie R to opór elektryczny. Opór elektryczny jest wielkością skalarna, która określa opór elektryczny danego materiału. Widać na podstawie powyższego, jak opór elektryczny zależy od: materiału, długości i pola przekroju.

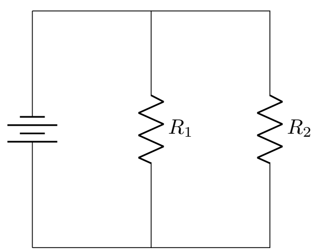


Diagram 7: Oporniki połączone równolegle.

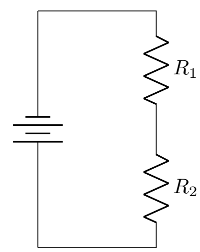


Diagram 8: Oporniki połączone szeregowo.

Dla połączenia równoległego mamy $I_{1+2} = I_1 + I_2$. Z kolei dla połączenia szeregowego mamy $I_1 = I_2$.

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{U}{R} = \frac{P}{U}$$

3 Magnetyzm

Magnetyzm, w swojej esencji to zjawisko, które występuje w materiale, gdy przepływa przez niego prąd elektryczny. W wyniku tego ruchu powstaje pole magnetyczne B. Siła na ładunek w polu magnetycznym jest równa:

$$F_{mag} = q(E + v \times B)$$

gdzie E to pole elektryczne i v to prędkość ładunku. Warto też zauważyć:

$$P = vF = qvE$$

3.1 Zasada prawej ręki

Ponieważ, w równaniu $P = F_{mag}$, $v \times B = 0$, siła magnetyczna jest zawsze prostopadła do prędkości ładunku. Co za tym idzie, można sformalizować relatywne zwroty sił w polu magnetycznym.

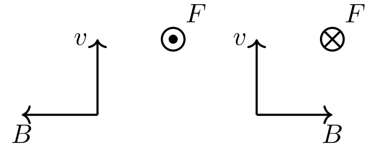
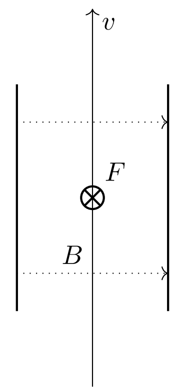


Diagram 9: Siła magnetyczna na ładunku w polu magnetycznym

3.2 Efekt Halla

Na ładunek w polu magnetycznym o prędkości v działa siła magnetyczna $F = qvB\sin(\theta)$, gdzie θ jest kątem między prędkością ładunku a pola magnetycznego.



Po przekształceniu równania, zakłądając, że to nie cząstka a ładunek I na przestrzeni l doświadza tego pola uzyskujemy:

$$F = IlB\sin(\theta)$$

Siła elektromotoryczna:

$$\epsilon = Blv$$

3.3 Silnik elektryczny

Moment siły:

$$\tau = NIAB\sin(\theta)$$

gdzie N to liczba wirów, I to prąd, A to pole powierzchni, a θ to kąt między pola magnetycznego a normalną do powierzchni.

3.4 Prawo Biot-Savarta

Pole magnetyczne generowane przez prąd I w linii prądu dl jest wyrażone jako:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl \times (r - r')}{|r - r'|^3}$$

gdzie μ_0 to stała ($\frac{\mu_0 I}{4\pi} = 10^{-7}$), r' to pozycja ładunku, a r to pozycja obserwatora.

3.4.1 Pole magnetyczne pętli

$$|dB| = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{R^2 + z^2}$$

to siła pola magnetycznego generowanego przez prąd I w odcinku dl o promieniu R na wysokości z.

$$B(0,0,z) = k\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2\pi R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

3.4.2 Pole magnetyczne nieskończonej linii

W przypadku nieskończonej linii prądu, pole magnetyczne jest równoległe do linii prądu i ma stałą wartość:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

gdzie r to odległość od linii prądu.

3.4.3 Pole magnetyczne solenoidu

Siły magnetyczne na zewnątrz pętli sprowadza się do pola magnetycznego prostego magnesu dipolowego. Pole magnetyczne wewnątrz solenoidu wyrażone jest jako:

$$B = \mu_0 n I$$

gdzie n to liczba wątków na jednostkę długości ($n = N/l$).

3.5 Prawo Ampéra

Odpowiednik prawa Gaussa dla pola magnetycznego. Cała po polu magnetycznym zamkniętego kształtu jest stała.

$$\oint B \cdot dl = \mu_0 I$$

3.6 Siła elektromotoryczna

$$\epsilon = \oint E \cdot dr = \oint (E + v \times B) \cdot dl = -\frac{d\phi}{dt}$$

Ruszając magnetyczną pętlę o długości L i grubości w w stałym polu magnetycznym, przepływ wynosi:

$$\phi = BwL$$

Wtedy:

$$\epsilon = -Bvw$$

gdzie v to prędkość pętli.