

# Spis treści

<b>1</b>	<b>Prawa logiki</b>	<b>1</b>
1.1	Prawa łączności . . . . .	1
1.2	Prawa przemienności . . . . .	1
1.3	Prawa impotentności . . . . .	1
1.4	Prawo rozdzielności . . . . .	1
1.5	Prawo de Morgana . . . . .	1
1.6	Prawo podwójnej negacji . . . . .	1
1.7	Prawo transpozycji . . . . .	2
1.8	Prawo eksportacji-importacji . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Wnioskowanie</b>	<b>2</b>
2.1	Reguły wnioskowania . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Przekształcenia</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Postaci normalne</b>	<b>2</b>
<b>5</b>	<b>Sekwenty</b>	<b>3</b>
<b>6</b>	<b>Kwantyfikatory</b>	<b>3</b>
<b>7</b>	<b>Zbiory</b>	<b>3</b>

## 1 Prawa logiki

### 1.1 Prawa łączności

- $(p \wedge q) \wedge r \leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
- $(p \vee q) \vee r \leftrightarrow p \vee (q \vee r)$
- $((p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r) \leftrightarrow (p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r))$

### 1.2 Prawa przemienności

- $p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$
- $p \vee q \leftrightarrow q \vee p$
- $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow p)$

### 1.3 Prawa impotentności

- $p \vee p \leftrightarrow p$
- $p \wedge p \leftrightarrow p$

### 1.4 Prawo rozdzielności

$$(p \wedge q) \vee r \leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$$

### 1.5 Prawo de Morgana

$$\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

### 1.6 Prawo podwójnej negacji

$$\neg\neg p \leftrightarrow p$$

## 1.7 Prawo transpozycji

$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$$

## 1.8 Prawo eksportacji-importacji

$$(p \wedge q) \rightarrow r \leftrightarrow p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

## 2 Wnioskowanie

$$\frac{x_1, x_2, \dots, x_n}{y}$$

$x_n$  - założenia,  $y$  - teza

Wnioskowanie jest dedukcyjne jeżeli  $x_1 \wedge x_2 \cdots \wedge x_n \rightarrow y$  jest tautologią.

Jeżeli wniosek wynika logicznie z przesłanek to wnioskowanie jest dedukcyjne.

### 2.1 Reguły wnioskowania

Poniższe reguły są zawsze poprawne.

$$\frac{p, p \rightarrow q}{q}$$

$$\frac{p \rightarrow q, q \rightarrow r}{p \rightarrow r}$$

$$\frac{p \rightarrow q, \neg q}{\neg p}$$

$$\frac{p \rightarrow q, q \rightarrow p}{p \leftrightarrow q}$$

## 3 Przekształcenia

$$p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$$

$$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$X \downarrow Y = \neg(x \vee y)$$

$$X \uparrow Y = \neg(x \wedge y)$$

## 4 Postaci normalne

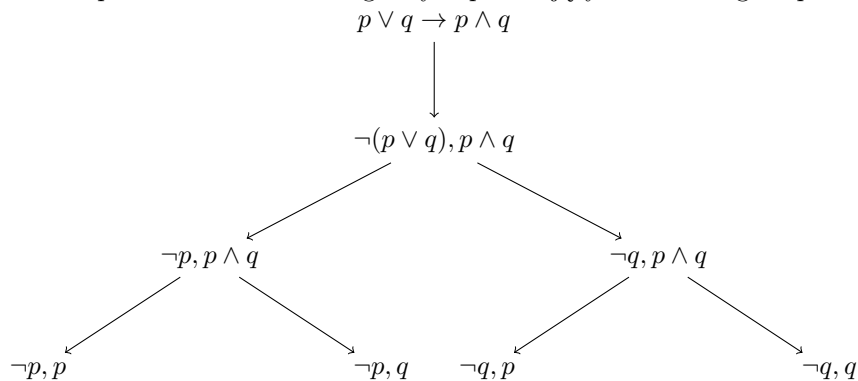
APN - alternatywna postać normalna. Zbiór klauzul nad zmiennymi połączonymi operatorem alternatywy.  $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q)$ . Jeśli w APN jest para klauzul przeciwnych to jest to anty-tautologia.

KPN - koniunkcyjna postać normalna. Zbiór klauzul nad zmiennymi połączonymi operatorem koniunkcji.  $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q)$ . Jeśli w KPN jest para klauzul przeciwnych to jest to tautologia.

$p$	$q$	$r$	APN	KPN
1	1	1	$p \wedge q \wedge r$	$\neg p \vee \neg q \vee \neg r$
1	1	0	$p \wedge q \wedge \neg r$	$\neg p \vee \neg q \vee r$
1	0	1	$p \wedge \neg q \wedge r$	$\neg p \vee q \vee \neg r$

## 5 Sekwenty

Sekwent to para zbiorów formuł logicznych powstający z normalnego zapisu algebry logicznej.



Przy pomocy takiego drzewa można sprawdzić czy formuła jest tautologią.

## 6 Kwantyfikatory

$$\forall_{A(x)} B(x) \leftrightarrow \forall_x (A(x) \rightarrow B(x))$$

$$\exists_{A(x)} B(x) \leftrightarrow \exists_x (A(x) \wedge B(x))$$

## 7 Zbiory

- $X \subset Y \leftrightarrow \forall x (x \in X \rightarrow x \in Y)$
- $X \cup Y \leftrightarrow \{x : x \in X \vee x \in Y\}$
- $X \cap Y \leftrightarrow \{x : x \in X \wedge x \in Y\}$
- $X \setminus Y \leftrightarrow \{x : x \in X \wedge \neg x \in Y\}$
- $A \div B = \{x : (x \in A \wedge \neg x \in B) \vee (\neg x \in A \wedge x \in B)\}$
- $\bigcup_{i \in I} A_i = \{x : \exists_{i \in I} (x \in A_i)\}$
- $\bigcap_{i \in I} A_i = \{x : \forall_{i \in I} (x \in A_i)\}$

$\mathbb{U}$  - uniwersum

$$A' = \mathbb{U} \setminus A$$

$$A \times B = \{ \langle x, y \rangle : x \in A \wedge y \in B \}$$