

1 Wstęp

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4$$

2 Eksperyment Younga

W eksperymencie mierzymy zachowanie elektronów względem dwóch dziur i czujnika ruchomego na wzdłuż osi x . Mierzymy prawdopodobieństwo, tego, że czujnik odbierze elektron, jako $P_{12}(x)$. Równocześnie rozróżniamy $P_1(x)$ oraz $P_2(x)$; prawdopodobieństwa, tego, że czujnik odbierze elektron przy jednej z dziur zasłoniętej.

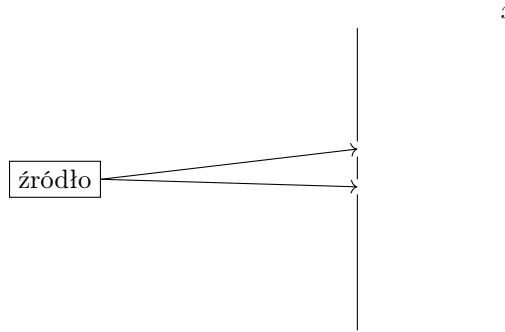


Diagram 1: Ilustracja eksperymentu

2.1 Cząstkowa interpretacja

Jeśli elektron zachowałby się jako cząstka, to spodziewalibyśmy się, że $P_{12}(x) = P_1(x) + P_2(x)$. Wnioskiem takiej obserwacji byłoby, że cząstki elektronów nie mają na siebie wpływu; nie zachodzi interferencja. Co więcej, elektron zawsze przechodzi jedną dziurą.

2.2 Falowa interpretacja

Jeśli elektron zachowałby się jako fala, to spodziewalibyśmy się przeciwnego wyniku. Fale nie nakładają się na siebie tak czysto. Zachodziłaby interferencja; fale w zależności od fazy albo by się na siebie nakładały, albo niwelowały. Co więcej ze względu na działanie fal, elektron by przechodził przez obydwie dziury jednocześnie. $P_{12}(x) = |\phi_1(x) + \phi_2(x)|^2$, $P_1 = |\phi_1(x)|^2$,

2.3 Wynik

Eksperyment pokazuje, że mimo tego, że detektor odbiera elektryny w dyskretnych grupach, to P_{12} zachowuje się jakby elektryny były falami. Zatem elektron zachowuje się "trocę jak cząstka trochę jak fala".

Dodanie źródła światła do eksperymentu, co pozwala nam go zobaczyć, powoduje, że elektryny zachowują się jak cząstki. Wynika to z tego, że światło wpływa na elektryny.

Na podstawie tego eksperymentu, opracowano zasadę niepewności Heisenberga. W ramach eksperymentu, oznacza ona, że nie da się zaprojektować detektora elektronów, który nie wpływa na elektryny.

2.4 Wyprowadzenia

Ten eksperyment pozwala nam wyprowadzić następujące właściwości światła o danej długości fali λ i częstotliwości ω :

$$\begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ p &= \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \frac{\hbar}{\lambda} = k\hbar \\ E_f &= \hbar\omega = pc \end{aligned}$$

Zatem też: $m_f = 0$, $v_f = c$.

2.5 Światło

Światło o danym λ i ω składa się z dyskretnych cząstek, których dystrybucja jest dana przez interferencję fal. Nie jest falą, ale działa jak fala. Charakterystyka fali określa prawdopodobieństwo, tego że foton padnie w danym miejscu.

2.6 Fala de Broglie

Jest to generalizacja koncepcji światła wychodzącej z eksperymentu Younga. Każda fala, która na skali makroskopicznej zachowuje się jak fala, lecz tak naprawdę jest masą dyskretnych cząstek jest falą de Broglie, lub falą materii.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$E = h\nu$$

3 Zasada niepewności

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

gdzie, na przykład, $\Delta x = \sigma(x)$. Istotna jest jednak obserwacja, że dla $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta p \rightarrow \infty$, i na odwrót.

4 Efekt Fotoelektryczny

W wyniku promieniowania fotonami, elektrony atomów pierwiastka są wyrzucane z atomu. Efekt ten jest wykorzystywany w praktyce w napędzaniu fotodiód i fotokomórek.

Elektrony w metalu znajdują się w studni potencjału, głębokości W , odpowiadającej pracy wyjścia. Foton padając na materiał powoduje wyrzucenie elektronu naładowanego U z energią kinetyczną $E_{k\max}$. W wyniku tego procesu utracona zostaje energia w postaci pracy wyjścia W :

$$E_{k\max} = E_f - W = eU$$

Częstością progową nazywamy najniższą częstotliwość ω_0 , dla której $E_{k\max} = 0$.

5 Zjawisko Comptona

W zjawisku Comptona foton padający na elektron zmienia kierunek i częstotliwość. Efekt ten jest wykorzystywany w praktyce w analizie struktury atomów i molekuł.

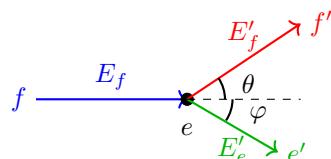


Diagram 2: Ilustracja zjawiska Comptona. Foton f ma długość fali λ .

W zjawisku zachowany jest pęd oraz energia, co wraz z równaniem Comptona:

$$(\lambda' - \lambda) \frac{m_e c}{h} = 1 - \cos \theta$$

Pozwala nam w istocie wyprowadzić wszystkie niewadome w zjawisku.

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$p_f + p_e = p'_f + p'_e \Rightarrow \begin{cases} \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + p_e \cos \varphi \\ 0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \theta + p_e \sin \varphi \end{cases}$$

$$E_f + E_e = E'_f + E'_e \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + E'_e$$

6 Stan cząstki

Z powyższych sekcji wiemy, że cząstka w mechanice kwantowej nie ma stricte określonej pozycji ani pędu. Wynika to z zasady niepewności Heisenberga. W mechanice klasycznej cząstki opisujemy parą (x, p) , czym opisujemy w mechanice kwantowej? Mamy funkcję falową $\psi(x)$, gdzie $P(x) = |\psi(x)|^2$ opisuje prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w x .

Elektron w okolicy atomu 1 jest opisany przez funkcję falową $\psi_1(x)$. Prawdopodobieństwo tego, że elektron jest w miejscu x obok atomu 1 opisuje analogicznie $P_1(x) = |\psi_1(x)|^2$. Teraz wyobraźmy sobie, że dodajemy drugi atom 2 i nie wiemy obok którego jest elektron. Na podstawie pomiarów możemy określić, czy pomiary odpowiadają $P_1(x)$, czy $P_2(x) = |\psi_2(x)|^2$.

Co jeśli elektron może być między cząstками, czyli nie zakładamy, że należy do jednej cząstki? Wtedy mówimy, że elektron jest w stanie $\psi_{1+2}(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x)$. $P_{1+2} = |\psi_{1+2}|^2$.

6.1 Pomiar

Do momentu pomiaru, elektron w naszym przykładzie **nie ma pozycji**. Założenie, że jest obok jednej cząstki jest jak założenie, że cząstka przeszła przez jeden otwór w eksperymencie Younga. Prawdopodobieństwo w mechanice klasycznej i kwantowej działają zupełnie inaczej. W mechanice klasycznej cząstki mają określony zawczas stan. Pomiar, wykonany w danym czasie uzyska zawsze jeden wynik. Identyczny pomiar wykonany w mechanice kwantowej może uzyskać różne odpowiedzi.

Można to sobie wyobrazić w następujący sposób. W mechanice klasycznej, prawdopodobieństwo $P(x)$ jest ewaluowane a priori. Mechanika klasyczna jest deterministyczna i znając (x, p) nie muszę nawet robić pomiarów. W mechanice kwantowej $P(x)$ jest ewaluowane w czasie rzeczywistym. Mechanika kwantowa nie jest deterministyczna.

6.2 Funkcja

$P(x) = |\psi(x)|^2$ musi być całkowalna po całej powierzchni. Prawdopodobieństwo musi być skończone w końcu. Są od tej zasady wyjątki, szczególnie cząstki, których całka rośnie wraz z rozmiarem wszechświata.

Dla cząstki z określonym pędem p :

$$\psi_p(x) = A \exp\left[\frac{ipx}{\hbar}\right]$$

A to czynnik normalizujący, wychodzący z konieczności $1 = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_x(x)|^2 dx$. Dla nieskończonego wszechświata nie ma to sensu, bo $1 = |A|^2 \cdot \infty$. Zatem zakładamy skończony wszechświat o obwodzie L :

$$\psi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \exp\left[\frac{ipx}{\hbar}\right]$$

Warunek kwantyzacji ogranicza p do:

$$p_n = \frac{n\hbar}{L}$$

$$\psi(x) = \sum_p A(p) \psi_p(x)$$

7 Model Bohra

W modelu atomu Bohra, elektron porusza się wokół jądra wokół jednej z dyskretnych orbit. To też oznacza, że energia elektronu jest dyskretna lub zkwantowana.

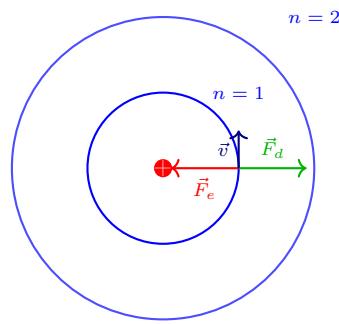


Diagram 3: Model Bohra atomu

Elektron na orbicie utrzymuje się w wyniku siły elektrostatycznej między elektronem a jądrem.

$$\frac{mv^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}$$

$$mvr = n\hbar = n \frac{\hbar}{2\pi}$$

Dla dowolnego ciała na orbicie:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

gdzie T jest czasem okresu orbity.

$$E_k = -\frac{E_p}{2}$$

Postulat Bohra:

$$\oint pdq = nh$$