

## Spis treści

|          |  |          |
|----------|--|----------|
| <b>1</b> | <b>Literatura</b>                        | <b>1</b> |
| <b>2</b> | <b>Cząstki</b>                           | <b>1</b> |
| 2.1      | Przewodniki . . . . .                    | 2        |
| 2.2      | Ładunek . . . . .                        | 2        |
| 2.3      | Elektryzowanie . . . . .                 | 2        |
| 2.3.1    | Elektryzowanie przez tarcie . . . . .    | 2        |
| 2.3.2    | Elektryzowanie przez dotyk . . . . .     | 2        |
| 2.3.3    | Elektryzowanie przez indukcję . . . . .  | 2        |
| <b>3</b> | <b>Prawo Coloumba</b>                    | <b>2</b> |
| 3.1      | Zasada superpozycji . . . . .            | 2        |
| 3.2      | Przykład . . . . .                       | 2        |
| <b>4</b> | <b>Pole elektryczne</b>                  | <b>3</b> |
| 4.1      | Linia pola elektrycznego . . . . .       | 3        |
| 4.2      | Natężenie pola elektrycznego . . . . .   | 3        |
| 4.3      | Pole elektryczne przewodnika . . . . .   | 3        |
| <b>5</b> | <b>Dipol elektryczny</b>                 | <b>4</b> |
| <b>6</b> | <b>Ciągłe rozkłady ładunków</b>          | <b>4</b> |
| 6.1      | Gęstość liniowa ładunku . . . . .        | 4        |
| 6.2      | Gęstość powierzchniowa ładunku . . . . . | 4        |
| 6.3      | Gęstość objętościowa ładunku . . . . .   | 4        |
| 6.4      | Natężenie pola elektrycznego . . . . .   | 4        |
| <b>7</b> | <b>Prawo Gaussa</b>                      | <b>5</b> |
| <b>8</b> | <b>Potencjał elektryczny</b>             | <b>5</b> |
| 8.1      | Własności sił zachowawczych . . . . .    | 5        |
| 8.2      | Potencjał pola elektrycznego . . . . .   | 5        |
| <b>9</b> | <b>Kondensatory</b>                      | <b>5</b> |

## 1 Literatura

- E. M. Purcell, D. J. Morin "Electricity and Magnetism"
- R. Shankar "Fundamentals of Physics II"
- OpenStax "College Physics"

## 2 Cząstki

Elektryczność jest zjawiskiem, wynikającym z oddziaływań pomiędzy nukleonami. Wyróżniamy trzy nukleony: proton, neutron i elektron. Proton ma ładunek dodatni, neutron jest obojętny, a elektron ma ładunek ujemny. Proton i neutron znajdują się w jądrze atomowym, które choć zmienne w wyniku reakcji jądrowych, jest stabilne w warunkach normalnych. Elektrony z kolei krążą wokół jądra w tzw. chmurze elektronowej. W wyniku oddziaływań pomiędzy innymi nukleonami elektrony mogą być oderwane od atomu, tworząc jon dodatni lub ujemny. Tymczasowy brak równowagi, gradient ładunku, w materiale złożonym z kilku cząstek jest przyczyną zjawisk elektrycznych.

## 2.1 Przewodniki

Wyróżniamy grupę materiałów, które w wyniku ich struktury atomowej pozwalają na swobodny transfer elektronów i powstawanie gradientu ładunku. Są to przewodniki. Metale w wyniku istnienia specjalnych wiązań chemicznych są dobrymi przewodnikami. Podobnie roztwory elektrolityczne, w których jony mogą swobodnie przemieszczać się w roztworze. W przeciwieństwie do przewodników, izolatory nie pozwalają na swobodny transfer elektronów. W wyniku tego nie powstaje gradient ładunku.

## 2.2 Ładunek

Ładunek danej dyskretniej cząsteczki jest wielkością skalarną określoną wzorem:

$$q = n \cdot e$$

gdzie  $e$  to ładunek elementarny ( $1.6 \cdot 10^{-19} C$ ), a  $n$  to liczba cząsteczek. **Suma ładunków w układzie izolowanym jest stała.**

## 2.3 Elektryzowanie

W wyniku różnych oddziaływań pomiędzy ciałami, mogą one nabrać ładunku. Wyróżniamy kilka metod elektryzowania ciał. W każdej z nich powstaje gradient ładunku.

### 2.3.1 Elektryzowanie przez tarcie

W wyniku tarcia między ciałami, elektrony mogą być przenoszone z jednego ciała na drugie. W wyniku tego jedno ciało nabiera ładunku dodatniego, a drugie ujemnego.

### 2.3.2 Elektryzowanie przez dotyk

W momencie, w którym dotkniemy dwa ciała o różnym ładunku przewodnikiem, elektrony przenoszą się z ciała o większym ładunku do ciała o mniejszym ładunku. W wyniku tego oba ciała nabierają ładunku o wartości pośredniej.

### 2.3.3 Elektryzowanie przez indukcję

W wyniku zbliżenia ciała o ładunku do ciała obojętnego, ładunek w ciele obojętnym jest przemieszczany w wyniku oddziaływań pomiędzy ładunkami. W wyniku tego ciało obojętne nabiera ładunku. W materiałach przewodzących ładunek jest przemieszczany swobodnie, w izolatorach gradient powstaje w wyniku polaryzacji cząsteczek.

## 3 Prawo Coloumba

Ciała naelektryzowane oddziałują na siebie zgodnie z prawem Coloumba:

$$\vec{F}_E = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{r}$$

gdzie  $k$  to stała elektrostatyczna ( $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ,  $\epsilon_0 \approx 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{E}{m}$ ).

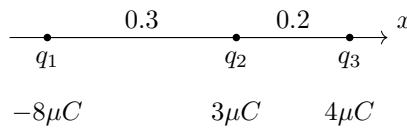
### 3.1 Zasada superpozycji

Siła wypadkowa działająca na ciało naelektryzowane jest sumą sił działających na to ciało ze strony innych ciał.

$$\vec{F}_w = k \cdot \sum_{j=1}^n \frac{q_1 \cdot q_j}{r^2} \cdot \vec{r}$$

### 3.2 Przykład

$$\begin{aligned} \vec{F}_{31} &= k \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r^2} = k \cdot \frac{-8 \cdot 4}{0.5^2} = -1.2N \\ \vec{F}_{32} &= k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = k \cdot \frac{3 \cdot 4}{0.2^2} = 2.7N \end{aligned}$$



## 4 Pole elektryczne

Pole elektryczne jest polem wektorowym, które opisuje siłę działającą na naelektryzowane ciało. Siła pola elektrycznego zależy od ładunku, tworzącego pole elektryczne, oraz od odległości od ładunku.

### 4.1 Linia pola elektrycznego

Do obrazowego przedstawienia pola elektrycznego używamy linii pola elektrycznego. Linie pola elektrycznego to linie które w każdym punkcie są styczne do wektora siły pola elektrycznego. Są one przedstawiane jako dyskretne linie, lecz w rzeczywistości pole elektryczne jest ciągłe.

### 4.2 Natężenie pola elektrycznego

Natężenie pola elektrycznego to wielkość wektorowa, która opisuje siłę działającą na jednostkowy ładunek w danym punkcie pola elektrycznego.

$$\vec{E}(r) = k \cdot \frac{|q|}{r^2} \cdot \vec{r}$$

Gdzie  $r$  to odległość od ładunku, a  $q$  to ładunek, tworzący pole elektryczne.

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}(r)$$

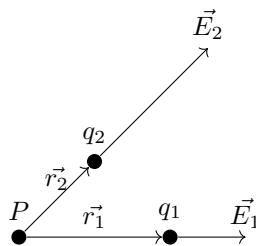


Diagram 1: Ilustracja natężenia pola elektrycznego,  $|\vec{r}_1| < |\vec{r}_2| \rightarrow |\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$

### 4.3 Pole elektryczne przewodnika

Zewnętrzne pole elektryczne powoduje, że ładunki się przemieszczają wewnątrz przewodnika. Powstaje w ten sposób pole elektryczne wewnętrzne przewodnika, które jest przeciwnie skierowane do pola zewnętrznego. W wyniku tego pole elektryczne wewnątrz przewodnika jest równe 0.

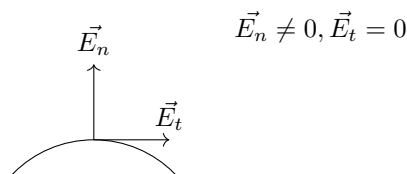
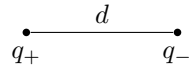


Diagram 2: Pole elektryczne na powierzchni przewodnika

## 5 Dipol elektryczny

Dipol elektryczny to układ dwóch ładunków o równych wartościach, lecz przeciwnych znakach. W wyniku tego układu powstaje pole elektryczne, które jest zależne od odległości między ładunkami. W wyniku tego dipol elektryczny jest zawsze zorientowany w kierunku od ładunku dodatniego do ujemnego.



Poszczególne bieguny dipola elektrycznego oddziałują na inne ciała osobno. Przez to, np.: ciała pozytywnie naładowane będą doświadczały różnej siły działającej ze strony dipola, w zależności od pozycji ciała względem dipola. Energia dipola elektrycznego to:

$$E = E_+ + E_-$$

Co za tym idzie, dla  $d \rightarrow 0$  dipol zaczyna zachowywać się jak punktowy ładunek.

Dla dipola mamy moment dipolowy  $p = qd$ . Gdy dipol o moment dipolowym  $p$  jest umieszczony w jednorodnym polu elektrycznym  $\vec{E}$ , to na dipol działa moment siły  $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ .

## 6 Ciągłe rozkłady ładunków

Nie zawsze ciała mają dyskretne ładunki. W takich przypadkach rozważamy rozkłady powierzchniowe, liniowe i objętościowe ładunków, w zależności co dzielimy na infinitesimalne elementy.

### 6.1 Gęstość liniowa ładunku

$$\lambda = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} = \frac{dq}{ds}$$

$$q = \int \lambda ds$$

### 6.2 Gęstość powierzchniowa ładunku

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta A} = \frac{dq}{dA}$$

$$q = \int \sigma dA$$

### 6.3 Gęstość objętościowa ładunku

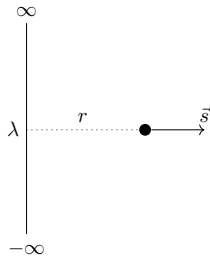
$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}$$

$$q = \int \rho dV$$

### 6.4 Natężenie pola elektrycznego

$$\vec{E} = k \cdot \int \frac{dq}{r^2} \cdot \vec{r}$$

$$dq = \begin{cases} \lambda ds & \text{dla ładunku liniowego} \\ \sigma dA & \text{dla ładunku powierzchniowego} \\ \rho dV & \text{dla ładunku objętościowego} \end{cases}$$



Linia jest nieskończona, jako uproszczenie. Jeśli linia byłaby skończona, to trzeba by brać pod uwagę zmienne pole elektryczne na końcach linii.

Aby ułatwić obliczenia tworzymy przestrzeń zamkniętą, która zawiera linię. Ta przestrzeń otacza linię, tak aby  $\vec{E} \parallel d\vec{s}$ . Następnie obliczamy pole elektryczne w każdym punkcie przestrzeni zamkniętej.

$$\frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot 2\pi r l$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Diagram 3: Prawo Gaussa dla ładunku liniowego w nieskończonej linii

## 7 Prawo Gaussa

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

gdzie  $\vec{s}$  to wektor powierzchni, a  $\vec{E}$  to pole elektryczne, które przechodzi przez tę powierzchnię.

## 8 Potencjał elektryczny

Potencjał elektryczny to wielkość skalarna, która opisuje pracę wykonaną nad jednostkowym ładunkiem, aby przenieść go z nieskończoności do danego punktu.

### 8.1 Własności sił zachowawczych

Siły zdefiniowane przez potencjał są siłami zachowawczymi.

$$\vec{F} = -\nabla U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}, \dots\right)$$

Oznacza to, że praca wykonana nad ładunkiem w zamkniętym obwodzie jest równa 0. Również to oznacza, że  $U_1 - U_2 = -\oint F$

### 8.2 Potencjał pola elektrycznego

$$V = V_1 - V_2 = - \int_{r_1}^{r_2} E(r) \cdot dr$$

$$E = -\nabla V$$

Zatem pole elektryczne jest gradientem potencjału elektrycznego. I na odwrót, potencjał elektryczny jest całką pola elektrycznego.

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Co za tym idzie siła pola elektrycznego jest gradientem potencjału energii elektrycznego.

$$U = q \cdot V$$

$$F_E = q \cdot E = -\nabla U$$

## 9 Kondensatory

Kondensatory to układy elektryczne, które przechowują elektryczną energię potencjalną. Składają się z dwóch przewodników, oddzielonych dielektrykiem. Dla kondensatora mamy pojemność  $C = \frac{Q}{V}$ , gdzie  $Q$  to ładunek, a  $V$  to napięcie między przewodnikami. Kondensatory połączone równolegle mają sumaryczną pojemność  $C_{tot} = C_1 + C_2$ . Z kolei kondensatory połączone szeregowo mają sumaryczną pojemność  $C_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$ .

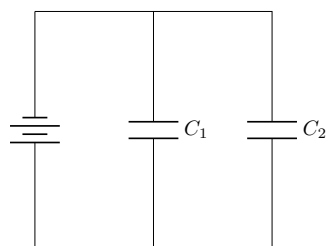


Diagram 4: Kondensatory połączone równolegle.

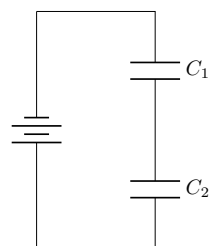


Diagram 5: Kondensatory połączone szeregowo.