$$x+2y+z=2$$
$$3x+8y+z=12$$
$$4y+z=2$$

消元法+回代法

pivot

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 8 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{(2,1)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{(3,2)} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 8 & 1 & 12 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 6 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

消元法

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 & -10 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{aligned} x+2y+z&=2 \\ 2y-2z&=6 \\ 5z&=-10 \end{aligned}$$

回代法

$$(x, y, z) = (2, 1, -2)$$

Matrix · column = column.

$$\begin{bmatrix} col1 & col2 & col3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 3\,col1 \\ + \\ 4\,col2 \\ + \\ 5\,col3 \end{matrix}$$

Row × Matrix = Row

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} row1 \\ row2 \\ row3 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1 \times row1 \\ + \\ 2 \times row2 \\ + \\ 7 \times row3 \end{matrix}$$

Elimination Matrices.

step1. subtract 3 × row1 from row2

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 8 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

step2. subtract 2 × row 2 form row 3.

$$\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

置换 permutation

Exchange row 1 and 2

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & d \\ a & b \end{bmatrix}$$

Exchange column 1 and column 2

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \qquad = \begin{bmatrix} b & a \\ d & c \end{bmatrix}$$

可逆 Inverse.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

E^{-1} $\quad$ E $\quad$ I