

质点运动学

1. 位移 (Displacement)

质点在某一段时间内位置的增量

大小: 初位置到末位置的直线距离

方向: 由初位置指向末位置

$$|\Delta \vec{r}| = |\vec{r}_B - \vec{r}_A| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

2. 路程 (Distance)

物体运动时实际通过的轨迹长度 s

$|\Delta \vec{r}| \neq \Delta s \neq \Delta r$, 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时有 $|d\vec{r}| = ds \neq dr$

思考题: $\int_0^t d\vec{r} = \Delta \vec{r}$ $\int_0^t |d\vec{r}| = \text{路程}$

3. 瞬时速度

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

瞬时速率:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = \frac{|d\vec{r}|}{dt} = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right|$$

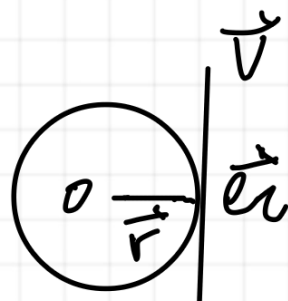
(*) 用自然坐标表示平面曲线运动的 \vec{v} 和 \vec{a}

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{e}_t = v \vec{e}_t$$

质点作变速圆周运动时

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + v \frac{d\vec{e}_t}{dt}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

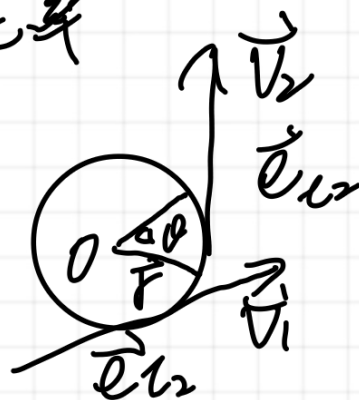


切向单位变量的时间变化率

$$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \frac{d\vec{e}_t}{ds} = \frac{d\theta}{ds} \vec{e}_n$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + v \omega \vec{e}_n$$

$$a_n = v\omega = \frac{v^2}{r} = r\omega$$



4. 加速度

(1) 切向加速度

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{ds}{dt^2} \quad \text{其量值反应速度大小变化之快慢}$$

(2) 法向加速度

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

质点运动学2类基本问题

一. 由质点的运动方程可以求得质点在任一时刻的位置、速度 & 加速度

二. 已知质点的加速度以及初始速度和初始位置，可求质点速度及其运动方程

$$\vec{r}(t) \xrightarrow[\text{积分}]{\text{求导}} \vec{v}(t) \xrightarrow[\text{积分}]{\text{求导}} \vec{a}(t)$$