例1. 若 $f(x)=\begin{cases} x+2, & x\neq 0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$，求 $\lim_{x\to 0} f(x)$

$\lim_{x\to 0} f(x)=2+0=2$

例2. 请问 $\lim_{x\to 2}[x^2+(-x)]=\lim_{x\to 2}x^2+\lim_{x\to 2}(-x)$ 是否成立？

成立. $\because \lim_{x\to 2}x^2=4 \quad \lim_{x\to 2}(-x)=-2$

$\lim_{x\to 2}x^2+(-x)=4+(-2)=2$

例3. 请问 $\lim_{x\to 0}[\frac{1}{x}+(-\frac{1}{x})]=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}+\lim_{x\to 0}(-\frac{1}{x})$ 是否成立？

$\because \lim_{x\to 0}\frac{1}{x}=\infty$ (不存在)

例4. 若 $\lim_{x\to a}[f(x)+g(x)]=6$，$\lim_{x\to a}f(x)-\lim_{x\to a}g(x)=2$. 求 $\lim_{x\to a}f(x)g(x)$ 之值.

$\lim_{x\to a}f(x)g(x)$ 之值

$f(x)+g(x)+2f(x)g(x)=36$

$f(x)+g(x)-2f(x)g(x)=4$

$4f(x)g(x)=32$.

例5. 请问 $\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2})$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}+\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n^2}+\cdots+\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n^2}$

$=0+0+\cdots+0=0$ 是否成立.

$\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2})=\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+\cdots+n}{n^2}$

$=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{2n}=\frac{1}{2}$

Q1. 请问 $\lim_{x\to 2}\left[\frac{1}{(x-2)^2}-\left(\frac{1}{x-2}\right)\right]=\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}+\lim_{x\to 2}\left(-\frac{1}{x-2}\right)$ 是否成立？

$\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}$ 不存在！！

Q2. 请问 $\lim_{n\to\infty}\frac{3}{5^n+1}=\frac{\lim_{n\to\infty}3^n}{\lim_{n\to\infty}(5^n+1)}$ 是否成立？

$\lim_{n\to\infty}3^n$，$\lim_{n\to\infty}5^n+1$ 均不存在.

Q3. 已知 $\lim_{x\to 0}f(x)=5$，$\lim_{x\to 0}g(x)=1$，则 $\lim_{x\to 0}[f(x)-2g(x)]=?$

$\lim_{x\to 0}[f(x)-2g(x)]=5-2\times 1=3$

Q4. 已知 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x^2}=1$，求 $\lim_{x\to 2}\left(f(x)+\frac{f(x)}{x}\right)=?$

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x}=1\Rightarrow\lim_{x\to 2}f(x)=4$.

$\lim_{x\to 2}\left(f(x)+\frac{f(x)}{x}\right)=4+\frac{4}{2}=2$

Q5. 已知 $f(x)>0$，则 $\sqrt{f(x)}>0$，是否正确？

$\sqrt{f(x)}$ 为 $x\to 0$，$f(x)$ 为 $1\to 0$.

故不正确.