1. 判断下列函数是否相同. 并说明其理由.

(1) $f(x)=x+1$, $\varphi(x)=\frac{x^2+3x+2}{x+2}$

(2) $f(x)=\sqrt[4]{x^4}$, $\varphi(x)=x$

(3) $f(x)=\sqrt[3]{x^3}$, $\varphi(x)=x$

(1) $f(x) \Rightarrow x\in(-\infty,\infty)$

$\varphi(x)=x+1 \Rightarrow x\in(-\infty,\infty)\cap x\neq -2$

故不相等.

(2) $f(x)\in[0,\infty)$, $\varphi(x)\in(-\infty,\infty)$

故不相等.

(3) $f(x)\in(-\infty,\infty)$, $\varphi(x)\in(-\infty,\infty)$

故相等

2. 判断下列函数为 odd/even/both nor.

(1) $y=x\sin x+1$.

(2) $y=3x^2-x^3$

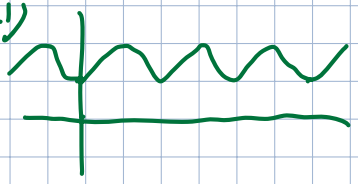
(3) $y=\ln\frac{2-x}{2+x}$

(4) $y=x\frac{2^x-1}{2^x+1}$

(5) $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$

(6) $y=\sin x+xe^x$

(1)



对称于y轴 $\Rightarrow$ odd.

(2) 不对称于y轴. $\Rightarrow$ both nor.

(3) $f(1)=\ln\frac{1}{3}$ $f(-1)=\ln 3$

$f(-1)=-f(1) \Rightarrow$ even.

(4) $f(1)=1\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

$f(-1)=(-1)\cdot\frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}+1}=(-1)\cdot\frac{(-\frac{1}{2})}{(\frac{3}{2})}=\frac{1}{3}$

$f(1)=f(-1) \Rightarrow$ odd.

(5) $f(1)=\ln(1+\sqrt{2})$ $f(-1)=\ln(1+\sqrt{2})$

$f(-1)\neq f(1)$

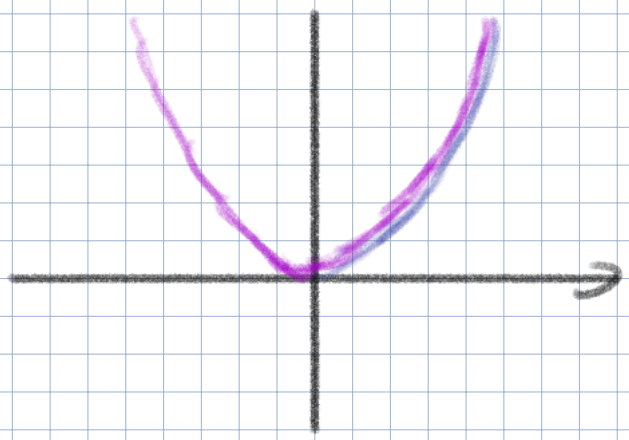
$f(-1)=f(1)$ $\Rightarrow$ even.

(6) $f(1)=\sin 1+e$ $f(-1)=\sin(-1)-\frac{1}{e}$

$f(-1)\neq f(1)$ $f(-1)\neq -f(1)$ $\Rightarrow$ both nor

3. 判断下列函数在指定区间上的单调性.

(1) $y=x^2$, $(0,6)$　　(2) $y=x^2$, $(-6,6)$



(1) 为单调增加.

(2) 不为单调函数.

4. 下列函数哪些为周期函数.

(1) $y=\sin x\cos x$　　(2) $y=\cos^2 x-\sin^2 x$　　(3) $y=x+\cos x$.

(1) $y=\frac{1}{2}\sin 2x$, π 为一周期

(2) $y=(\cos x+\sin x)(\cos x-\sin x)$, π 为一周期

(3) $y=x+\cos x$, 不为周期函数.

6. 求 $f(x)=\begin{cases} e^x, & x\geq 0 \\ \frac{1}{x}, & x<0 \end{cases}$ 的反函数.

$g(x)=\begin{cases} \ln x, & x\geq 1 \\ \frac{1}{x}, & x<0 \end{cases}$

7. 设 $f(x)=\begin{cases} 1, & 0\leq x\leq 1 \\ x, & 1<x\leq 2 \end{cases}$, 求 $f(x-3)$ 的表达式和定义域.

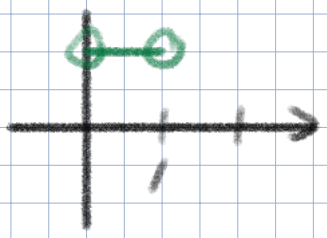
$f(x-3)=\begin{cases} 1, & 3\leq x\leq x \\ x-3, & 4<x\leq 5. \end{cases}$ 定义域为 $[3,5]$

8. 设 $f(x)=\begin{cases} e^x, & x<1 \\ x, & x\geq 1 \end{cases}$, 求 $f(\varphi(x))$ 的表达式

$\varphi(x)=\begin{cases} x+2, & x<0 \\ -1, & x\geq 0 \end{cases}$

$f(\varphi(x))=\begin{cases} e^{-1}, & x\geq 0 \\ x+2, & -1\leq x<0 \\ e^{x+2}, & x<-1 \end{cases}$

9. 设a为常数，函数f(x)的定义域为[0,1]，
求f(x+a)+f(x-a)的定义域



$g(x)=\begin{cases}[-a,1+a] & -\frac{1}{2}\le a<0\\ [a,1-a] & 0\le a\le\frac{1}{2}\end{cases}$

10. 设函数f(x)满足：$f(x+\frac{1}{x})=x^3+\frac{1}{x^3}$，求f(x)的表达式

$f(x+\frac{1}{x})=(x+\frac{1}{x})^3-\frac{3}{x}-3x$

$f(y)=y^3-3y$

$\Rightarrow f(x)=x^3-3x.$