大津城市建设学院 2012～2013 学年第二学期

《概率论与数理统计》试题 A 卷

课程号：10102011,10102002Z
课序号：01-18；01-02

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

试卷说明：闭卷考试，时间 120 分钟。
适用班级或专业方向：理工科各专业

班级　　学号　　姓名　　密　封　线

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

得分	

1. 设 $P(A)=0.2$，$P(B)=0.3$，事件 A 与 B 互斥，则 $P(AB)=$ 0.06 .

2. 若 $E(X)=1, D(X)=2$，则 $E(X^2)=$ 3 .

$D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$

3. 设 $X\sim N(3,16)$，则 $Y=\frac{X-3}{4}$ 的概率密度 $f_Y(y)$ 的表达式为 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}$.

$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,4}e^{-\frac{(x-3)^2}{2\cdot 16}}$

4. 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 相互独立，且都服从区间 $(0,2)$ 上的均匀分布，则 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k$ 依概率收敛于 1 .

5. 已知 $X\sim N(0,1)$，$Y\sim N(0,1)$，且 X、Y 相互独立，则 $\rho_{XY}=$ 0 .

相互独立，相关系数为0

二、选择题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

得分	

1. 已知总体 X 的分布函数为 $F(x)$，若 X_1, X_2, X_3 为来自总体 X 的样本，则 $P\{X_1\le x_1, X_2\le x_2, X_3\le x_3\}$ 等于（ A ）.

(A) $\prod_{i=1}^{3}F(x_i)$；　(B) $\sum_{i=1}^{3}F(x_i)$；　(C) $F(x)$；　(D) $F^3(x)$

$\frac{C_8^2 C_2^0}{C_{10}^2}$ $\frac{}{10\cdot 9}$ $\frac{8\times 9}{2\times 1}$ 45

2. 一批产品共有 8 个正品 2 个次品，任意抽取两次，每次抽一个，抽出后不再放回，则两次抽到的都是正品的概率是（ C ）.

(A) $\frac{64}{100}$；　(B) $\frac{16}{90}$；　$\frac{8}{10}$ $\frac{7}{9}$　(C) $\frac{56}{90}$；　(D) $\frac{16}{100}$

3. 设 A,B,C 为三事件，" A,B,C 不都出现" 用事件 A,B,C 表示出来是（ B ）.

(A) $\overline{ABC}$；　(B) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$；　(C) ABC；　(D) $1-ABC$.

4. 在估计量的评选标准中，无偏性是有效性的（ C ）条件.

(A) 充要；　(B) 充分；　(C) 必要；　(D) 无关.

5. 某人打靶击中目标的概率为 $\frac{4}{5}$，让他独立射击三次，则这三次均未击中目标的概率是（ D ）.

(A) $1-(\frac{4}{5})^3$；　(B) $1-(\frac{1}{5})^3$；　(C) $(\frac{4}{5})^3$；　(D) $(\frac{1}{5})^3$.

OK

三、（本题 10 分）已知甲、乙、丙三个工厂生产了一批同样规格的零件，它们的产量分别占总产量的20%,40%,40%；它们的次品率分别为5%,2%,1%，今从仓库中任取一个零件，求（1）它是次品的概率；（2）若已知取出的是次品，则它是甲厂生产的概率.

得分	

解：设事件A为次品，B_1, B_2, B_3 分别为甲乙丙三个工厂生产的零件.

$P(B_1)=20\%$，$P(B_2)=40\%$　$P(B_3)=40\%$

$P(A|B_1)=5\%$　$P(A|B_2)=2\%$　$P(A|B_3)=1\%$

$P(A|B_1)+P(A|B_2)+P(A|B_3)=P(A)$

(1) 由全概率公式得

$$P(A)=P(A|B_1)\cdot P(B_1)+P(A|B_2)\cdot P(B_2)+P(A|B_3)\cdot P(B_3)=2.2\%$$

(2) 由贝叶斯公式得

$$P(B_1|A)=\frac{P(A|B_1)\cdot P(B_1)}{P(A)}\approx 0.45$$

则

班级

学号 密

姓名 封

线

四、（本题 10 分）已知连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} A-e^{-5x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0\end{cases}$ $1-e$

求（1）A 值；（2）X 的概率密度函数 $f(x)$；（3）$P\{|X|<5\}$.

得分	

(1) $F(\infty)=\lim\limits_{x\to\infty}F(x)=1$

$\lim\limits_{x\to\infty}(A-e^{-5x})=A-\lim\limits_{x\to\infty}e^{-5x}=1$

$A-0=1$

$A=1$

(2) $f(x)=F'(x)$

$f(x)=\begin{cases}5e^{-5x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$

$=P\{-5<X<5\}$

$=P\{-5<X\le 0\}+\underline{P\{0<X<5\}}$

$=0+F(5)-F(0)-\underbrace{P\{X=5\}}_{0}$

$=1-e^{-25}$

五、（本题 10 分）设随机变量 X 在区间 $(0,1)$ 上服从均匀分布，

得分	

求 $Y=5X+1$ 的概率密度 $f_Y(y)$.

$f(x)=\frac{1}{1-0}=1$

$Y\le y$

$5X+1\le y$

$X\le\frac{y-1}{5}$

$h(y)=\frac{y-1}{5}$

$h'(y)=\frac{1}{5}$

$f_Y(Y)=f(x)\cdot h(y)\cdot|h'(y)|$

$=1\times\frac{y-1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{y-1}{25}$

五、应用题（本题共 1 小题，共 12 分）

得分	

1. 一个学校有 507、292、312 和 344 名学生分别选了微积分、离散数学、数据库和 C 语言课，且有 14 人同时选了微积分和数据库课，43 人同时选了离散数学和 C 语言课，211 人同时选了离散数学和数据库课，213 人同时选了微积分和 C 语言课，没有学生同时选微积分和离散数学课，也没有学生同时选数据库和 C 语言课。问共有多少学生参加了这四门课程的选课？

解：设学生选择微积分、离散数学、数据库和C语言课分别为事件A、B、C、D 则

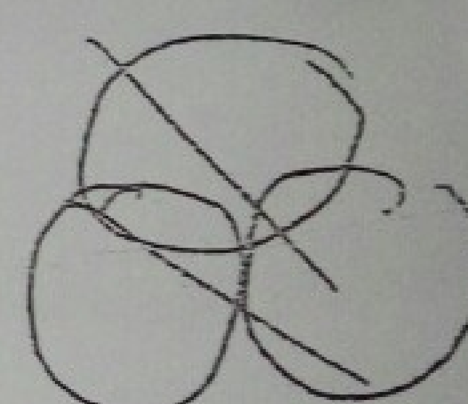
$|A|=507$，$|B|=292$，$|C|=312$，$|D|=344$，$|A\cap C|=14$，$|B\cap D|=43$，

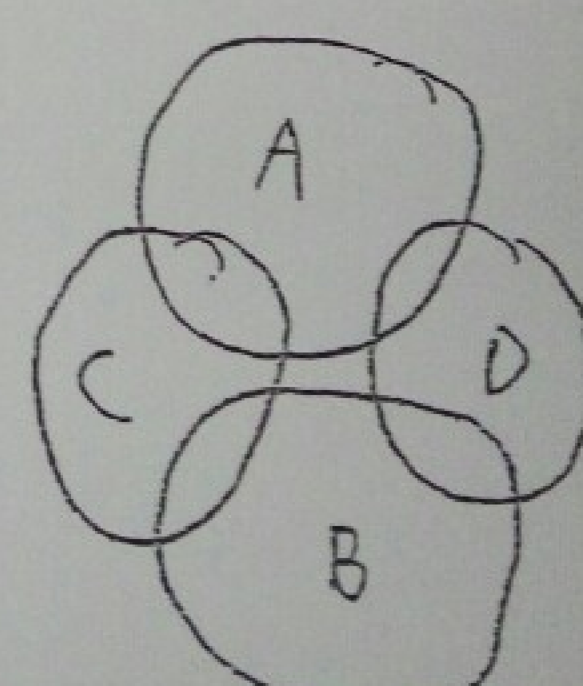
$|A\cap D|=213$ $|B\cap C|=211$，$|A\cap B|=0$ $|C\cap D|=0$.

$$\therefore |A\cup B\cup C\cup D| = |A|+|B|+|C|+|D|-|A\cap C|-|B\cap D|-|A\cap D|-|B\cap C|$$

$$=974$$

∴ 共有974学生参加了这四门课程的选课.





密 封 线

六、（本题 6 分）由某机器生产的螺栓的长度 X 服从参数为 $\mu=10.05, \sigma^2=0.03^2$ 的正态分布，规定长度在范围 10.05 ± 0.06 内为合格品，求一螺栓为次品的概率。 1

这里 $\Phi(1.00)=0.8413$，$\Phi(2.00)=0.9772$。

得分	

解 $P\{u-0.06 < X < u+0.06\}$

$=P\{\frac{u-0.06-u}{0.03} < \frac{X-u}{\sigma} < \frac{u+0.06-u}{0.03}\}$

$< \frac{X-u}{\sigma} <$

$=\Phi(2)-\Phi(-2)$

$=\Phi(2)-[1-\Phi(2)]$

$=2\Phi(2)-1$

次品 $1-P(合格)=1-(2\Phi(2)-1)=2-2\Phi(2)$

$=2-2\times0.9772$

$=2-1.9544$

$=0.0456$

七、（本题 10 分）已知二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases}2x, & 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, & 其它\end{cases},$$

得分	

（1）求关于 X,Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；

（2）问 X 与 Y 是否独立？

(1) $f_X(x)=\int_0^1 2x\,dy=2x$

$f_Y(y)=\int_0^1 2x\,dx=x^2\big|_0^1=1$

(2) $\because f_X(x)\cdot f_Y(y)=2x=f(x,y)$

$\therefore X, Y$ 独立

班级

号 密

封

名

线

八、（本题 14 分）设二维离散型随机变量(X,Y)的分布律为

得分

$Y \backslash X$	0	1	2
0	0.1	0.2	0.2
1	0.3	01	0.1

求（1）$\min(X,Y)$的分布律；（2）$E(X),E(Y),E(XY)$；（3）协方差$Cov(X,Y)$.

$=E(XY)-E(X)E(Y)$

九、（本题 10 分）设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，$\lambda>0$ 未知，且 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，（1）求 λ 的最大似然估计量；（2）该估计量是否为无偏估计，说明理由.

得分	