磁压力和磁张力

磁流体区别于普通流体的一个显著特征，是在磁流体中存在磁场和电流相互作用形成的洛仑兹力，而电流也可以从磁场得到（$\mathbf{j}=\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\mathbf{B}$）。因此从牛顿方程看

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\mathbf{j}\times\mathbf{B}-\nabla P,$$

其中单位体积的受力多出的项为

$$\mathbf{j}\times\mathbf{B}=\frac{1}{\mu_0}(\nabla\times\mathbf{B})\times\mathbf{B}=\nabla\cdot\left(-\frac{B^2\mathbf{I}}{2\mu_0}+\frac{\mathbf{BB}}{\mu_0}\right)$$

其中，磁压力为$\frac{B^2}{2\mu_0}$，各向同性，而磁张力大小为$\frac{B^2}{\mu_0}$，是沿磁力线方向产生的张力。

利用矢量公式

$$\nabla(\mathbf{p}\cdot\mathbf{q})=\mathbf{p}\times(\nabla\times\mathbf{q})+\mathbf{q}\times(\nabla\times\mathbf{p})+(\mathbf{p}\cdot\nabla)\mathbf{q}+(\mathbf{q}\cdot\nabla)\mathbf{p}$$

还可以得到$(\nabla\times\mathbf{B})\times\mathbf{B}=-\nabla\frac{B^2}{2}+(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{B}$，则

$$\mathbf{j}\times\mathbf{B}=-\frac{1}{2\mu_0}\nabla B^2+\frac{(\mathbf{B}\cdot\nabla)\mathbf{B}}{\mu_0}=-\nabla\frac{B^2}{2\mu_0}+\mathbf{b}(\mathbf{b}\cdot\nabla\frac{B^2}{2\mu_0})+\frac{B^2}{\mu_0}(\mathbf{b}\cdot\nabla)\mathbf{b}$$

其中，最右边第一项是各向同性的磁压力，第二项在平行方向抵消磁压力梯度力（因为$\mathbf{j}\times\mathbf{B}$本来就没有平行磁场的分量），第三项是磁张力引起，与磁张力和曲率成正比，是弯曲磁力线的恢复力，指向曲率中心。

磁场的冻结和扩散

磁场的变化方程为

$$\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}=-\nabla\times\mathbf{E},\quad \mathbf{E}=-\mathbf{v}\times\mathbf{B}+\eta\mathbf{j}$$

其中，我们在得到电场的广义欧姆定律的小量中，只保留了电阻项。