

## PARITY

Gọi  $a_k$  là số dư khi chia tổng các số từ vị trí 1 đến vị trí  $k$  với 2 của dãy  $A$ .

Khi đó:

- $a_0 = 0$  do không có phần tử nào từ vị trí 1 đến vị trí 0.
- Nếu tổng các số từ vị trí  $l$  đến vị trí  $r$  chẵn thì  $a_r = a_{l-1}$ .
- Nếu tổng các số từ vị trí  $l$  đến vị trí  $r$  lẻ thì  $a_r \neq a_{l-1}$ .

Vậy nhiệm vụ của ta là tìm thời điểm đầu tiên mà các điều trên mâu thuẫn với nhau.

Ta sử dụng cấu trúc dữ liệu các tập rời nhau (disjoint-set) để giải bài toán này. Với mỗi  $a_k$  ta tạo hai đỉnh tương ứng với giá trị  $a_k$  và  $1 - a_k$ . Hai đỉnh này phải nằm ở hai tập khác nhau. Ban đầu, mỗi đỉnh ở một tập khác nhau.

Khi đó, khi biết được  $a_r = a_{l-1}$ , ta hợp tập chứa đỉnh  $a_r$  và đỉnh  $a_{l-1}$  lại do chúng có giá trị bằng nhau, tương tự ta cũng hợp tập chứa đỉnh  $1 - a_r$  và đỉnh  $1 - a_{l-1}$  lại do chúng cũng có giá trị bằng nhau.

Tương tự, khi ta biết được  $a_r \neq a_{l-1}$ , ta hợp tập chứa đỉnh  $a_r$  và tập chứa đỉnh  $1 - a_{l-1}$  và hợp tập chứa đỉnh  $1 - a_r$  và tập chứa đỉnh  $a_{l-1}$ .

Mâu thuẫn xảy ra khi hai đỉnh  $a_k$  và  $1 - a_k$  nằm chung một tập.