KANGAROO

Đầu tiên, ta thấy một cách nhảy từ ô cs đến ô cf tương ứng với một cách nhảy từ ô cf đến ô cs. Vì vậy ta có thể đổi cs và cf với nhau sao cho $cs < cf$.

Gọi:

- $A[n][i][j]$ là số cách nhảy gồm n ô, bắt đầu từ ô i và kết thúc tại ô j, hướng nhảy ban đầu là hướng về ô thứ N của con kangaroo.
- $B[n][i][j]$ là số cách nhảy gồm n ô, bắt đầu từ ô i và kết thúc tại ô j, hướng nhảy ban đầu là hướng về ô đầu tiên của con kangaroo.
- $X[n][i][j] = A[n][i][j] + B[n][i][j]$. Đây là kết quả ta cần tìm.
- $Y[n][i][j] = A[n][i][j] - B[n][i][j]$.

Xét một cách nhảy của con kangaroo. Nếu ta bỏ ô đầu (ô i) và giảm chỉ số của các ô lớn hơn i đi một đơn vị, ta lại có một cách nhảy của con kangaroo với $n - 1$ ô. Do đó, ta có công thức sau:

- $A[n][i][j] = B[n-1][i][j-1] + B[n-1][i+1][j-1] + ... + B[n-1][n-2][j-1]$.
- $B[n][i][j] = A[n-1][1][j-1] + A[n-1][2][j-1] + ... + A[n-1][i-1][j-1]$.

Hay:

- $X[n][i][j] = X[n][i-1][j] + Y[n-1][i-1][j-1]$.
- $Y[n][i][j] = Y[n][i-1][j] - X[n-1][i-1][j-1]$.

Sau một vài bước biến đổi nữa, ta có:

$X[n][i][j] = 2.X[n][i-1][j] - X[n][i-2][j] - X[n-2][i-2][j-2]$ với $n \geq 3$ và $i \geq 3$.

Sử dụng công thức quy hoạch động trên, ta có thuật toán $O(n^3)$. Để giảm độ phức tạp của thuật toán xuống $O(n^2)$, ta để ý thấy trong các hệ thức truy hồi trên, $n - j = const$ nên từ n và cf, ta có thể suy ra j.

Công việc còn lại của chúng ta là xử lí các trường hợp đặc biệt, phần này xin nhường lại bạn đọc.