

- TP 2. Algorithme de Kruskal. -

Le but de ce TP est de calculer, pour un ensemble V de points du plan, un arbre couvrant $T = (V, A)$ qui vérifie que la somme des distances des arêtes de A est minimale. Le calcul de cet arbre s'effectue par l'algorithme de Kruskal.

Langage. Programme en C++. Votre programme pourra contenir :

```
#include <cstdlib>
#include <iostream>
#include <vector>
#include <fstream>

using namespace std;
typedef struct coord{int abs; int ord;} coord;

int main(){
    int n;                //Le nombre de points.
    cout << "Entrer le nombre de points: ";
    cin >> n;
    int m=n*(n-1)/2;    // Le nombre de paires de points.
    coord point[n];     // Les coordonnees des points dans le plan.
    int edge[m][3];     // Les paires de points et le carre de leur longueur.
    int arbre[n-1][2]; // Les aretes de l'arbre de Kruskal.

    return 0;
}
```

Ce début de code est récupérable là : <http://www.lirmm.fr/~bessy/GLIN501/TP/tp2.cc>

!!!! Pensez à tester chaque code produit sur de petits exemples!!!!

- Exercice 1 - Création d'un ensemble aléatoire V de n sommets dans le plan.

L'ensemble de sommets V est $\{0, \dots, n-1\}$. L'ensemble des positions des éléments de V est stocké dans un tableau de coordonnées **point** de taille n vérifiant que **point** $[i].abs$ est l'abscisse du sommet i , comprise entre 0 et 612, et **point** $[i].ord$ est l'ordonnée du sommet i , comprise entre 0 et 792. Pour information, le format US-Letter, par défaut sur de nombreux afficheur postscript, a pour dimension 612 points par 792 points...

Ecrire une fonction `void pointrandom(int n, coord point[])` qui engendre aléatoirement le tableau **point**.

- Exercice 2 - Création du tableau des distances.

Ecrire une fonction `void distances(int n, int m, coord point[], int edge[][3])` qui engendre le tableau **edge** de taille $m \times 3$ de telle sorte que :

- Pour chaque paire $\{i, j\}$ avec $i < j$, il existe un k qui vérifie **edge** $[k][0] = i$ et **edge** $[k][1] = j$.
- L'entrée **edge** $[k][2]$ est le carré de la distance euclidienne du point correspondant au sommet i au point correspondant au sommet j .

- Exercice 3 - Tri du tableau edge.

Ecrire une fonction *void tri(int n, int edge[][3])* qui trie le tableau **edge**, selon l'ordre croissant des valeurs de **edge[k][2]**. Le but de ce TP n'étant pas le tri, on pourra se limiter à un simple tri à bulles (tant qu'il existe deux entrées consécutives qui ne sont pas croissantes, on les inverse).

- Exercice 4 - Calcul de l'arbre couvrant de poids (distance) minimum.

Ecrire une fonction *void kruskal(int n, int edge[][3], int arbre[][2])* qui applique l'algorithme de Kruskal au tableau d'arêtes **edge** et construit le tableau **arbre** qui contient les $n - 1$ arêtes de l'arbre de distance minimum.

On pourra reprendre la fonction composantes du TP1, et y apporter des modifications mineures.

- Exercice 5 - Affichage.

Utiliser la fonction AffichageGraphique que vous pouvez trouver à l'adresse

<http://www.lirmm.fr/~bessy/GLIN501/Affichage.cc>

afin d'afficher le résultat dans le fichier Exemple.ps.

L'appel se fera par *AffichageGraphique(n, point, arbre)*;

- Exercice 6 - Pour aller plus loin.

Apporter les améliorations ou modifications suivantes :

- Si ce n'est pas déjà le cas, utiliser la version optimisée de l'algorithme *composante* pour implémenter l'algorithme de Kruskal.
- Améliorer les performances de votre algorithme en utilisant un tri plus efficace, par exemple tri fusion.
- Montrer que les arêtes de l'arbre obtenu ne peuvent se croiser.
- Utiliser d'autres distances (Manhattan, sup,...) pour créer votre arbre.
- Utiliser l'arbre de Kruskal afin d'approximer le voyageur de commerce. Ecrire aussi une fonction qui permet de calculer exhaustivement la longueur d'une tournée optimale. Tester vos fonction sur l'exercice 2 de la fiche de TD.

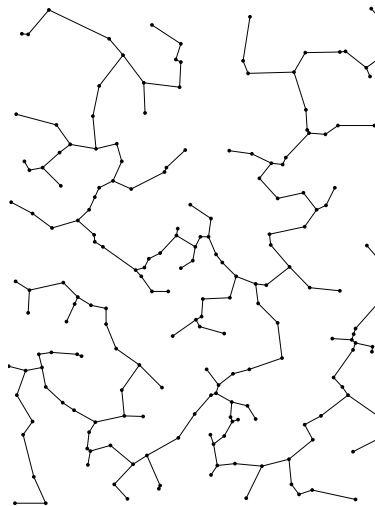


FIGURE 1 – Un exemple d'arbre de Kruskal.