Если оператор B лежит в шаре B_1, то его обратный представим в виде

$$B^{-1} = A^{-1}\sum_{n=0}^{\infty}[(A-B)A^{-1}]^n \tag{2.7}$$

или

$$B^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty}[A^{-1}(A-B)]^n A^{-1}, \tag{2.8}$$

причем справедливо неравенство

$$\|B^{-1} - A^{-1}\| \leqslant \frac{\|A^{-1}\|^2\|A-B\|}{1-\|A-B\|\|A^{-1}\|}; \tag{2.9}$$

если $B_\varepsilon \in G$ и $\|B_\varepsilon - A\| \to 0$ при $\varepsilon \to 0$, то и $\|B_\varepsilon^{-1} - A^{-1}\| \to 0$ при $\varepsilon \to 0$.

Если оператор B лежит в шаре B_2, то его обратный

$$B^{-1} = A\sum_{n=0}^{\infty}[(A^{-1}-B)A]^n \tag{2.10}$$

или

$$B^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty}[A(A^{-1}-B)]^n A, \tag{2.11}$$

причем справедливо неравенство

$$\|B^{-1} - A\| \leqslant \frac{\|A\|^2\|A^{-1}-B\|}{1-\|A^{-1}-B\|\|A\|};$$

если $B_\varepsilon \in G$ и $\|B_\varepsilon - A^{-1}\| \to 0$ при $\varepsilon \to 0$, то и $\|B_\varepsilon^{-1} - A^{-1}\| \to 0$ при $\varepsilon \to 0$.

Теорема 9 используется при обосновании вычислительных методов, а именно: требуется оценить норму относительно ошибки, если оператору задачи и правой части придать некоторое возмущение; оценить по невязке норму относительной ошибки.

Следствие 2. Множество обратимых операторов в пространстве $\mathscr{B}(X)$ открыто.