Следствие 3. Пусть $A \in \mathscr{B}(X)$ – непрерывно обратимы и пусть последовательность $(A_n)_{n=1}^{\infty} \subset \mathscr{B}(X)$ равномерно сходится к . Тогда, начиная с некоторого номера $n_0 \in \mathbb{N}$, все операторы A_n непрерывно обратимы и $A_n^{-1} \rightrightarrows A^{-1}$ при $n \to \infty$.

Решение интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра методом резольвент. Рассмотрим интегральное уравнение Фредгольма второго рода с параметром λ, записанное в виде

$$x(t) - \lambda \int\limits_a^b \mathcal{K}(t,s)x(s)\,\mathrm{d}s = y(t). \tag{2.12}$$

Теорема 10. *Пусть $\mathcal{K}(t,s)$ непрерывная функция по переменным t и s и $|\lambda|M(b-a) < 1$, $M = \max\limits_{a\leqslant t,s\leqslant b} |\mathcal{K}(t,s)|$. Тогда для любой непрерывной функции $y(t)$ в пространстве $C[a,b]$ существует единственное решение уравнения 2.12, которое можно представить в виде*

$$x(t) = y(t) + \lambda \int\limits_a^b R(t,s;\lambda)\, y(s)\mathrm{d}s, \tag{2.13}$$

где резольвента $R(t,s;\lambda)$ ядра $\mathcal{K}(t,s)$ или разрешающее ядро имеет вид

$$R(t,s;\lambda) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1}\mathcal{K}_i(t,s), \tag{2.14}$$

а итерированные ядра вычисляются по формуле

$$\begin{aligned} &\mathcal{K}_1(t,s) = \mathcal{K}(t,s), \\ &\mathcal{K}_i(t,s) = \int\limits_a^b \mathcal{K}(t,\tau)\,\mathcal{K}_{i-1}(\tau,s)\,\mathrm{d}\tau,\ i = 2,3,\ldots. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Рассмотрим интегральное уравнение Вольтерра второго рода

$$x(t) = \lambda \int\limits_a^t \mathcal{K}(t,s)x(s)\mathrm{d}s + y(t). \tag{2.16}$$