|  |
| --- |
| министерство образования республики беларусь белорусский государственный университет |
| Функциональный анализ |
| Лабораторная работа №5 |
|  |
| (Измеримые функции) |
|  |

Студентки 3 курса 3 группы

Домановой Татьяны Алексеевны

|  |
| --- |
|  |

**Преподаватель**

Дайняк Виктор Владимирович

Доцент кафедры МФ

канд. физ.-мат. наук

Работа сдана 29.11.2013 г.

Зачтена \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2013 г.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

# Задание 1

## Постановка задачи

Пусть . Является ли измеримой?

## Решение

Функция – непрерывна, а значит измерима. Тогда, если ряд сходится равномерно, то непрерывна, а значит измерима.

cходится равномерно, относительно , так как это числовой знакопеременный ряд и остаточный член стремится к нулю (по теореме Лейбница)

# Задание 2

## Постановка задачи

Пусть . Является ли измеримой?

## Решение

– непрерывна, а значит измерима. – простая, так как принимает счетное число значений. А значит – тоже простая. Следовательно, – измерима. А значит - измерима, так как функциональный ряд сходится, так как

А значит ограничена сходящимся числовым рядом.

# Задание 3

## Постановка задачи

Пусть – пространство с мерой, – измеримые функции. Выяснить, является ли измеримой функция:

## Решение

– непрерывная на функция, а значит – измерима, как композиция измеримых функций. Тогда, так как – непрерывна на , то она измерима, а значит – тоже измерима. А так как никогда не обращается в 0, то

# Задание 4

## Постановка задачи

Сходится ли последовательность по мере и почти всюду.

## Решение

Последовательность сходится к почти всюду, если .

Для , . Если , то . Но А значит . То есть последовательность сходится к почти всюду. А из сходимости почти всюду следует сходимость по мере.