|  |
| --- |
| министерство образования республики беларусь белорусский государственный университет |
| Функциональный анализ |
| Лабораторная работа №7 |
|  |
| (Открытые и замкнутые множества в нормированном пространстве) |
|  |

Студентки 3 курса 3 группы

Домановой Татьяны Алексеевны

|  |
| --- |
|  |

**Преподаватель**

Дайняк Виктор Владимирович

Доцент кафедры МФ

канд. физ.-мат. наук

Работа сдана 13.12.2013 г.

Зачтена \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2013 г.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

# Задание 1

## Постановка задачи

Определите, является ли множество открытым, замкнутым в , .

## Решение

Докажем, что множество M не является открытым. Выберем произвольное , то есть , . Из последнего условия следует, что или . Тогда для , такая, что и . Таким образом функция принадлежит шару но не принадлежит множеству , а значит в множестве нет внутренних точек, и оно не является открытым.

Проверим, является ли множество замкнутым в . Множество замкнуто, если , то есть предел любой сходящейся последовательности из множества тоже принадлежит множеству . То есть и , то и . Так как сходимость в равномерная, то из того что следует что , а значит , а значит множество является замкнутым.

Множество не является открытым в , так как любой открытый шар радиуса пространства содержит шар радиуса пространства . А так как не является открытым в множестве , то не будет таковым и в множестве .

Множество не замкнуто в , так как существуют точки прикосновения множества , которые ему не принадлежат. Рассмотрим функция , , и построим последовательность сходящуюся к .

Действительно, , но .

# Задание 2

## Постановка задачи

Образует ли множество монотонных функций подпространство в пространстве .

## Решение

Пусть – монотонные функции, а . Тогда, не трудно видеть, что – тоже монотонная функция.

Покажем, что множество монотонных функций замкнуто. Пусть есть последовательность монотонных функций . Покажем, что тоже монотонна.

Действительно, если , то , а значит – монотонна.