|  |
| --- |
| министерство образования республики беларусь белорусский государственный университет |
| Функциональный анализ |
| Лабораторная работа №5 |
|  |
| (Гильбертовы пространства) |
|  |

Студента 3 курса 3 группы

Некрашевича Александра Дмитриевича

14 Вариант

|  |
| --- |
|  |

**Преподаватель**

Дайняк Виктор Владимирович

Доцент кафедры МФ

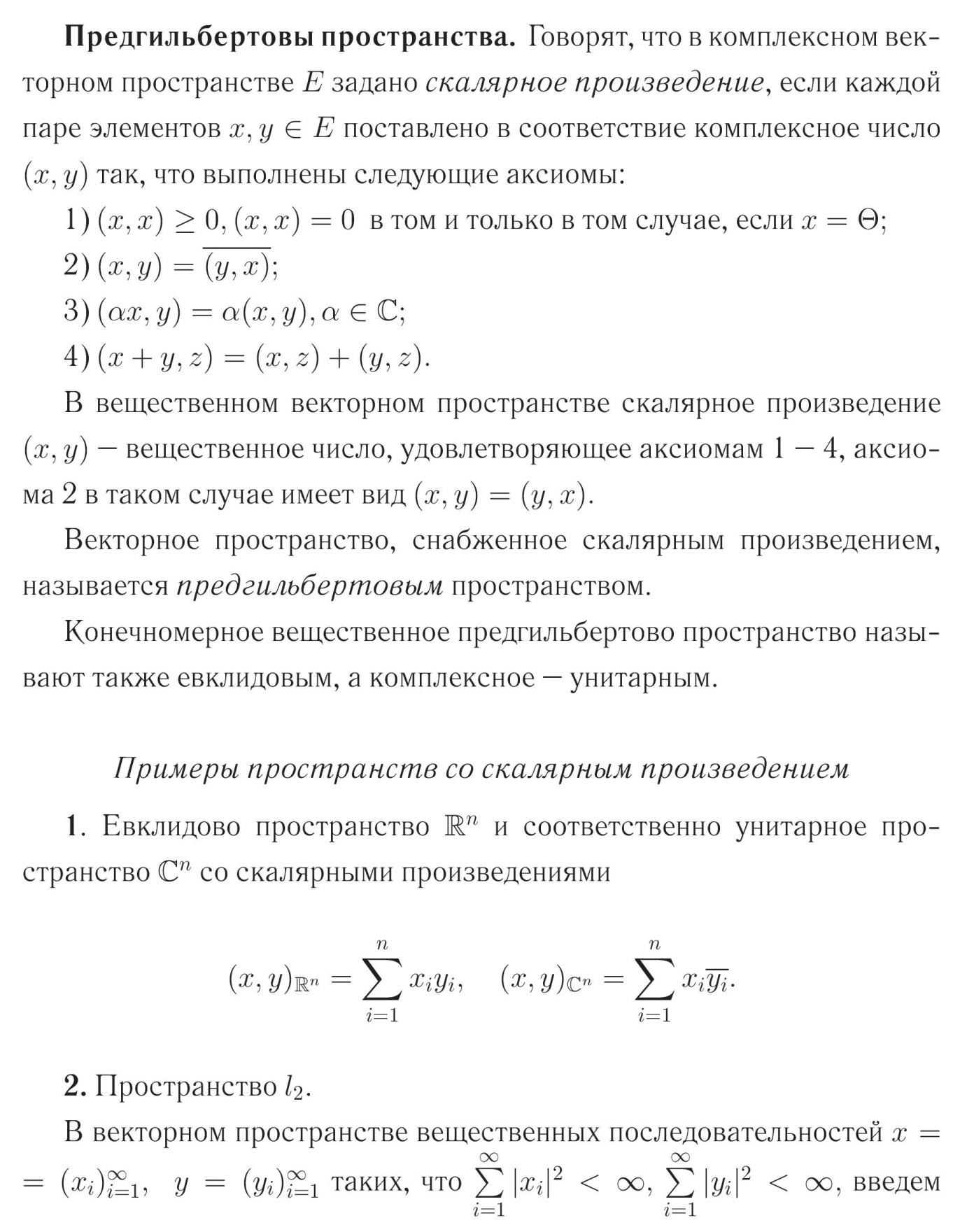
канд. физ.-мат. наук

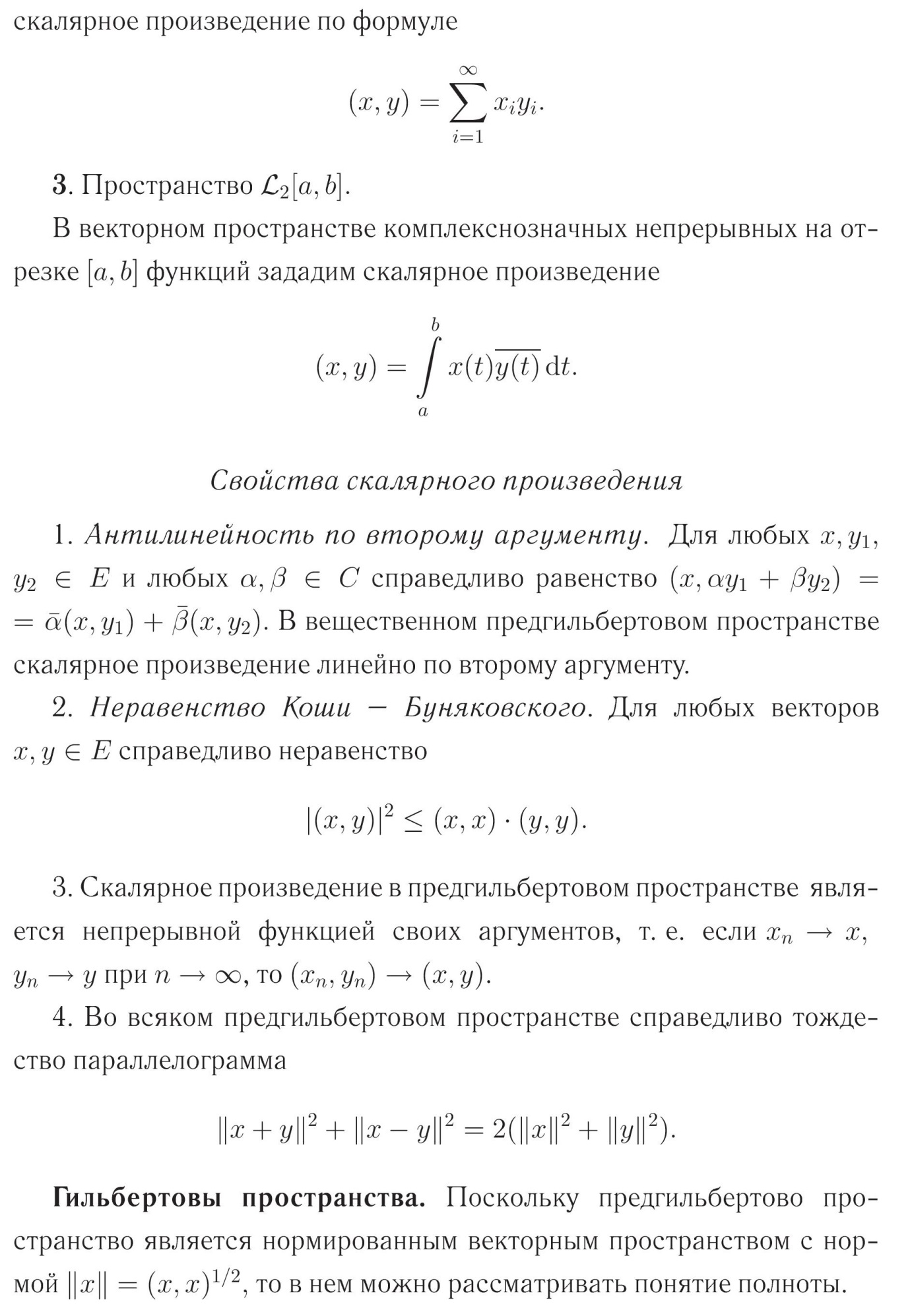
Работа сдана 20.12.2013 г.

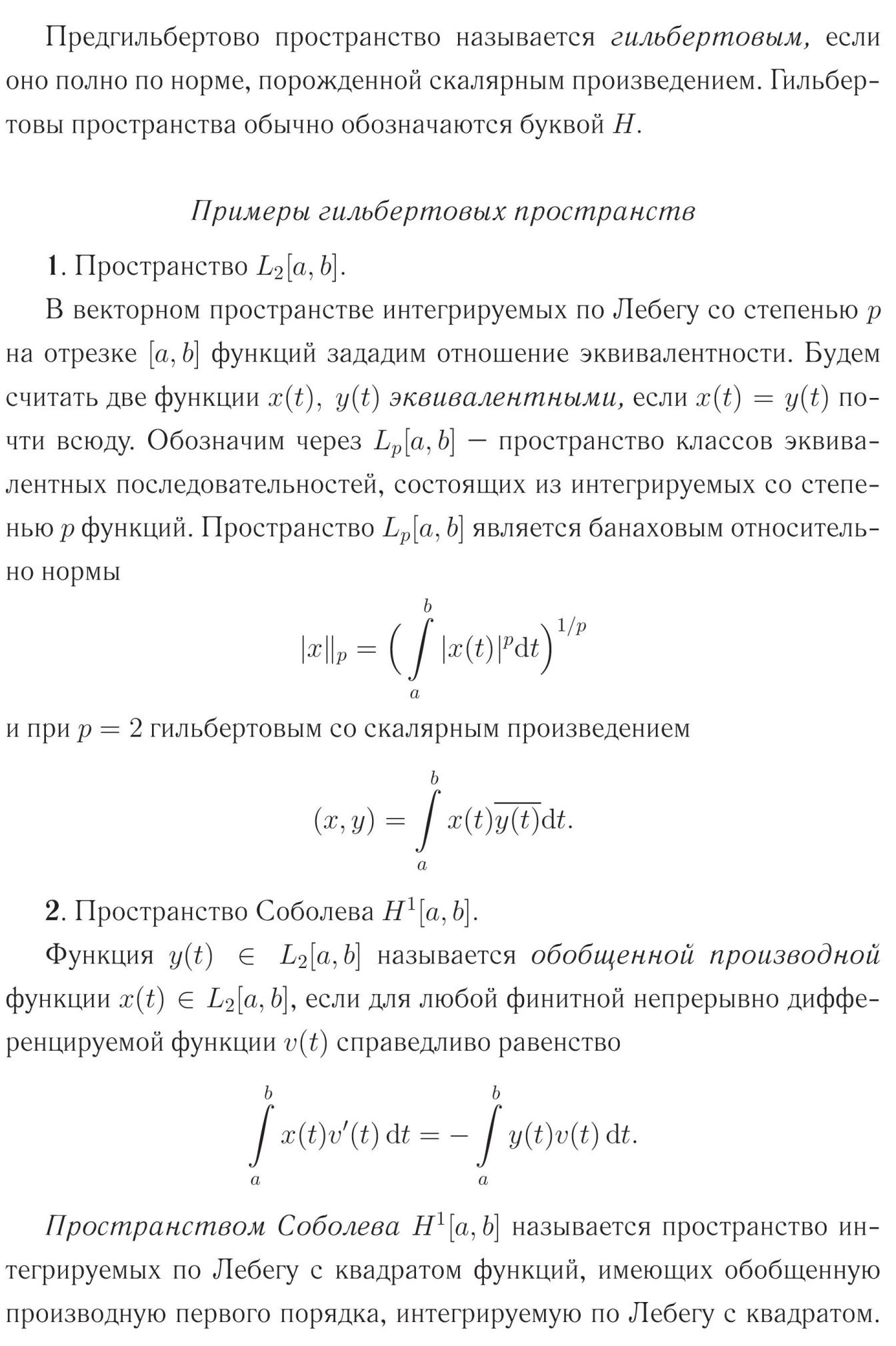
Зачтена \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2013 г.

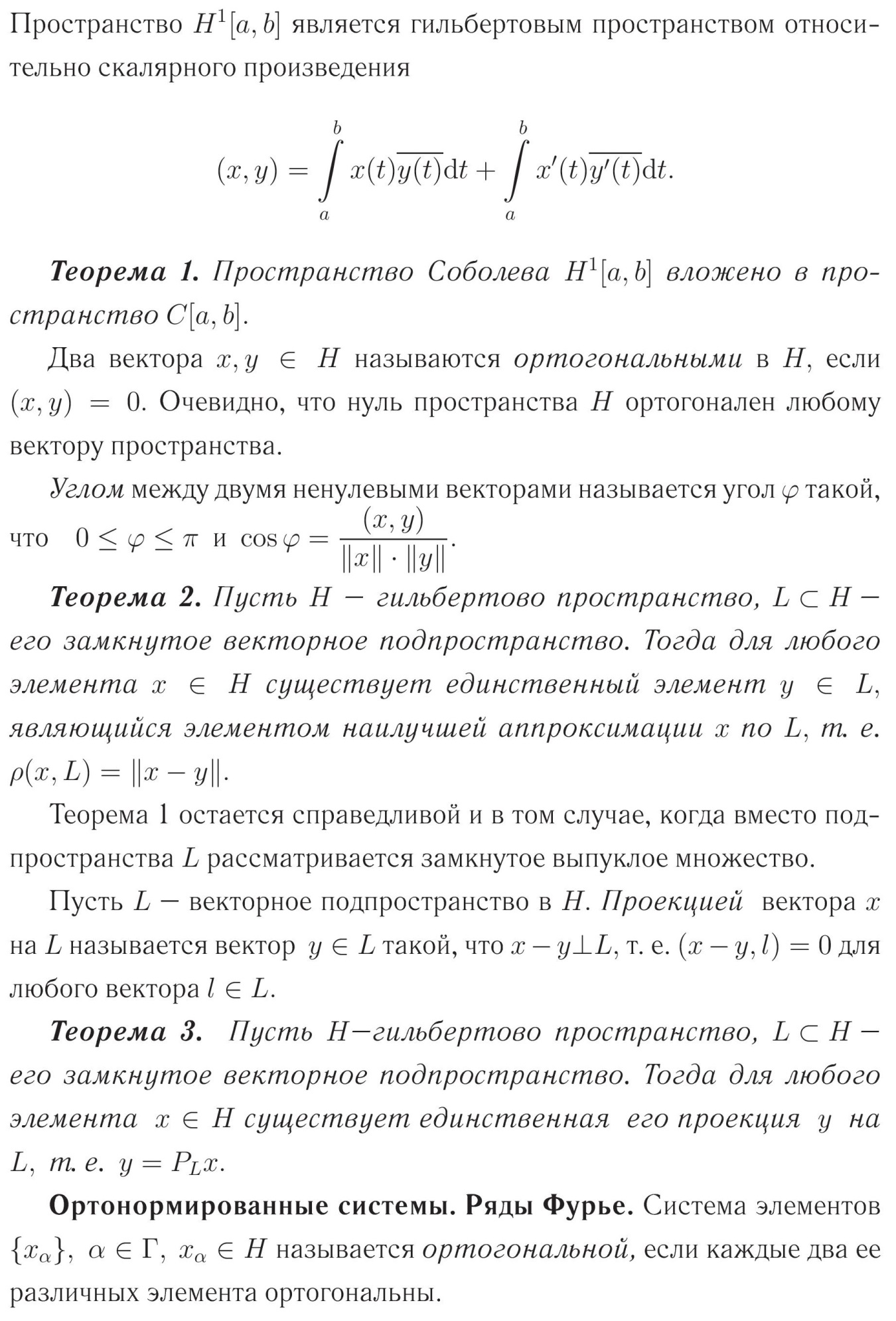
\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

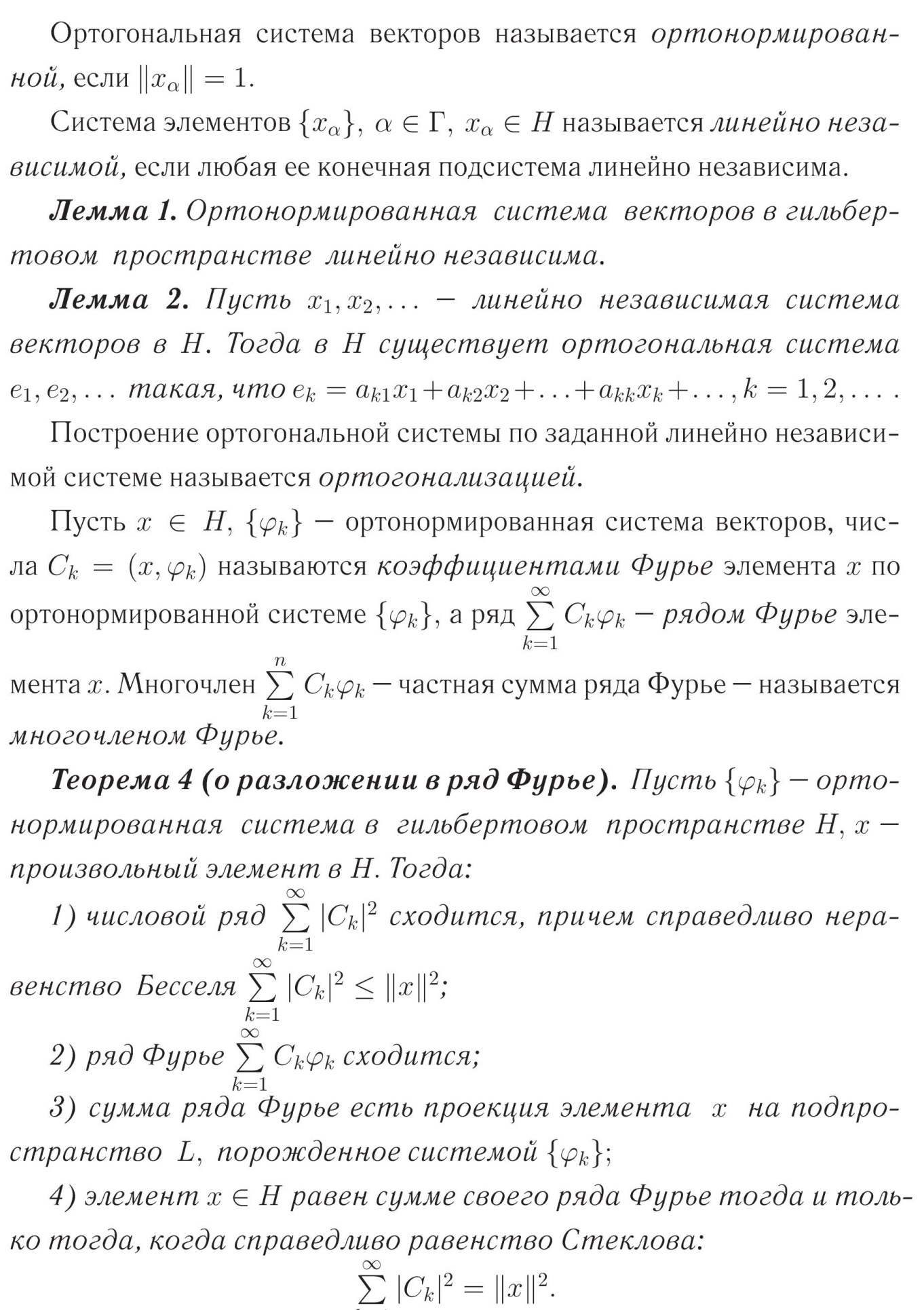
# Теоретический материал

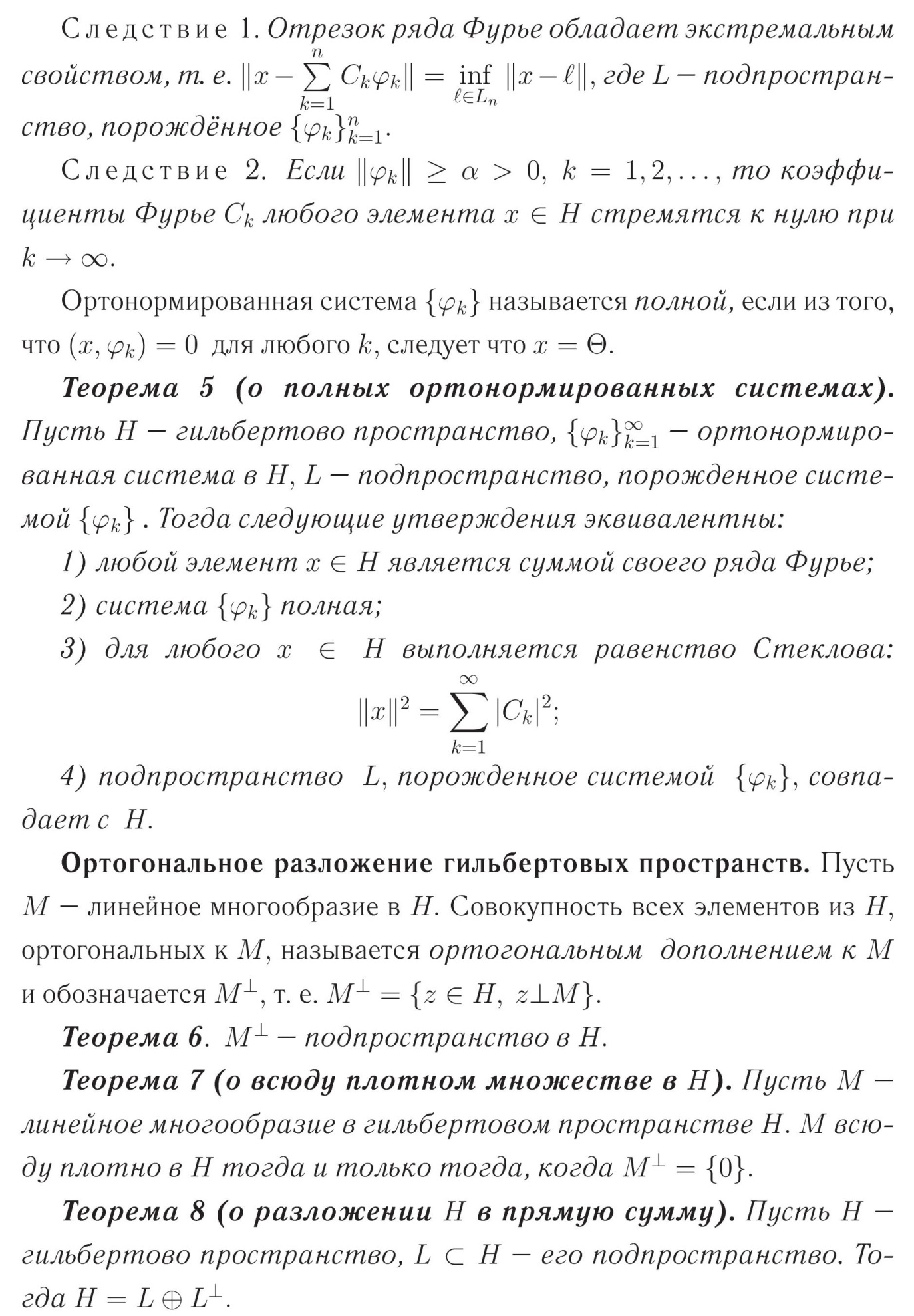












# Задание 1

Провести процесс ортогонализации векторов в гильбертовом пространстве , в котором скалярное произведение имеет вид .

## Постановка задачи

## Решение

Проведем процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Возьмём . Тогда При этом . Поэтому . Далее, по алгоритму

Вычислим проекции: , и Итого.

Ответ: .

# Задание 2

В гильбертовом пространстве рассмотрим подпространство многочленов степени . Для заданной непрерывно дифференцируемой функции найти элемент наилучшей аппроксимации её многочленами подпространства по норме пространства .

Вычисления проводить в пакете Mathematica.

## Постановка задачи

## Решение

Рассмотрим многочлены . Они образуют линейно независимую систему. Применим к ним в пространстве процесс ортогонализации Грама – Шмидта и построим ортонормированную систему полиномов Лежандра .

Затем вычисляем , результаты приведены в листинге. Искомое приближение имеет вид .

Листинг с кодом:

Ответ: .

# Задание 3

В гильбертовом пространстве найти проекцию элемента на подпространство .

## Постановка задачи

## Решение

Сначала найдём нормаль к пространству. Несложно видеть, что это . Пусть - искомая проекция. Тогда . Распишем, получаем . Надо, чтобы . Из условия получаем . Всё равно надо проверить, что . Поскольку структура не ясна(конкретная закономерность не выписана), предполагается, что обеспечивает требуемое равенство. Поэтому ничего проверять не нужно.

Ответ: .