|  |
| --- |
| министерство образования республики беларусь белорусский государственный университет |
| Функциональный анализ |
| Лабораторная работа №12 |
|  |
| (Cопряженное пространство) |
|  |

Студента 3 курса 3 группы

Некрашевича Александра Дмитриевича

Вариант: 14

|  |
| --- |
|  |

**Преподаватель**

Дайняк Виктор Владимирович

Доцент кафедры МФ

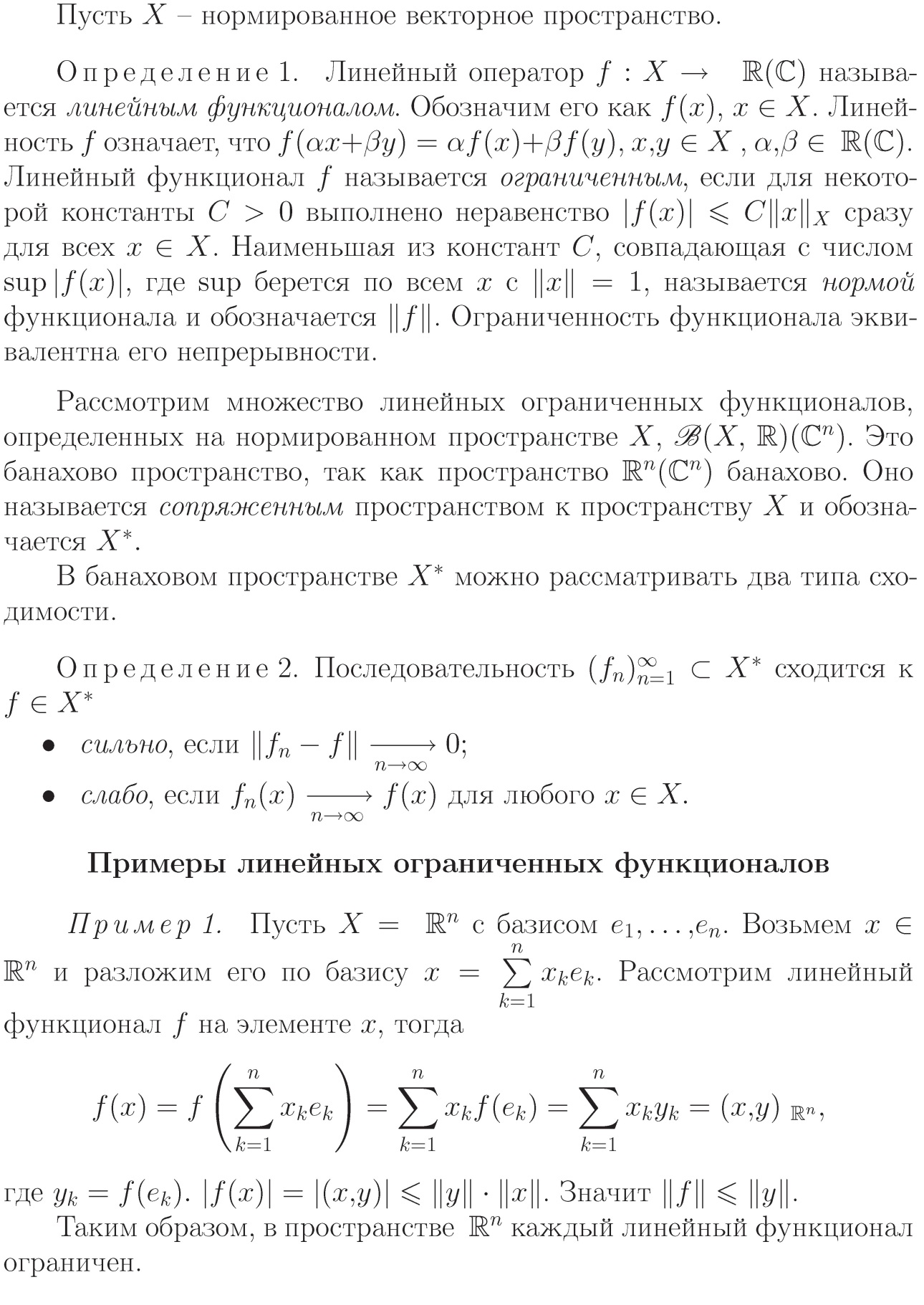
канд. физ.-мат. наук

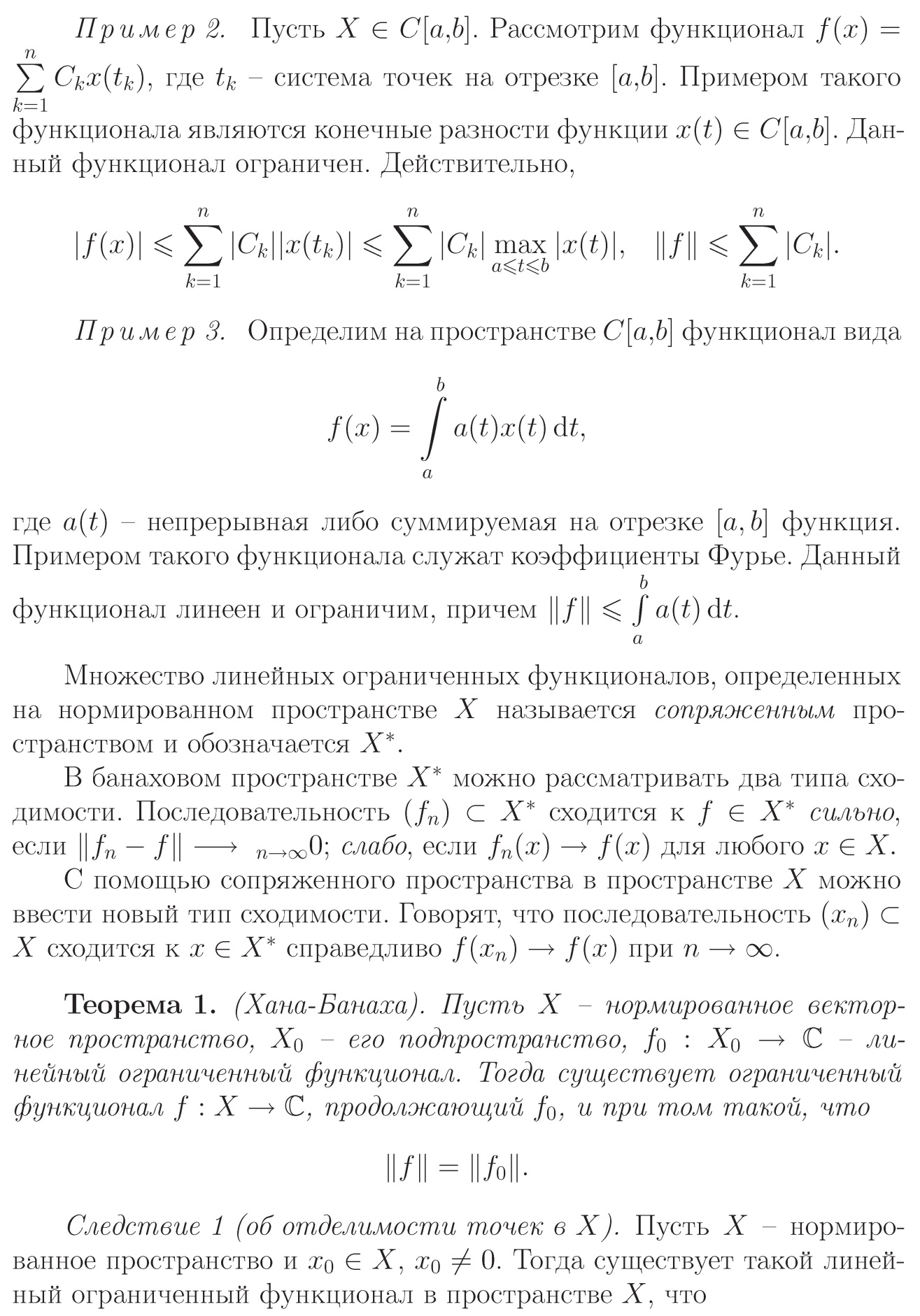
Работа сдана 26.12.2013 г.

Зачтена \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2013 г.

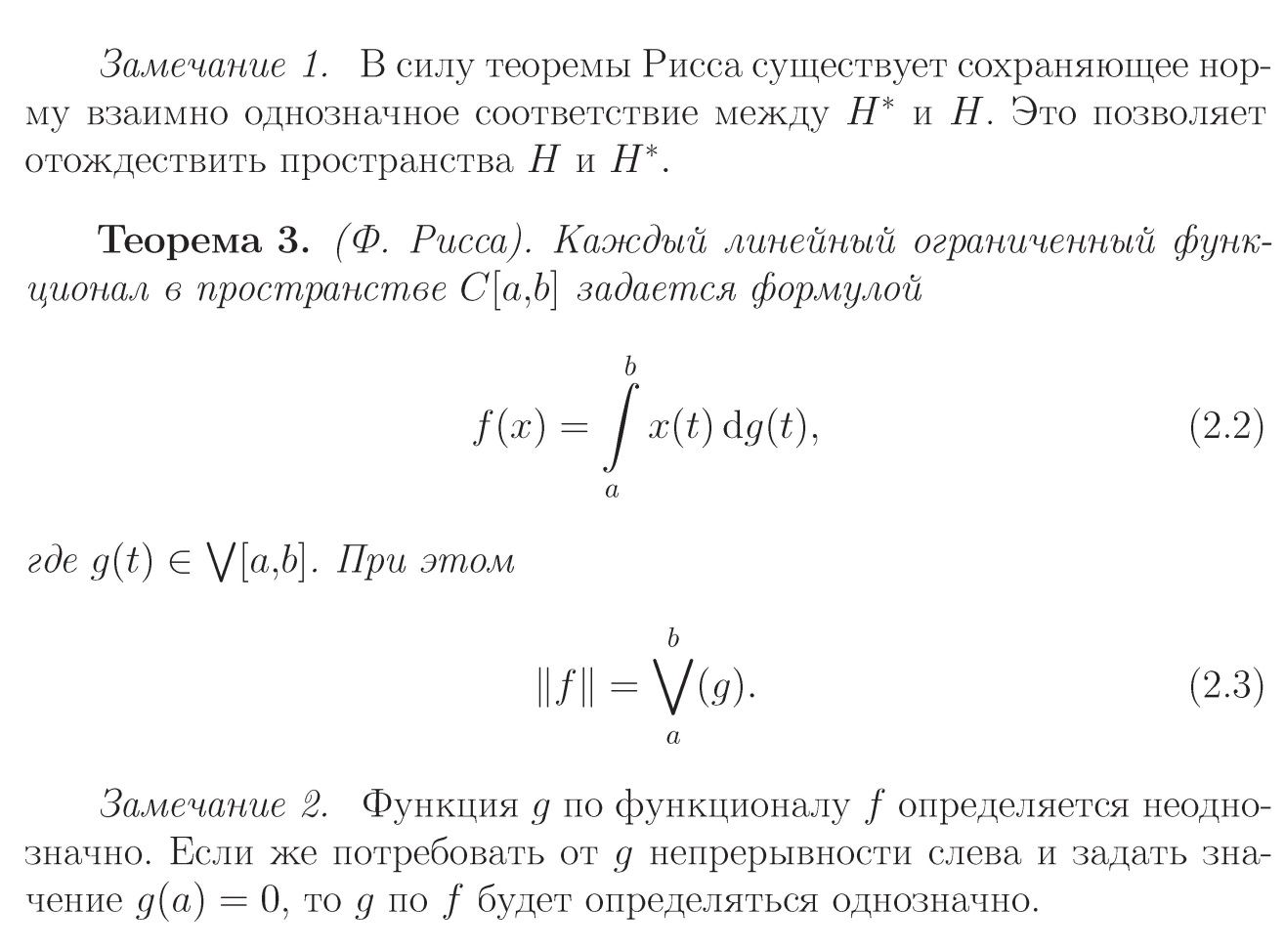
\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

# Теоретические основы





# C:\Users\Aliaksandr\Documents\FAN\nekrald\raw_3_3\FA_3_3_Page_3.jpg



# Задание 1

Выяснить, задаёт ли следующая формула линейный ограниченный функционал. При положительном ответе вычислить норму для .

## Постановка задачи

## Решение

Поскольку интеграл Римана линеен, заданный функционал тоже является линейным. Оценим функционал через:

Из чего получаем ограниченность, то есть . Докажем, что это и есть норма. Для чего достаточно, чтобы неравенство обращалось в равенство. Возьмём:

Поэтому норма

**Ответ**: .

# Задание 2

Используя теорему Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в пространстве непрерывных на отрезке функций, найти норму функционала, если .

## Постановка задачи

## Решение

Согласно теореме Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в пространстве непрерывных на отрезке функций , каждый линейный ограниченный функционал задаётся формулой, где . При этом .

Линейность функционала следует из линейности интеграла Римана.

Проверим на ограниченность: . Поэтому теорема Рисса применима.

Итого, имеем что .

Мы знаем, что дифференцируема на [-2,2], и там её производная равна . Поэтому на отрезке (-2, 2) она совпадает с .

Тогда подсчитав отклонение функции, получаем норму оператора .

**Ответ:** .

# Задание 3

Используя теорему об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве, вычислить норму функционала в .

## Постановка задачи

## Решение

Согласно теореме Рисса существует единственная функция , такая что для любой

функции и . В нашем случае . Преобразуем выражение для функционала так, чтобы в конечном итоге получить формулу скалярного произведения в пространстве .

Итого, надо лишь подсчитать норму функции .

Ответ:

# Задание 4

Вычислить норму функционала в пространстве , используя теорему Рисса.

## Постановка задачи

## Решение

По теореме Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве существует единственный элемент такой, что для любого . Учитывая, что скалярное произведение в определяется по формуле , заключаем, что Очевидно, что это элемент пространства . Тогда считаем норму, получаем .

**Ответ**: