|  |
| --- |
| министерство образования республики беларусь белорусский государственный университет |
| Функциональный анализ |
| Лабораторная работа №13 |
|  |
| (Сопряжённые, самосопряжённые, компактные операторы) |
|  |

Студента 3 курса 3 группы

Некрашевича Александра Дмитриевича

Вариант: 14

|  |
| --- |
|  |

**Преподаватель**

Дайняк Виктор Владимирович

Доцент кафедры МФ

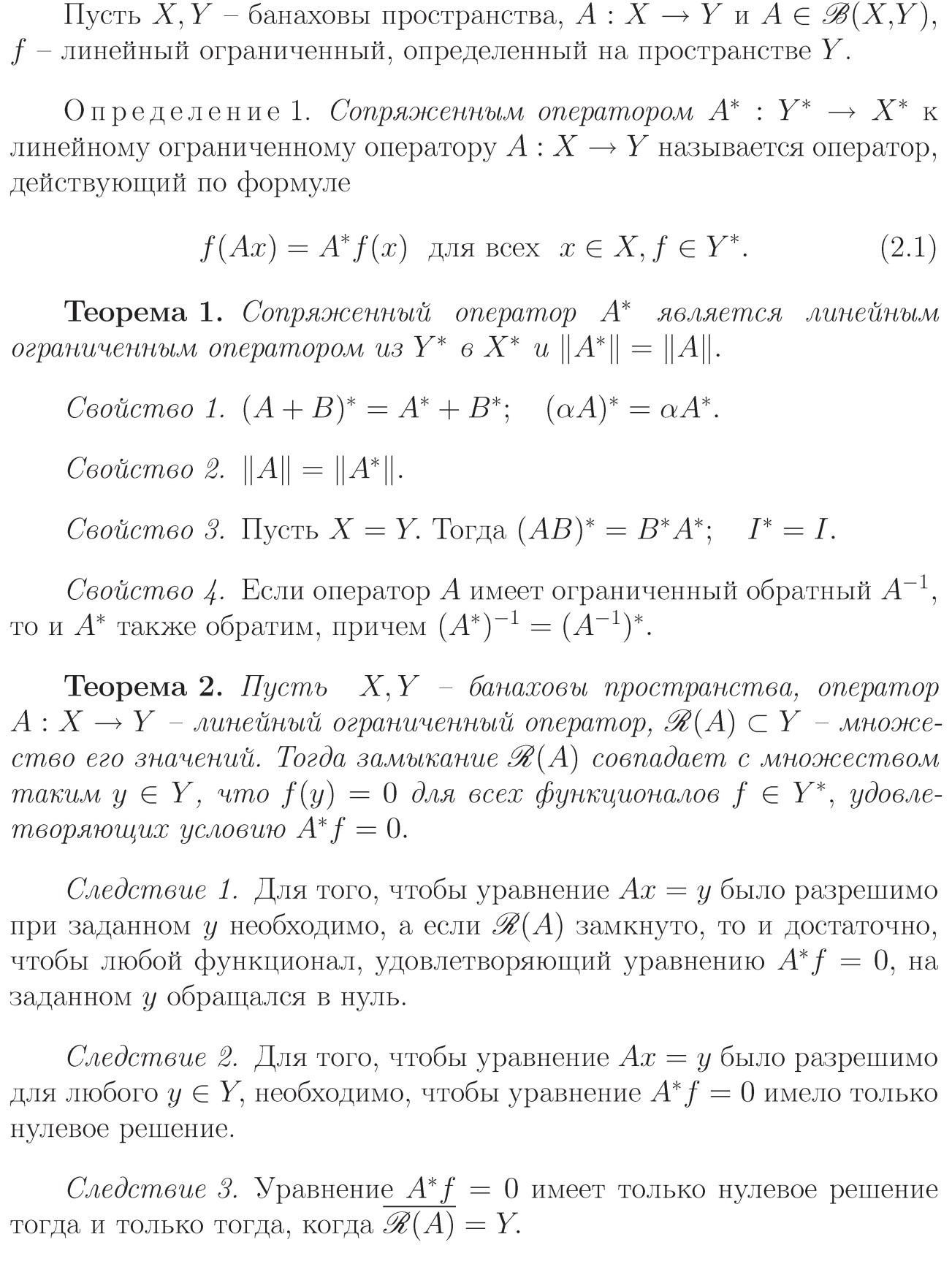
канд. физ.-мат. наук

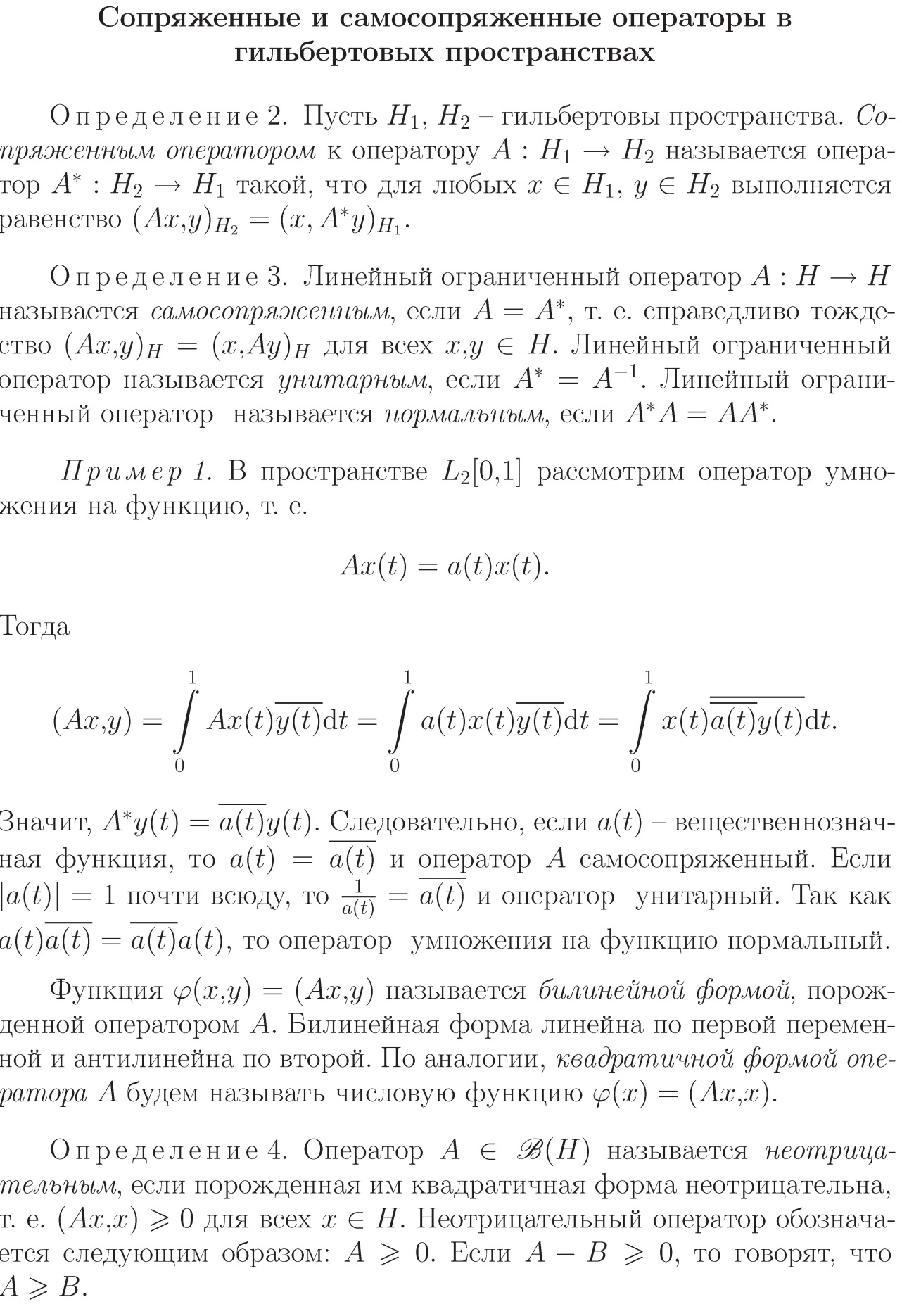
Работа сдана 26.12.2013 г.

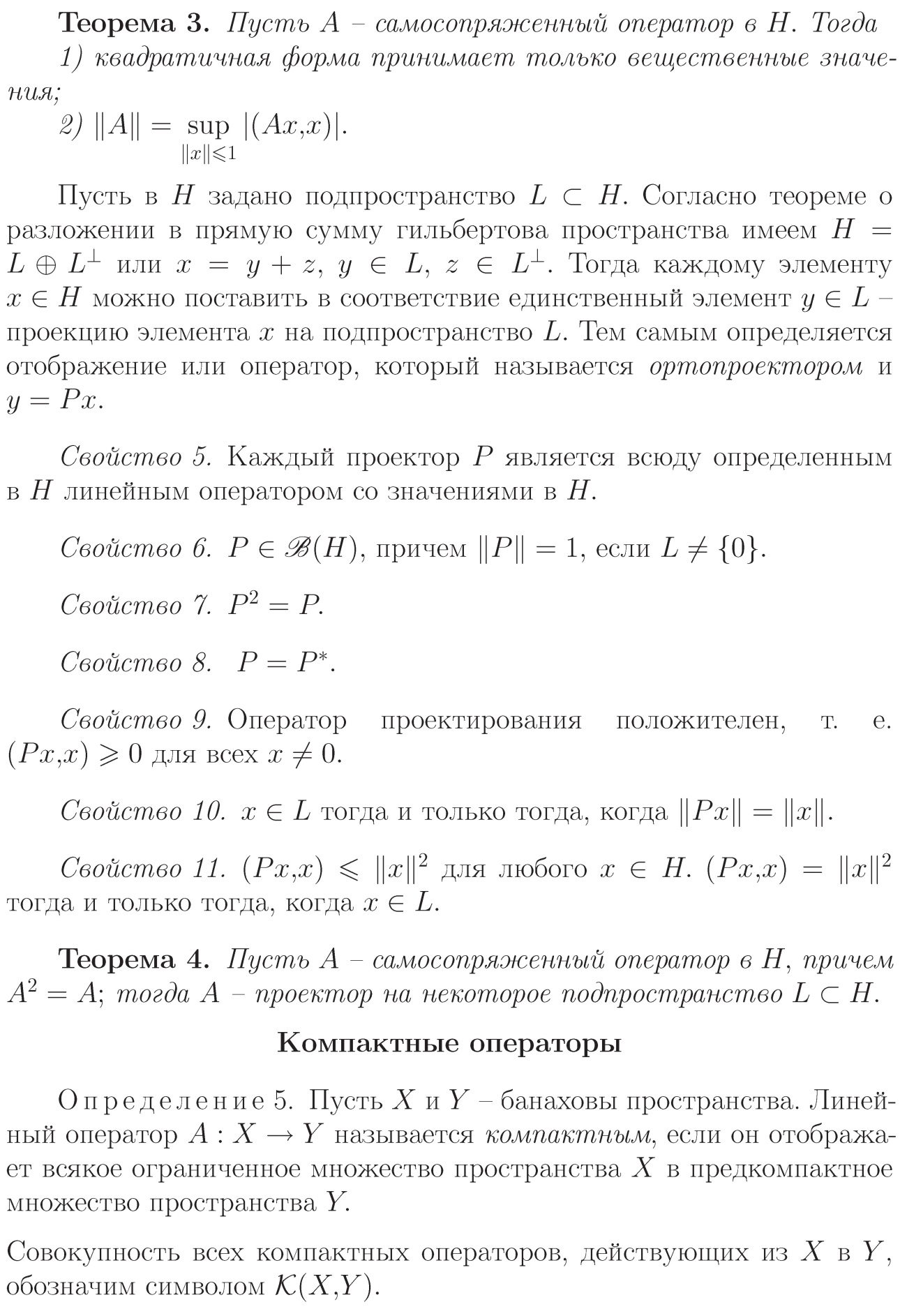
Зачтена \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2013 г.

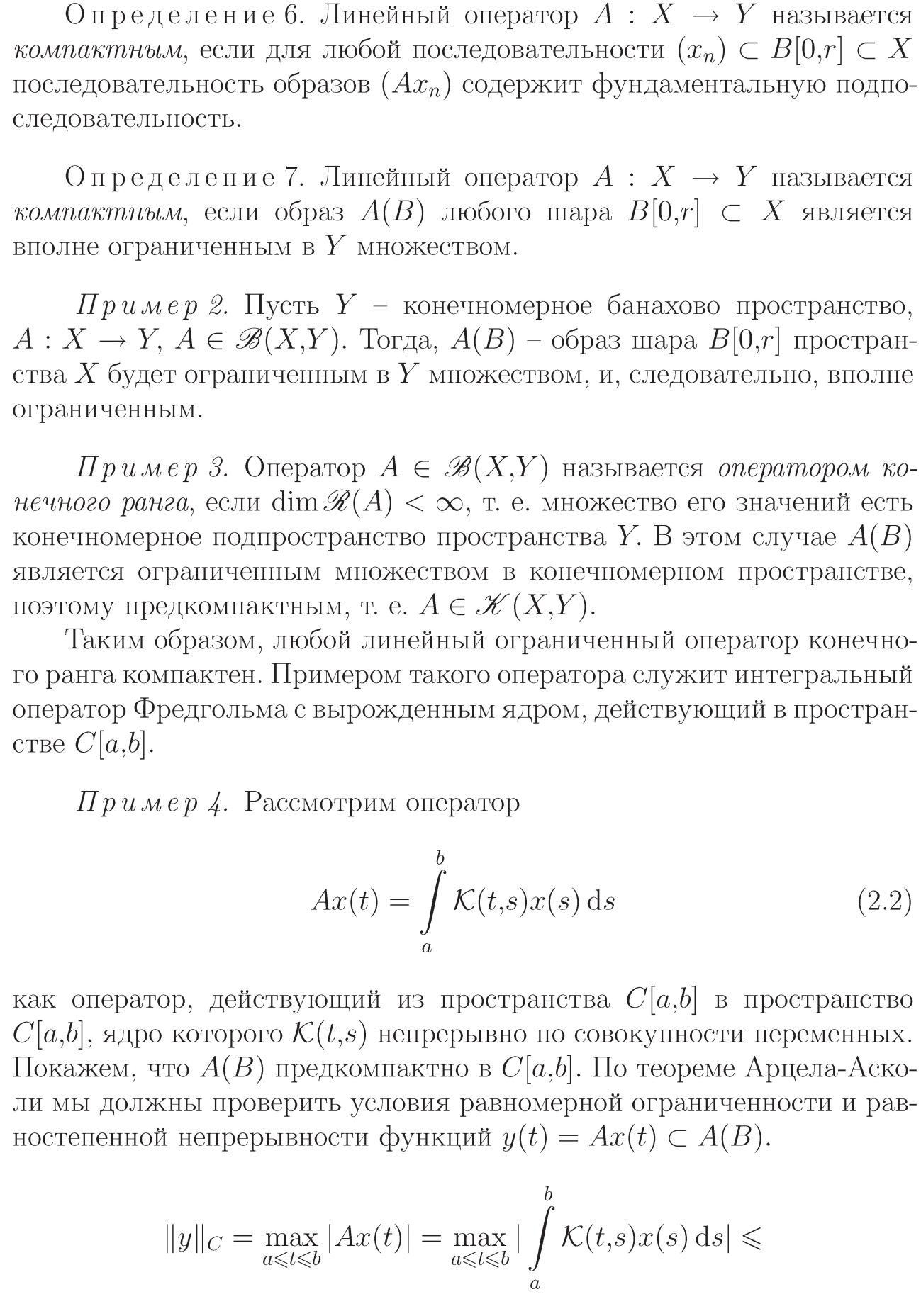
\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

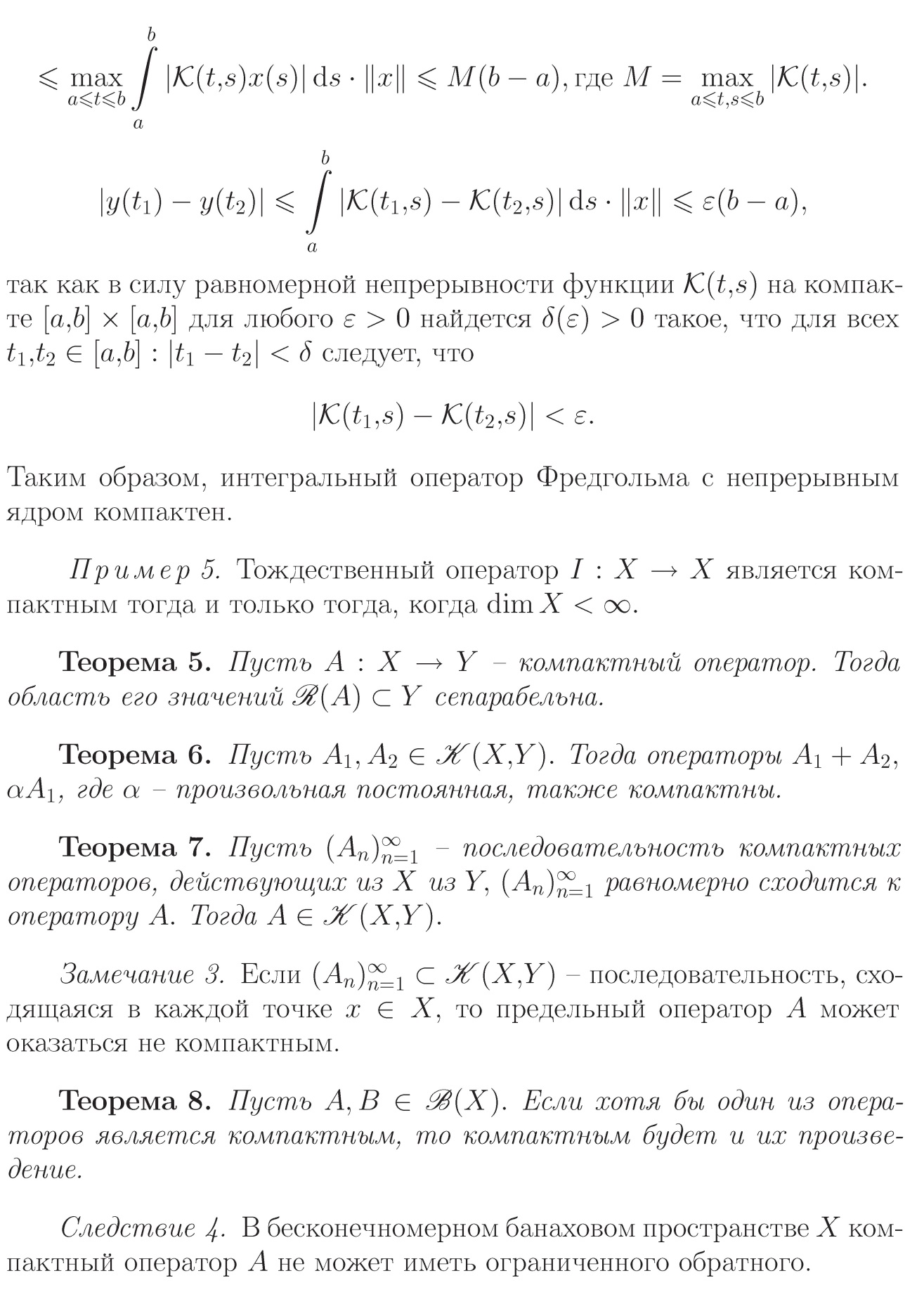
# Теоретические основы

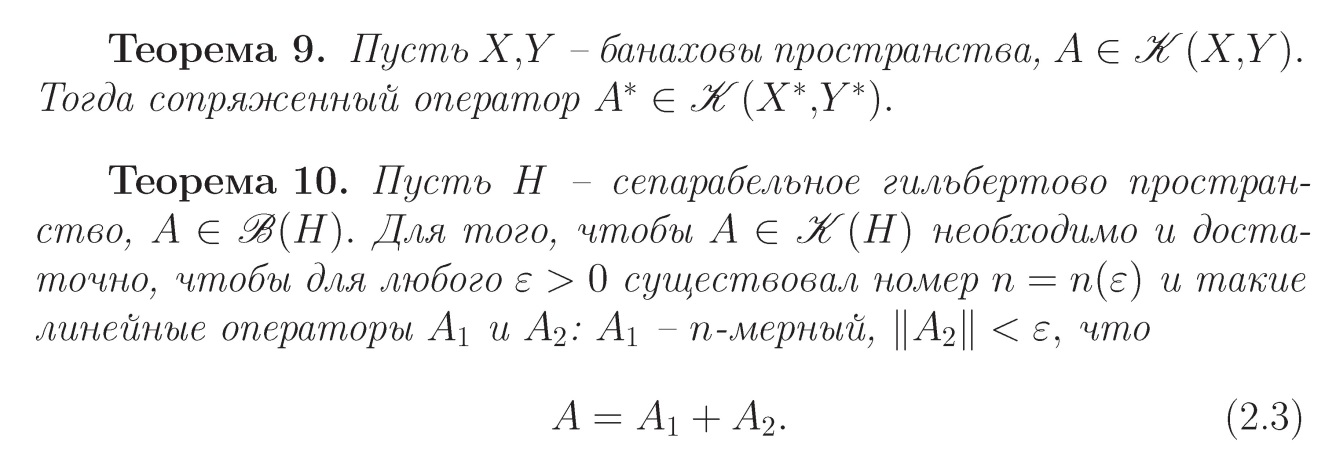












# Задание 1

Найти сопряжённый оператор к оператору , действующему по следующей формуле.

## Постановка задачи

## Решение

Разобьём на два оператора и . Ясно, что .

Найдём сопряжённый для . Для чего будем делать по определению:

Поменяем пределы интегрирования, переставим интегралы.

Откуда получаем, что .

Теперь найдём сопряжённый оператор для . Снова же делаем по определению:

Поменяем пределы интегрирования, переставим интегралы.

Откуда получаем, что .

**Ответ:** .

# Задание 2

Найти сопряжённый оператор к оператору , действующему по следующим формулам. Будет ли самосопряжённым?

## Постановка задачи

## Решение

Для поиска сопряжённого действуем по определению. . Откуда получаем, что . Из чего заключаем, что оператор самосопряжённым не является.

**Ответ:** не является, .

# Задание 3

Является ли компактным следующий оператор как отображение из в ?

## Постановка задачи

## Решение

Разобьём на две части: , . Первая часть представляет собой оператор Фредгольма с непрерывным по совокупности переменных ядром. Следовательно, является компактным.

Рассмотрим теперь . Поскольку сумма и разность двух компактных операторов компактна, оператор является компактным тогда и только тогда, когда компактен . Возьмём произвольный шар и проверим, что его образ будет предкомпактным. По теореме Арцела-Асколи надо проверить равномерную ограниченность и равностепенную непрерывность.

Равномерная ограниченность следует из того, что при всех . Покажем равностепенную непрерывность. Зафиксируем . Можем выбрать такое , что сколь угодно мала. Тогда

, так как . Значит, в силу равномерной непрерывности функции на отрезке как на компакте получаем, что выбрав то же самое будет выполнено:

Итого, оператор компактен, а значит, тоже компактен.

**Ответ:** да