|  |
| --- |
| министерство образования республики беларусь белорусский государственный университет |
| Функциональный анализ |
| Лабораторная работа №16 |
|  |
| (Собственные значения и собственные векторы компактного оператора) |
|  |

Студента 3 курса 3 группы

Некрашевича Александра Дмитриевича

Вариант: 14

|  |
| --- |
|  |

**Преподаватель**

Дайняк Виктор Владимирович

Доцент кафедры МФ

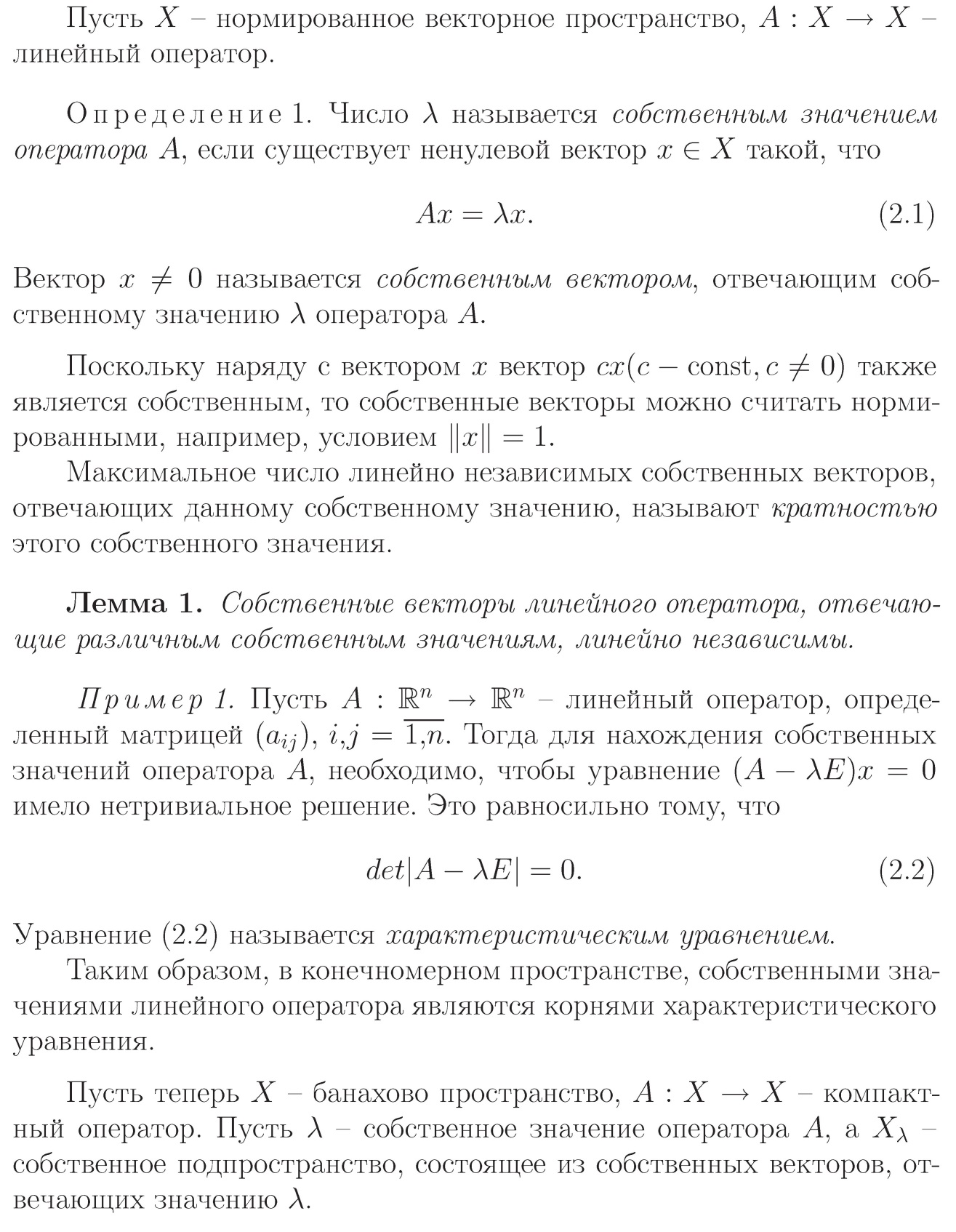
канд. физ.-мат. наук

Работа сдана 28.12.2013 г.

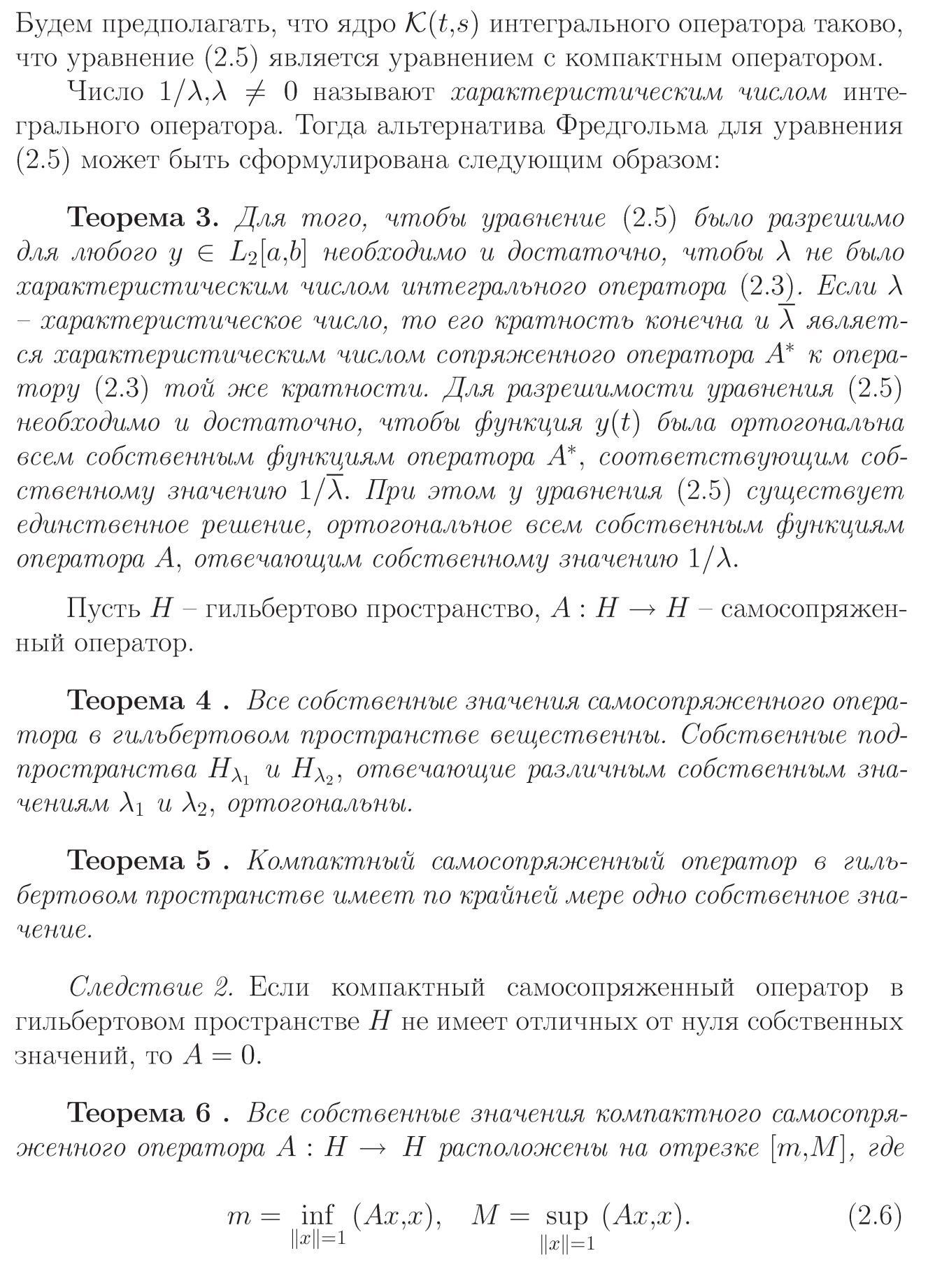
Зачтена \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2013 г.

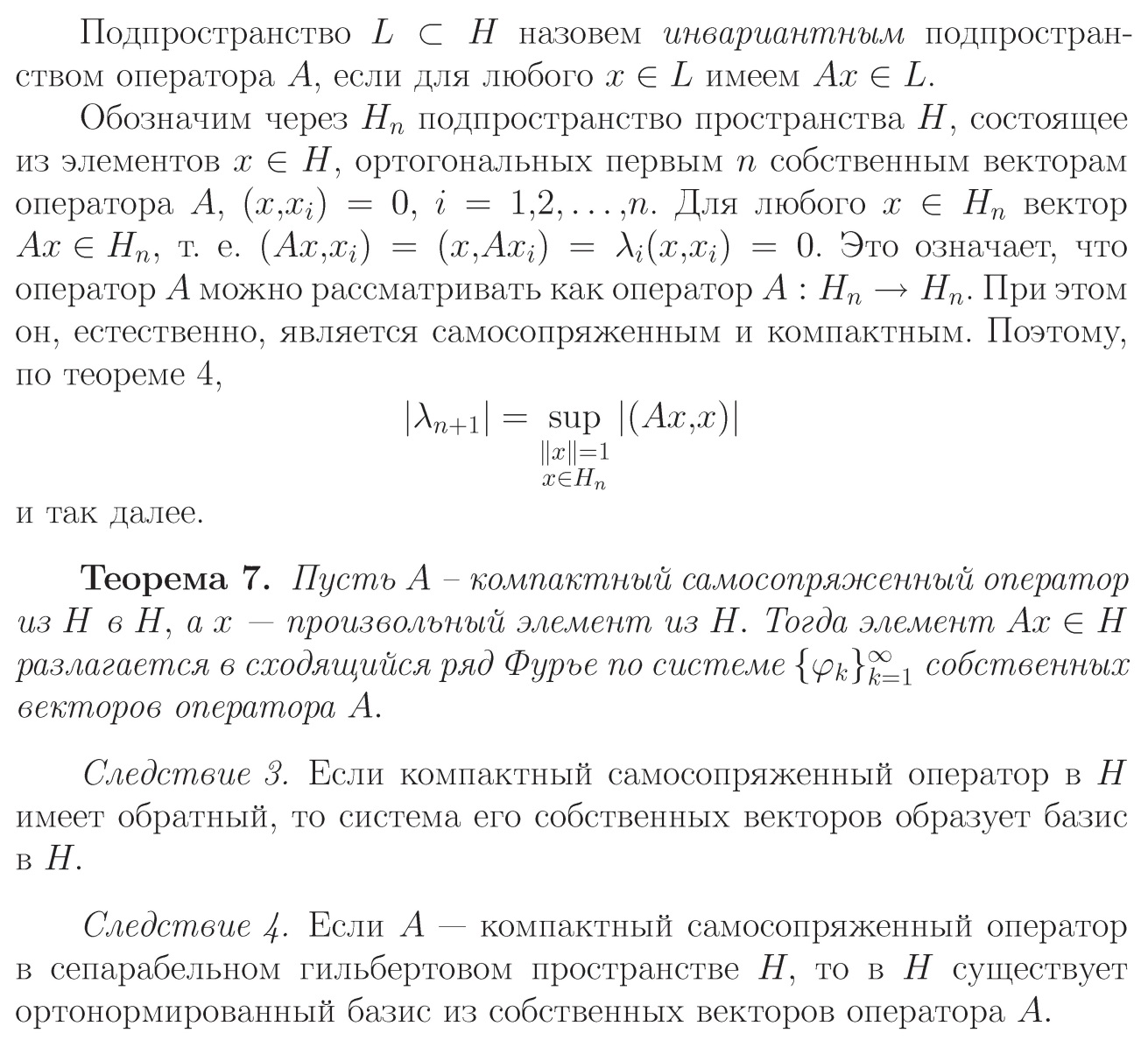
\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

# Теоретические основы



# C:\Users\Aliaksandr\Documents\FAN\nekrald\raw_3_6\FA_3_6_Page_2.jpg





# Задание 1

Найти характеристические числа и собственные функции для следующих однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.

## Постановка задачи

## Решение

Решение уравнения представим в виде . Подставляем в уравнение и получаем, что

Из чего можем выписать систему:

Определитель системы равен нулю тогда и только тогда, когда . При этом любое, а .

Итого, в качестве собственной функции можно взять .

**Ответ:** собственное значение, собственная функция .

# Задание 2

В пространстве найти решение интегрального уравнения

с помощью разложения в ряд по собственным функциям.

## Постановка задачи

## Решение

Найдём характеристические значения и собственные функции этого ядра. Исходя из определения, нужно найти те значения , при которых уравнение имеет нетривиальные решения , и найти функции . Для этого перейдём от интегрального уравнения к соответствующему ему дифференциальному уравнению. Имеем:

После двукратного дифференцирования имеем:

Тут возможны три случая.

1. . Тогда . Получаем единственное нулевое решение. Следовательно, интегральное уравнение имеет только тривиальное решение. Поэтому тут собственных функций нет.
2. . Тогда . и . Поэтому .
3. . Тогда . Имеем , и лишь при

Итого, собственные значения , . Поскольку не ортогональна всем собственным функциям, то решений не существует при . Иначе мы можем разложить в ряд Фурье, и решение имеет вид:

**Ответ:**

# Задание 3

Решить следующие неоднородные интегральные симметричные уравнения:

## Постановка задачи

## Решение

Поскольку ядро вырождено, решаем стандартным способом.

Имеем, что Подставляя в уравнение, находим константу .

**Ответ**: .