

Оценка + Пример

1. Какое наибольшее число трёхклеточных уголков можно вырезать из клетчатого квадрата 8×8 ?

Решение: В квадрате $8 \times 8 = 64$ клетки. Поэтому вырезать 22 и более уголков не получится: ведь тогда суммарное число клеток в них будет не меньше $22 \cdot 3 = 66$. Значит, число уголков не больше 21 (*оценка*). Вырезать 21 уголок можно — *пример* будет на доске. Следовательно, наибольшее возможное количество уголков равно 21.

Логика рассуждения ясна: мы показали, что количество уголков не превосходит числа 21 (*оценка*) и иногда ему равно (*пример*). Значит, 21 и есть максимум числа уголков.

2. Какое наименьшее число ладей могут побить всю шахматную доску?

Основная часть

3. Как можно набрать сумму 37 рублей используя только монеты по 3 рубля и 5 рублей так, чтобы суммарно было наименьшее число монет?

4. Какое наибольшее число трёхклеточных уголков можно вырезать из клетчатого прямоугольника 5×7 ?

5. Каково наименьшее натуральное n такое, что $n!$ делится на 18, на 19, на 20 и на 21?

6. У вас есть три котлеты и две сковороды. Каждая сторона котлеты жарится одну минуту. На одну сковороду одновременно помещается лишь одна котлета. За какое наименьшее время можно пожарить все котлеты с обеих сторон?

7. Какое наименьшее число клеточек на доске 8×8 можно закрасить в чёрный цвет так, чтобы была хотя бы одна закрашенная клетка:

а) в любом квадратике 2×2 ?

б) в любом уголке из трёх клеточек?

8. Сложите квадрат из наименьшего возможного количества трёхклеточных уголков.

9. Михаил Валерьевич зашел в аудиторию, где вокруг большого круглого стола стояло 30 стульев. На некоторых из стульев сидели информаты. Оказалось, что Михаил Валерьевич не может сесть так, чтобы рядом с ним никто не сидел. Какое наименьшее число информатов могло быть за столом?

10. 72 кузнецов должны подковать 90 лошадей. Какое наименьшее время они затратят на работу, если каждый кузнец тратит на одну подкову пять минут? (Лошадь не может стоять на двух ногах.)