

Опять ТЧ

- 1] Докажите, что для любого натурального числа $n > 2$ число $n!$ можно представить в виде суммы n различных делителей числа $n!$.
- 2] На доске записано натуральное число. Его последняя цифра запоминается, затем стирается и, умноженная на 17, прибавляется к тому числу, что осталось на доске после стирания. Первоначально было записано число 13^{2023} . Может ли после применения нескольких таких операций получиться число 2023^{13} ?
- 3] Существуют ли рациональные числа p, q, r , такие, что $p + q + r = 0$ и $pqr = 1$?
- 4] Найдите все натуральные числа a, n , такие, что число $\frac{(a+1)^n - a^n}{n}$ — натуральное.
- 5] Двое играют в игру. Они по очереди выбирают 7 различных цифр от 1 до 9 (первый — четыре цифры, второй — три). Из них составляется по порядку выбора семизначное число A (первая выбранная цифра — первая цифра A). Первый побеждает, если A — последние 7 цифр десятичной записи седьмой степени некоторого числа. Кто из игроков имеет выигрышную стратегию?
- 6] Найдите все натуральные числа a, b , такие, что $a^b - 1 \vdots b^a$
- 7] Найдите все натуральные числа n , такие, что $n^4 - n^3 + 3n^2 + 5$ — точный квадрат.
- 8] Найдите все сюръективные функции $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, такие, что для любых натуральных чисел m, n и любого простого p верно: $f(m+n) \vdots p \iff f(m) + f(n) \vdots p$.
- 9] Докажите, что для любых натуральных чисел m, n существует натуральное число s , такое, что sm, sn имеют одинаковый набор (считая повторения) ненулевых цифр.