

Процессы

- [10] На бесконечной шахматной доске стоят ферзь и невидимый король. Известно, что ферзь дал шах по горизонтали, и король ушел из под шаха. Докажите, что ферзь может ходить так, чтобы король наверняка ещё раз попал под шах.

Питерский город

- [7] Существует ли выпуклый многоугольник, который можно разрезать непересекающимися (во внутренних точках) диагоналями на треугольники равной площади хотя бы тремя разными способами?

Информация — 2

- [7] Есть 15 монет, одна из которых фальшивая. Все настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая весит иначе, но неизвестно, тяжелее она или легче. Какое наименьшее количество взвешиваний на двухчашечных весах без гирь необходимо, чтобы гарантированно найти фальшивую монету и сказать, тяжелее она или легче?
- [8] Та же задача, но теперь не надо говорить тяжелее фальшивая монета или легче.
- [9] Та же задача, но теперь про одну из монет вам известно, что она настоящая, и не надо говорить тяжелее фальшивая монета или легче. Изменится ли ответ, если отобрать у вас гарантированно настоящую монету?
- [10] Алиса и ее младший брат Боб играют в игру. Боб загадывает число от 1 до 1000, а Алиса пытается его угадать. Алиса называет Бобу число, а Боб говорит, верно ли, что оно больше загаданного. Алиса знает, что Боб, чтобы запутать Алису, может соврать один раз за игру (а может и не соврать). За какое наименьшее количество вопросов Алиса может гарантированно угадать загаданное Бобом число?

Равносоставленные многоугольники

- [14] Перекроите квадрат в 3 равных квадрата, разрезав его не более чем на а) 10 частей; б) 7 частей.
- [15] Докажите, что правильный пятиугольник можно разрезать на 4 части, из которых без просветов и наложений можно сложить прямоугольник.

Инверсия

- [19] Пусть O — одна из точек пересечения окружностей ω_1 и ω_2 . Окружность ω с центром O пересекает ω_1 в точках A и B , а ω_2 — в точках C и D . Пусть X — точка пересечения прямых AC и BD . Докажите, что все такие точки X лежат на одной прямой.

- [20] Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности с центром I . Касательные к описанной окружности треугольника AIC в точках A, C пересекаются в точке X . Касательные к описанной окружности треугольника BID в точках B, D пересекаются в точке Y . Докажите, что точки X, I, Y лежат на одной прямой.
- [21] В четырёхугольнике $ABCD$ вписанная окружность ω касается сторон BC и DA в точках E и F соответственно. Оказалось, что прямые AB, FE и CD пересекаются в одной точке S . Описанные окружности Ω и Ω_1 треугольников AED и BFC , вторично пересекают окружность ω в точках E_1 и F_1 . Докажите, что прямые EF и E_1F_1 параллельны.