

Симметрии

- [1] Можно ли так согнуть листок бумаги (листок не обязательно прямоугольной формы), чтобы одним разрезом вырезать в нём квадратную дырку?
- [2] Существует ли фигура на плоскости, имеющая среди своих осей симметрии две параллельные не совпадающие прямые?
- [3] Верно ли следующее утверждение: «Если четырёхугольник имеет ось симметрии, то это либо равнобедренная трапеция, либо прямоугольник, либо ромб»?
- [4] Города A и B находятся по одну сторону от реки l (будем считать реку прямой). Вася хочет выйти из города A , набрать воды в реке l и вернуться в город B . Покажите как нужно идти Васе, чтобы пройти наименьшее расстояние и достичь своей цели.
- [5] На стороне BC треугольника ABC выбрали точки P и Q такие, что $BA = BP$ и $CA = CQ$. Точка I — точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Докажите, что треугольник IPQ равнобедренный.
- [6] В треугольнике ABC угол A равен 60° . Серединный перпендикуляр к отрезку AB пересекает прямую AC в точке B_1 . Серединный перпендикуляр к отрезку AC пересекает прямую AB в точке C_1 . Докажите, что расстояния от точки пересечения биссектрис треугольника ABC до прямых BC и B_1C_1 равны.
- [7] Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке I , $\angle ABC = 120^\circ$. На продолжениях сторон AB и CB за точку B отмечены точки P и Q соответственно так, что $AP = CQ = AC$. Докажите, что угол PIQ — прямой.
- [8] В равнобедренном треугольнике ABC угол при основании BC равен 80° . На боковых сторонах AB и AC выбраны точки D и E соответственно, причём $\angle BCD = 50^\circ$, $\angle CBE = 40^\circ$. Найдите угол между прямыми DE и BC .
- [9] В треугольнике ABC угол A равен 60° . На лучах BA и CA отложены отрезки BX и CY , равные стороне BC . Докажите, что прямая XY проходит через точку пересечения биссектрис треугольника ABC .
- [10] На стороне AC треугольника ABC выбрали точки K и L так, что L — середина отрезка AK , BK — биссектриса угла LBC и $BC = 2BL$. Докажите, что $\angle ACB = \angle ABL$.
- [11] Дан треугольник ABC . M — середина стороны BC , а P — проекция вершины B на серединный перпендикуляр к AC . Прямая PM пересекает сторону AB в точке Q . Докажите, что треугольник QBP равнобедренный.