

Занятие 3

- 1] Докажите, что уравнение

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{7}$$

имеет конечное число решений в целых числах.

- 2] Докажите, что уравнение

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{7}$$

имеет конечное число решений в натуральных числах.

- 3] Любые два из тысячи квадратных трёхчленов имеют общий корень. Верно ли, что они все имеют общий корень?
- 4] Докажите, что для любого $n > 2$ можно придумать n натуральных чисел так, чтобы сумма квадратов первых $n - 1$ числа равнялась квадрату последнего.
- 5] Докажите, что биссектрисы двух внутренних углов треугольника и биссектриса внешнего угла, не смежного с ними, пересекают прямые, содержащие соответственные стороны треугольника, в трех коллинеарных точках.
- 6] Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Окружность, описанная около треугольника ABH , пересекает окружность, построенную на отрезке AC как на диаметре, в точке K , отличной от A . Докажите, что прямая CK делит отрезок BH пополам.