

Информация и весы

Загадка: Я загадал целое число от 1 до 3. На один вопрос я могу ответить «Да», «Нет» и «Не знаю». За один вопрос угадайте, какое число я загадал.

- [1] Есть (а) 3; (б) 9 монет, из которых ровно одна более лёгкая фальшивка. За наименьшее число взвешиваний на чашечных весах найдите её.
- [2] Есть 4 гири разных масс, за наименьшее число взвешиваний на чашечных весах упорядочите их по массе.
- [3] Есть 5 гирь разных масс, за наименьшее число взвешиваний на чашечных весах упорядочите их по массе.
- [4] Имеется (а) 5; (б) 6 с виду одинаковых шаров, из которых два радиоактивные. Дозиметром можно проверить на радиоактивность любую группу шаров. За какое наименьшее число проверок можно выявить оба радиоактивных шара?
- [5] Среди 81 монеты есть только золотые и серебряные. Одна из этих монет фальшивая. Все настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая монета тяжелее настоящей, если она золотая, и легче, если она серебряная. Какое наименьшее количество взвешиваний на двухчашечных весах без гирь необходимо, чтобы однозначно определить фальшивую монету.
- [6] Есть 10 мешков монет (в любом либо настоящие, весят по 10 г; либо фальшивые, по 11 г). Как за наименьшее число взвешиваний на весах со стрелкой узнать, в каких из них фальшивые монеты, если:
 - а) мешок с фальшивками ровно один;
 - б) неизвестно число мешков с фальшивками.
- [7] Даны $n > 1$ чашечных весов без гирь, из которых ровно одни сломаны: их показания произвольны. К сожалению, не известно, какие именно весы неисправны.
 - (а) Докажите, что из 3^k монет нельзя гарантированно определить фальшивую монету за k взвешиваний.
 - (б) Докажите, что из 3^k монет нельзя гарантированно определить фальшивую монету за $k + 1$ взвешиваний.
- [8] При каком наименьшем n среди n весов, из которых ровно k сломанных, можно из 10 монет определить одну фальшивую (количество взвешиваний не ограничено)?
- [9] Даны трое чашечных весов без гирь, из которых ровно одни сломаны: их показания произвольны, и мы не знаем, какие весы неисправны. Докажите, что из $3k$ монет можно определить одну фальшивую (легче настоящих) не более, чем за $2k + 1$ взвешивание.

- [10] У Васи есть два запасных телефона Nokia 3310, которые ему не жалко. В васином городе есть 101-этажный небоскреб, с которого Вася может скидывать свои телефоны. Какое наименьшее количество скидываний потребуется Васе, чтобы узнать, упав с какого этажа Nokia 3310 перестает работать навсегда, или убедиться в исключительной прочности телефона?
- [11] Фокусник и ассистент показывают фокус. Пока фокусника нет, зритель выкладывает в ряд 6 монет, после чего ассистент закрывает непрозрачной тканью k монет. Наконец входит фокусник, который должен угадать, какой стороной вверх лежат закрытые монеты. При каком наибольшем k ассистент и фокусник могут договориться, чтобы фокус удался?
- [12] В финале телешоу требуется угадать число от 1 до 144 с помощью вопросов, на которые ведущий отвечает «Да» или «Нет». Однако за каждый ответ «Да» нужно платить по 1000 рублей из выигранных денег, а за ответ «Нет» — 2000. Какой наименьшей суммы участник может лишиться, чтобы гарантированно угадать число и выиграть суперприз?
- [13] (a) Есть 15 монет, одна из которых фальшивая. Все настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая весит иначе, но неизвестно, тяжелее она или легче. Какое наименьшее количество взвешиваний на двухчашечных весах без гирь необходимо, чтобы гарантированно найти фальшивую монету и сказать, тяжелее она или легче?
- (b) Та же задача, но теперь не надо говорить тяжелее фальшивая монета или легче.
- (c) Та же задача, но теперь про одну из монет вам известно, что она настоящая, и не надо говорить тяжелее фальшивая монета или легче. Изменится ли ответ, если отобрать у вас гарантированно настоящую монету?
- [14] Алиса и ее младший брат Боб играют в игру. Боб загадывает число от 1 до 1000, а Алиса пытается его угадать. Алиса называет Бобу число, а Боб говорит, верно ли, что оно больше загаданного. Алиса знает, что Боб, чтобы запутать Алису, может соврать один раз за игру (а может и не соврать). За какое наименьшее количество вопросов Алиса может гарантированно угадать загаданное Бобом число?
- [15] Имеются 60 монет, среди которых ровно одна фальшивая (неизвестно какая). Все настоящие монеты одного веса, а фальшивая легче или тяжелее. На чашечных весах можно сравнивать по весу любые две группы монет. Нужно найти фальшивую монету и выяснить, легче она или тяжелее. Сколько для этого необходимо взвешиваний?
- [16] Алиса и Боб держат в руках некоторую карточку. Карточка имеет две стороны, на одной стороне написано некоторое целое неотрицательное число n , а на другой — $n + 1$. Алиса видит одну из двух сторон карточки, а Боб — другую. Происходит

следующий диалог. Алиса сообщает Бобу, что она не знает, что написано на другой стороне. После этого Боб сообщает то же самое Алисе (что он не знает, что написано на другой стороне). Этот диалог повторяется 10 раз — всего они делают 10 пар сообщений. После этого Алиса говорит, что теперь она знает число Боба. Какая у них карточка?

- [17] Есть $2n$ монеток попарно различного веса. За одно действие можно сравнить любые две монетки. Какое минимальное количество взвешиваний потребуется, чтобы найти самую тяжёлую и самую лёгкую монетки?
- [18] Есть 2^n монеток попарно различного веса. За одно действие можно сравнить любые две монетки. Какое минимальное количество взвешиваний потребуется, чтобы найти самую тяжёлую и вторую по тяжести монетки?
- [19] В финале телешоу требуется угадать число от 1 до 144 с помощью вопросов, на которые ведущий отвечает «Да» или «Нет». Однако за каждый ответ «Да» нужно платить по 1000 рублей из выигранных денег, а за ответ «Нет» — 2000. Какой наименьшей суммы участник может лишиться, чтобы гарантированно угадать число и выиграть суперприз?
- [20] Фокусник и ассистент показывают фокус. Пока фокусника нет, зритель выкладывает в ряд 6 монет, после чего ассистент закрывает непрозрачной тканью k монет. Наконец входит фокусник, который должен угадать, какой стороной вверх лежат закрытые монеты. При каком наибольшем k ассистент и фокусник могут договориться, чтобы фокус удался?
- [21] Есть 15 монет, одна из которых фальшивая. Все настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая весит иначе, но неизвестно, тяжелее она или легче. Какое наименьшее количество взвешиваний на двухчашечных весах без гирь необходимо, чтобы гарантированно найти фальшивую монету и сказать, тяжелее она или легче?
- [22] Та же задача, но теперь не надо говорить тяжелее фальшивая монета или легче.
- [23] Та же задача, но теперь про одну из монет вам известно, что она настоящая, и не надо говорить тяжелее фальшивая монета или легче. Изменится ли ответ, если отобрать у вас гарантированно настоящую монету?
- [24] Алиса и ее младший брат Боб играют в игру. Боб загадывает число от 1 до 1000, а Алиса пытается его угадать. Алиса называет Бобу число, а Боб говорит, верно ли, что оно больше загаданного. Алиса знает, что Боб, чтобы запутать Алису, может соврать один раз за игру (а может и не соврать). За какое наименьшее количество вопросов Алиса может гарантированно угадать загаданное Бобом число?