Двоичная система счисления

$\boxed{1}$ Переведите в десятичную систему числа 100101_2, 1010011_2, 10000000000_2

$\boxed{2}$ Переведите в двоичную систему счисления числа 42, 1234, 65536

$\boxed{3}$ Дан мешок сахарного песка, чашечные весы, много невесомых пакетиков и гирька в 1г. Можно ли за 10 взвешиваний отмерить 1 кг сахара?

$\boxed{4}$ На столе лежат 100 карт рубашкой вверх. Роберт может либо просто перевернуть любую карту, лежащую рубашкой вверх, либо перевернуть её и любые карты справа. Может ли он проделывать эти действия бесконечно долго?

$\boxed{5}$ В наборе имеются гири массой 1г, 2г, 4г, 8г, ... (все степени числа 2), причём среди гирь могут быть одинаковые. На две чашки весов положили гири так, чтобы наступило равновесие. Известно, что на левой чашке все гири различны. Докажите, что на правой чашке не меньше гирь, чем на левой.

$\boxed{6}$ Сформулируйте и докажите признак делимости на 3 в двоичной системе счисления.

$\boxed{7}$ Преподаватель придумал 1000 задач, и ему стало понятно, что среди них ровно один гроб. У преподавателя в распоряжении 10 учеников. Он может **одновременно** выдать им по листику с каким-то набором задач (каждому свой). Если ученик натыкается на гроб, он не приходит на следующую пару. Как преподавателю за одну пару узнать, какая задача была гробиной?

$\boxed{8}$ Странный калькулятор умеет делать только 2 операции:

- из числа x получить число $4x + 1$;
- из числа x получить число $\left[\frac{x}{2}\right]$.

Сколько чисел от 0 до 2020 можно получить с помощью одной или нескольких таких операций, если изначально на калькуляторе горит число 0?

$\boxed{9}$ Назовем число коварным, если в его двоичной записи ровно 2 единицы и оно нечетное. Может ли произведение n различных коварных чисел быть равно произведению m различных коварных чисел, если $m \neq n$?

$\boxed{10}$ Докажите, что среди чисел вида $[n\sqrt{2}]$ есть бесконечно много составных.

$\boxed{11}$ В шеренге стоят 2^n солдат, где n — положительное целое число. При каждом перестроении в начало новой шеренги встают солдаты, до этого стоявшие на нечётных местах (в том же порядке), а за ними — солдаты, до этого стоявшие на чётных местах (в том же порядке). Докажите, что по прошествии n перестроений солдаты окажутся в таком же порядке, с которого начали.