

Максимумы и минимумы в геометрии

- 1] Докажите, что любая ломанная длиннее, чем расстояние между её концами.
- 2] На плоскости дана прямая l и точки A и B по одну сторону от неё. Найти на прямой точку M , для которой сумма $AM + BM$ наименьшая.
- 3] На плоскости даны параллельные прямые l_1 и l_2 точки A и B лежат между ними. Найти на прямой l_1 точку M , а на прямой l_2 — N , для которой сумма $AM + MN + BN$ наименьшая.
- 4] Внутри угла выбрана точка A . Какие точки B и C на сторонах угла нужно выбрать, чтобы периметр ABC был минимальный.
- 5] Деревни A и B разделены рекой, берега которой параллельны. Где на реке нужно поставить мост, чтобы путь из одной деревни в другую был наименьшим (мост перпендикулярен берегам реки)?
- 6] Дана прямая l и точки A и B по разные стороны от неё. Найти на прямой точку M , для которой величина $|AM - BM|$ принимает наименьшее значение.
- 7] В выпуклом четырехугольнике найдите точку, для которой сумма расстояний до вершин минимальна.
- 8] Три офиса A, B и C одной фирмы расположены в вершинах треугольника. В офисе A работают 10 человек, в офисе B — 20, а в офисе C — 30. Где нужно построить столовую, чтобы суммарное расстояние, проходимое всеми сотрудниками фирмы, было бы как можно меньше?
- 9] Внутри квадрата содержится треугольник. Докажите, что периметр этого треугольника, меньше, чем периметр квадрата.
- 10] Из точки M , лежащей на стороне AB остроугольного треугольника ABC , опущены перпендикуляры MP и MQ на стороны BC и AC . При каком положении точки M длина отрезка PQ минимальна?
- 11] Какую наибольшую площадь может иметь треугольник, стороны которого a, b, c заключены в следующих пределах:
$$0 < a \leq 1 \leq b \leq 2 \leq c \leq 3?$$
- 12] На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC взята точка X, M и N — её проекции на катеты AC и BC .
 - а) При каком положении точки X длина отрезка MN будет наименьшей?
 - б) При каком положении точки X площадь четырехугольника $CMXN$ будет наибольшей?

- 13 Докажите, что среди всех треугольников с фиксированным углом α и площадью S наименьшую длину стороны BC имеет равнобедренный треугольник с основанием BC .
- 14 Даны два пересекающихся луча A и BD . На этих лучах выбираются точки M и N (соответственно) так, что $AM = BN$. Найти положение точек M и N , при котором длина отрезка MN минимальна.