

М@тем@тi4eСкий boy!

1. Можно ли в ряд расставить 200 натуральных чисел от 1 до 200 так, чтобы любые два числа, которые оказались соседними, отличались друг от друга либо в два раза, либо на два.
2. У котиков лапки и они не могут доказать, что для любых чисел x и y таких, что $xy > 0$ справедливо неравенство

$$\frac{x}{x^4 + y^2} + \frac{y}{y^4 + x^2} \leq \frac{1}{xy}$$

Помогите им!

3. Лёша очень любит жарить котлеты. У него есть волшебная плита, которая из x котлет делает $f(x) = x^2 + 10x + 20$ котлет. Плита настолько волшебная, что может готовить нецелое и даже отрицательное число котлет. У плиты есть особый режим «пять подряд», при котором из x котлет плита готовит $f(f(f(f(f(x)))))$ котлет. Лёша вычислил, сколько котлет нужно положить в плиту, чтобы при особом режиме она приготовила 0 котлет. Что у него получилось?
4. Влад написал натуральное число, кратное 495. Ксюша вставила между его цифрами два нуля подряд. Докажите, что полученное число тоже делится на 495.
5. Есть 55 равносторонних треугольников. Из них сложили полоску. Двое игроков, Аня и Лёня, красят ребра треугольников по очереди в любой из двух цветов — серо-буро-малиновый или желто-розовый. Проигрывает игрок, если после его хода образовался равносторонний треугольник одного цвета. Кто выиграет при правильной игре?

6. В стране Бангладеш десять городов. Некоторые пары городов соединены дорогами. Известно, что есть два города, не соединенные дорогами, и ни для какой тройки городов количество дорог между ними не равно двум. Найдите наибольшее возможное количество дорог в Бангладеше.
7. Точка M — середина стороны AC треугольника ABC . На стороне BC отмечена такая точка N , что $BN : NC = 2 : 1$. Оказалось, что $\angle BMN$ прямой. Докажите, что $AB = AM$.
8. У Анастасии Константиновны на сковородке лежит 100 котлет. Котлета приготовлена замечательно, если она жарилась с обеих сторон одинаковое количество раз. В ожидании котлет Тимофей Дмитриевич прошёл мимо сковородки 100 раз. Ему было скучно и каждый раз, когда он проходил мимо, он переворачивал некоторые котлеты. Сначала с номерами $1, 2, 3, 4, \dots$; потом с номерами $2, 4, 6, 8, \dots$; потом $3, 6, 9, 12, \dots$ и так далее. Сколько котлет в итоге будут приготовлены замечательно?