Индукция

Не забывайте про **3** составляющие индукции:

1) *База* - показываем, что утверждение верно для простых частных случаев (Например при $n = 1$);

2) *Предположение* - предполагаем, что утверждение доказано для первых k случаев;

3) *Переход* - используя предположение, доказываем утверждение для случая $n = k + 1$.

Потеряете хотя бы одну из них — индукция перестанет работать!

$\boxed{1}$ Докажите, что $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$

$\boxed{2}$ Докажите по индукции, что

a) $1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

b) $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

*c) $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + \cdots + n)^2$

$\boxed{3}$ Докажите, что любую сумму начиная с 8 копеек можно уплатить монетами 3 и 5 копеек

$\boxed{4}$ Докажите, что $\underbrace{111\ldots111}_{3^n} \vdots\, 3^n$ для любого натурального n

$\boxed{5}$ Для натуральных n докажите, что $2^n > n$

$\boxed{6}$ Для натуральных $n > 2$ докажите, что $2^n > n^2$

$\boxed{7}$ Для натуральных $n > 2$ докажите, что $n! > 2^n$

$\boxed{8}$ Несколько (a) прямых (b) оркужностей (c) прямых и оркужностей делят плоскость на части. Доказать, что можно раскрасить эти части в белый и чёрный цвет так, чтобы соседние части были разного цвета

$\boxed{9}$ На плоскости проведены n прямых *общего положения* (никакие 2 из них не параллельны, и никакие 3 не пересекаются в одной точке). На сколько частей делят плоскость

$\boxed{10}$ *Неравенство Бернулли*: $(1 + a)^n > 1 + an$, $n \in \mathbb{N}$, $a > -1$

$\boxed{11}$ Известно, что $x + \dfrac{1}{x}$ – целое число. Докажите, что $x^n + \dfrac{1}{x^n}$ – также целое при любом натуральном n.

$\boxed{12}$ Докажите, что $n^n > (n + 1)^{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$