

Группы перестановок

- 1 Буквы слова «Алиса» занимают пять позиций, пронумерованных слева направо числами $1, 2, \dots, 5$. Напишите, какое слово получится после перестановки

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 2 Запишите перестановку, переводящую слово КОНУС в слово СУКНО.

- 3 Найдите $F \circ F$, если $F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

- 4 Найдите обратную к перестановке

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 5 Приведите пример двух перестановок F и G , для которых $F \circ G \neq G \circ F$.

- 6 Для перестановок трёх элементов найдите композицию

$$(13) \circ (23) \circ (12)$$

- 7 Приведите пример перестановки 4 элементов, которая не представляется в виде произведения двух или менее транспозиций.

- 8 Приведите пример перестановки 10 элементов, которая не представляется в виде произведения 8 или менее транспозиций.

- 9 Покажите, что обратная перестановка имеет ту же самую чётность, что и исходная.

- 10 Определите, чётна или нечётна перестановка

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 11 Чему равно F^{1001} , где $F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

- 12 Запишите перестановку $F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ в виде произведения нескольких циклов

- 13 Найдите чётность цикла из k элементов.

- 14 Докажите, что всякая чётная перестановка раскладывается в произведение циклов длины 3.

- 15 Докажите, что цикл длины n нельзя представить как произведение $n - 2$ или менее транспозиций.
- 16 Как по циклическому типу перестановки понять её порядок (как порядок элемента в группе)?
- 17 Каков максимально возможный порядок перестановки множества из 10 элементов?
- 18 Сколько перестановок вершин квадрата получаются из его движений? Тот же вопрос для правильного пятиугольника. Группы таких перестановок называются Диэдральные группы.
- 19 Докажите, что любую перестановку объектов, стоящих в клетках прямоугольной таблицы, можно представить в виде композиции трёх перестановок: первая и третья переставляют элементы внутри строк (каждый объект остаётся в той же строке, где был, но может сменить столбец), а вторая — внутри столбцов.