## Примеры в ТЧ

- П Для натурального числа n обозначим через  $S_n$  наименьшее общее кратное всех чисел  $1, 2, \ldots, n$ . Существует ли такое натуральное число m, что  $S_{m+1} = 4S_m$ ?
- $\boxed{2}$  Докажите, что найдется такое натуральное число n>1, что произведение некоторых n последовательных натуральных чисел равно произведению некоторых n+100 последовательных натуральных чисел.
- $\boxed{3}$  Существует ли арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \ldots, a_{1000}$  с ненулевой разностью такая, что каждый её член имеет вид  $\frac{1}{n}$ , для некоторого натурального n?
- [4] Существуют ли три попарно различных ненулевых целых числа, сумма которых равна нулю, а сумма тринадцатых степеней которых является квадратом некоторого натурального числа?
- $\boxed{5}$  Докажите, что существует бесконечно много таких троек натуральных чисел a,b,c, что

$$a^{21} + b^{23} = c^{22}$$

- [6] Существуют ли такие натуральные  $a,b,c>10^5,$  что  $a^2-1$  делится на  $b,b^2-1$  делится на  $c,c^2-1$  делится на a?
- [7] Существует ли возрастающая арифметическая прогрессия длины 2023, все члены которой являются точными степенями, выше десятой?