

Региональный разнбой

- [1] Дан бумажный треугольник, длины сторон которого равны 5 см, 12 см и 13 см. Можно ли разрезать его на несколько (больше одного) многоугольников, у каждого из которых площадь (измеренная в см^2) численно равна периметру (измеренному в см)?
- [2] Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность γ . Оказалось, что окружности, построенные на отрезках AB и CD как на диаметрах, касаются друг друга внешним образом в точке S . Пусть точки M и N — середины отрезков AB и CD соответственно. Докажите, что перпендикуляр ℓ к прямой MN , восстановленный в точке M , пересекает прямую CS в точке, лежащей на γ .
- [3] Дан остроугольный треугольник ABC , в котором $AB < BC$. Пусть M и N — середины сторон AB и AC соответственно, а H — основание высоты, опущенной из вершины B . Вписанная окружность касается стороны AC в точке K . Прямая, проходящая через K и параллельная MH , пересекает отрезок MN в точке P . Докажите, что в четырёхугольник $AMPK$ можно вписать окружность.
- [4] Пусть CE — биссектриса в остроугольном треугольнике ABC . На внешней биссектрисе угла ACB отмечена точка D , а на стороне BC — точка F , причём $\angle BAD = 90^\circ = \angle DEF$. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника CEF , лежит на прямой BD .
- [5] В трапеции $ABCD$ диагональ BD равна основанию AD . Диагонали AC и BD пересекаются в точке E . Точка F на отрезке AD выбрана так, что $EF \parallel CD$. Докажите, что $BE = DF$.
- [6] На плоскости отмечены N точек. Любые три из них образуют треугольник, величины углов которого в градусах выражаются натуральными числами. При каком наибольшем N это возможно?
- [7] Окружности Ω и ω касаются друг друга внутренним образом в точке A . Проведем в большей окружности Ω хорду CD , касающуюся ω в точке B (хорда AB не является диаметром ω). Точка M — середина отрезка AB . Докажите, что окружность, описанная около треугольника CMD , проходит через центр ω .
- [8] Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Оказалось, что точка пересечения медиан треугольника ABD лежит на биссектрисе угла BCD . Докажите, что точка пересечения медиан треугольника ABC лежит на биссектрисе угла ADC .
- [9] Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности ω . Докажите, что диаметр окружности ω не превосходит длины отрезка, соединяющего середины сторон BC и AD .

- 10 В остроугольном треугольнике ABC проведена биссектриса BL . Окружность, описанная около треугольника ABL , пересекает сторону BC в точке D . Оказалось, что точка S , симметричная точке C относительно прямой DL , лежит на стороне AB и не совпадает с её концами. Какие значения может принимать $\angle ABC$?