

Оценка + пример

Задача: Какое наибольшее число трёхклеточных уголков можно вырезать из клетчатого квадрата 8×8 ?

Решение: В квадрате $8 = 64$ клетки. Поэтому вырезать 22 и более уголков не получится: ведь тогда суммарное число клеток в них будет не меньше $22 \cdot 3 = 66$. Значит, число уголков не больше 21 (*оценка*). Вырезать 21 уголок можно - *пример* будет на доске. Следовательно, наибольшее возможное количество уголков равно 21.

Логика рассуждения ясна: мы показали, что количество уголков не превосходит числа 21 (*оценка*) и иногда ему равно (*пример*). Значит, 21 и есть максимум числа уголков.

- 1] Какое наименьшее число ладей могут побить всю шахматную доску?
- 2] Найдите наименьшее натуральное число кратное 5, сумма цифр которого равна 25.
- 3] Какое наибольшее число трёхклеточных уголков можно вырезать из клетчатого прямоугольника 5×7 ?
- 4] У вас есть три котлеты и две сковороды. Каждая сторона котлеты жарится одну минуту. На одну сковороду одновременно помещается лишь одна котлета. За какое наименьшее время можно пожарить все котлеты с обеих сторон?
- 5] Найдите наибольшее натуральное число, которое невозможно представить в виде суммы двух составных чисел.
- 6] Каково наименьшее натуральное n такое, что $n!$ делится на 18, на 19, на 20 и на 21?
- 7] Какое наименьшее число клеточек на доске 8×8 можно закрасить в чёрный цвет так, чтобы была хотя бы одна закрашенная клетка:
 - а) в любом квадратике 2×2 ?
 - б) в любом уголке из трёх клеточек?
- 8] Сложите квадрат из наименьшего возможного количества трёхклеточных уголков.
- 9] Белоснежка вошла в комнату, где вокруг круглого стола стояло 30 стульев. На некоторых из стульев сидели гномы. Оказалось, что Белоснежка не может сесть так, чтобы рядом с ней никто не сидел. Какое наименьшее число гномов могло быть за столом?
- 10] 48 кузнецов должны подковать 60 лошадей. Какое наименьшее время они затратят на работу, если каждый кузнец тратит на одну подкову пять минут? (Лошадь не может стоять на двух ногах.)
- 11] Какое наименьшее количество трехклеточных уголков можно разместить в квадрате 8×8 так, чтобы в этот квадрат больше нельзя было поместить ни одного такого уголка?

- [12] На клетчатой доске $(2k+1) \times (2k+1)$ расставили n белых и n черных ладей так, что ладьи разных цветов не бьют друг друга. При каком наибольшем n такое возможно?
- [13] При каком наименьшем n существуют n чисел из интервала $(-1; 1)$, таких, что их сумма равна 0, а сумма их квадратов равна 30?
- [14] Поле представляет собой клетчатый квадрат 41×41 , в одной из клеток которого замаскирован танк. Истребитель за один выстрел обстреливает одну клетку. Если произошло попадание, танк переползает на соседнюю по стороне клетку поля, если нет – остаётся на месте. При этом после выстрела пилот истребителя не знает, произошло ли попадание. Для уничтожения танка надо попасть в него два раза. Каким наименьшим числом выстрелов можно обойтись для того, чтобы гарантировать, что танк уничтожен?
- [15] Каждая грань куба $1000 \times 1000 \times 1000$ разбита на 1000^2 квадратных клеток со стороной 1. Какое наибольшее количество этих клеток можно закрасить так, чтобы никакие две закрашенные клетки не имели общей стороны?