

Оценка + пример – оценка

- [1] На доске записаны числа $1, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$. Разрешается стереть любые два числа и вместо них записать их разность – неотрицательное число. Может ли на доске в результате нескольких таких операций остаться только число 15?
- [2] Существует ли признак делимости на 27 аналогичный делимости на 3 и на 9?
- [3] Существует ли треугольник, у которого все высоты меньше 1 см, а площадь больше 1 м^2 ?
- [4] Можно ли, используя цифры от 1 до 9 каждую по разу, записать пять чисел, каждое из которых (кроме первого) делится на предыдущее?
- [5] В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ равны стороны AB и CD и углы A и C . Обязательно ли этот четырехугольник параллелограмм?
- [6] Может ли работа фирмы за любые пять месяцев быть прибыльной, а за весь год – убыточной?
- [7] Существуют ли на плоскости три такие точки A, B и C , что для любой точки X длина хотя бы одного из отрезков XA, XB и XC иррациональна?
- [8] Существуют ли натуральные числа m и n , для которых верно равенство:
- $$(-2a^n b^n)^m + (3a^m b^m)^n = a^6 b^6$$
- [9] На плоскости даны две параболы: $y = x^2$ и $y = x^2 - 1$. Пусть U – множество всех точек плоскости, лежащих между параболой (включая точки на самих параболах). Существует ли отрезок длины более 2022, целиком содержащийся в U ?
- [10] В каждой клетке доски 8×8 написали по одному натуральному числу. Оказалось, что при любом разрезании доски на доминошки суммы чисел во всех доминошках будут разные. Может ли оказаться, что наибольшее записанное на доске число не больше 32?
- [11] Каждая грань куба заклеивается двумя равными прямоугольными треугольниками с общей гипотенузой, один из которых белый, другой – чёрный. Можно ли эти треугольники расположить так, чтобы при каждой вершине куба сумма белых углов была равна сумме чёрных углов?
- [12] Можно ли разбить какой-нибудь клетчатый квадрат на клетчатые квадратики так, чтобы не все квадратики были одинаковы, но квадратики каждого размера было одно и то же количество.
- [13] Натуральные числа от 1 до 2022 как-то разбили на пары, числа в каждой из пар сложили, а полученные 1011 сумм перемножили. Мог ли результат оказаться квадратом натурального числа?