Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида: для того, чтобы найти НОД двух чисел a и b, нужно выполнить последовательно несколько делений с остатком:

$$\begin{gathered} a = b\,q_1 + r_1 \\ b = r_1\,q_2 + r_2 \\ r_1 = r_2\,q_3 + r_3 \\ r_2 = r_3\,q_4 + r_4 \\ \dots \\ r_{n-2} = r_{n-1}\,q_n + r_n \\ r_{n-1} = r_n\,q_{n+1} \end{gathered}$$

$\boxed{1}$ Найдите НОД 1000002846 и 1423.

$\boxed{2}$ Найдите НОД 12345678987654321 и 12345654321.

$\boxed{3}$ Найдите НОД $\underbrace{33...3}_{n}, \underbrace{66...6}_{m}$.

$\boxed{4}$ Числа Фибоначчи определяются так: $F_1 = F_2 = 1$, $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$. Докажите, что $(F_{n+1}, F_n) = 1$.

$\boxed{5}$ Докажите, что $(n+3, 5n+14)$ взаимно просты при любом целом n.

$\boxed{6}$ Какие значения может принимать $(3n+2, 10n+23)$?

$\boxed{7}$ При каких натуральных n сократима дробь $\dfrac{21n+4}{14n+3}$?

$\boxed{8}$ При каких натуральных n сократима дробь $\dfrac{2n+13}{n+7}$?

$\boxed{9}$ При каких натуральных n сократима дробь $\dfrac{7n+8}{19n+17}$?

$\boxed{10}$ При каких натуральных n сократима дробь $\dfrac{n^2+2n+4}{n^2+n+3}$?

$\boxed{11}$ Докажите, что $(a^n - 1, a^m - 1) = a^{(n,m)} - 1$.

$\boxed{12}$ Пусть p — простое число. Сколько существует пар взаимнопростых натуральных чисел (m, n) таких, что $p = m + n$?

$\boxed{13}$ **Теорема о линейном представлении НОДа.** Покажите, что уравнение $ax+by = c$ имеет решения в целых тогда и только тогда, когда $c\,\vdots\,(a, b)$(уравнение решаем для x и y).