# Принцип Дирихле

*Принцип Дирихле* - Если кролики рассажены в клетки, причём число кроликов больше числа клеток, то хотя бы в одной из клеток находится более одного кролика.

$\boxed{1}$ В ковре размером $4 \times 4$ метра моль проела 15 дырок. Всегда ли можно вырезать коврик размером $1 \times 1$, не содержащий внутри дырок? (Дырки считаются точечными).

$\boxed{2}$ В клане "Гремлины"учатся 38 человек. Докажите, что среди них найдутся четверо, родившихся в один месяц.

$\boxed{3}$ Обязательно ли среди двадцати пяти монет достоинством 1, 2, 5 и 10 коинов найдётся семь монет одинакового достоинства?

$\boxed{4}$ Какое наибольшее число королей можно поставить на шахматной доске так, чтобы никакие два из них не били друг друга?

$\boxed{5}$ В клетках таблицы $3 \times 3$ расставлены числа –1, 0, 1. Докажите, что какие-то две из восьми сумм по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям будут равны.

$\boxed{6}$ Внутри правильного шестиугольника со стороной 1 расположено 7 точек. Докажите, что среди них найдутся две точки на расстоянии не больше 1.

$\boxed{7}$ В каждой вершине куба написано число 1 или число 0. На каждой грани куба написана сумма четырёх чисел, написанных в вершинах этой грани. Может ли оказаться, что все числа, написанные на гранях, различны?

$\boxed{8}$ На плоскости нарисовано 12 прямых, проходящих через точку O. Докажите, что можно выбрать две из них так, что угол между ними будет меньше 17 градусов.

$\boxed{9}$ В мешке 70 шаров, отличающихся только цветом: 20 красных, 20 синих, 20 жёлтых, остальные – чёрные и белые. Какое наименьшее число шаров надо вынуть из мешка, не видя их, чтобы среди них было не менее 10 шаров одного цвета?

$\boxed{10}$ В мешке лежат шарики двух разных цветов: черного и белого. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказались два шарика одного цвета?

$\boxed{11}$ 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.

$\boxed{12}$ В квадрат со стороной 1 метр бросили 51 точку. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть квадратом со стороной 20 см.

$\boxed{13}$ Дано 8 различных натуральных чисел, не больших 15. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть три одинаковых.

$\boxed{14}$ Даны $n$ точек. Некоторые из них соединены отрезками. Докажите, что найдутся две точки, из которых выходит поровну отрезков.

$\boxed{15}$ Докажите, что в любой компании найдутся два человека, имеющие одинаковое число друзей (из этой компании).

$\boxed{16}$ Докажите, что равносторонний треугольник нельзя покрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками.

$\boxed{17}$ Какое наибольшее число полей на доске $8 \times 8$ можно закрасить в чёрный цвет так, чтобы в каждом уголке из трёх полей было по крайней мере одно незакрашенное поле?

$\boxed{18}$ Докажите, что среди любых шести человек есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.

$\boxed{19}$ В дискуссии приняли участие 15 депутатов. Каждый из них в своем выступлении раскритиковал ровно $k$ из оставшихся 14 депутатов. При каком наименьшем $k$ можно утверждать, что найдутся два депутата, которые раскритиковали друг друга?