

## Рисование по точкам

- 1] Можно ли раскрасить в (а) 2 (b) 3 цвета все натуральные числа так, чтобы любые два числа  $a, b$ , такие что  $a = b + 1$  или  $a = 2b$ , были разноцветные.
- 2] Плоскость раскрашена в два цвета, причем каждый цвет использован.
- (а) Докажите, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми не больше 2023 нм.
  - (b) Докажите, что найдутся две точки одного цвета, расстояние между которыми равно 20232022 м.
  - (с) Докажите, что найдутся две точки разных цветов, расстояние между которыми равно 1 а.е.
- 3] Все целые числа на прямой раскрашены в 2 цвета. Докажите, что найдутся 3 одноцветных числа  $a, b, c$ , такие, что  $b = \frac{a + c}{2}$ .
- 4] На прямой проведено 100 отрезков разной длины. Их концами являются 200 попарно различных точек, каждую из них покрасили в синий цвет. Могут ли середины всех проведенных отрезков быть синими?
- 5] Можно ли раскрасить все натуральные числа, в три цвета (каждое число – в один цвет, все три цвета должны использоваться) так, чтобы цвет сумма любых двух чисел разного цвета отличалась от цвета каждого из слагаемых?
- 6] Можно ли раскрасить все натуральные числа, большие 1, в три цвета (каждое число – в один цвет, все три цвета должны использоваться) так, чтобы цвет произведения любых двух чисел разного цвета отличался от цвета каждого из сомножителей?
- 7] Бесконечная клетчатая доска раскрашена в три цвета (каждая клеточка — в один из цветов). Докажите, что найдутся четыре клеточки одного цвета, расположенные в вершинах прямоугольника со сторонами, параллельными стороне одной клеточки.