

Многочлены третьей и четвёртой степени

Для решения уравнений третьей степени вида $x^3 + px + q = 0$ есть формула Кардано:

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q^2}{4} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q^2}{4} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

- 1 Решите уравнение: $x^3 - 15x - 126 = 0$.
- 2 Решите уравнение: $x^3 - 6x^2 - 6x - 2 = 0$.
- 3 Решите уравнение: $x^3 - 6x - 4 = 0$.
- 4 Решите уравнение: $x^3 - 6x - 40 = 0$.
- 5 Решите уравнение: $x^3 - 6x^2 - 6x - 2 = 0$.

А для решения уравнений четвёртой степени вида $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ есть метод Феррари.

$$\begin{aligned} x^4 + (2\alpha - \beta^2)x^2 - 2\beta\gamma x + \alpha^2 - \gamma^2 &= 0 \\ (x^2 + \alpha)^2 - (\beta x + \gamma)^2 &= 0 \\ (x^2 + \alpha - \beta x - \gamma)(x^2 + \alpha + \beta x + \gamma) &= 0 \end{aligned}$$

Мы хотим найти α, β, γ такие, что

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta^2 = a, \\ -2\beta\gamma = b, \\ \alpha^2 - \gamma^2 = c. \end{cases}$$

Тогда корни исходного уравнения четвёртой степени будут корни двух получившихся квадратных трёхчленов.

- 1 Решите уравнение: $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$.
- 2 Решите уравнение: $x^4 - 9x^2 + 2x + 15 = 0$.
- 3 Решите уравнение: $x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 20x - 5 = 0$.

Для многочленов пятой степени и выше общей формулы нахождения решений не существует. Пример:

$$x^5 - 4x + 2 = 0$$