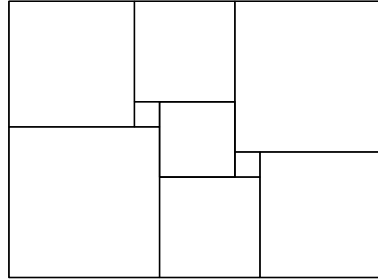


## Разнойбой

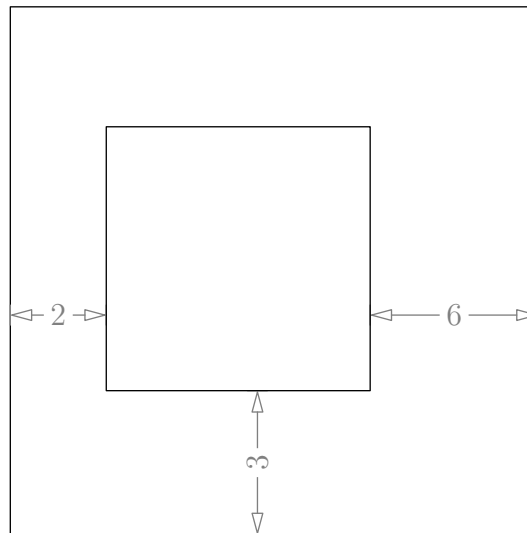
- 1 Три лягушки на болоте прыгнули по очереди. Каждая приземлялась точно в середину отрезка между двумя другими. Длина прыжка второй лягушки 60 см. Найдите длину прыжка третьей лягушки.
- 2 На прямой отмечены 5 точек  $P, Q, R, S, T$  именно в таком порядке. Известно, что сумма расстояний от  $P$  до остальных 4 точек равна 67, а сумма расстояний от  $Q$  до остальных 4 точек равна 34. Найдите длину отрезка  $PQ$ .
- 3 Полый кубик размером  $2 \times 2 \times 2$ , изготовленный из листового материала, весит 5 грамм. Сколько весит кубик размером  $6 \times 6 \times 6$ , изготовленный из того же листового материала?
- 4 Из десяти одинаковых прямоугольников с периметром 42 Коля взял пять и выложил их в ряд. Получился прямоугольник с периметром 106. Из оставшихся пяти прямоугольников Коля сложил ещё один прямоугольник. Чему может быть равен его периметр?
- 5 Разрежьте клетчатый квадрат  $6 \times 6$  на различные клетчатые фигурки, каждая из которых состоит не более чем из 5 клеток и не является прямоугольником (или квадратом).
- 6 Картонный квадрат  $10 \times 10$  расчерчен красным фломастером на клетки со стороной 1. В каждой его клетке зелёным фломастером провели обе диагонали, и разрезали большой квадрат по зелёным линиям. В результате картонный квадрат  $10 \times 10$  распался на части. Сколько частей получилось?
- 7 Можно ли какой-нибудь клетчатый квадрат разрезать на трёхклеточные уголки и вертикальные доминошки так, чтобы фигурок каждого вида было поровну?
- 8 Найдутся ли семь различных правильных несократимых дробей со знаменателями от 2 до 6 и с суммой 4?
- 9 На какую цифру заканчивается  $6^{2024} + 2023^{2024}$
- 10 В турнире участвовали десять шахматистов. Каждый сыграл с каждым два раза: один раз белыми и один раз чёрными, причём какую-то из этих партий он выиграл, а другую проиграл (ничьих не было). Могло ли оказаться так, что половину всех партий выиграли белые, а половину – чёрные?
- 11 Придумайте пять различных натуральных чисел, произведение которых равно 1000.
- 12 У числа  $100!$  вычеркнули все нули в конце. Четна или нечетна цифра в получившемся числе?

- 13] Числа  $p$  и  $p^p - p! + 1$  — простые. Найдите  $p$
- 14] Саша нарисовал квадрат  $8 \times 8$ . Его сестренка Настя поставила кляксы в 15 клеток этого квадрата. Докажите, что Саша может вырезать прямоугольник со сторонами 1 и 4, не содержащий ни одной кляксы.
- 15] На острове  $\frac{2}{3}$  всех мужчин женаты и  $\frac{3}{5}$  всех женщин замужем. Какая доля населения острова состоит в браке?
- 16] Известно, что  $20!$  равно одному из следующих чисел:  
2432902008176640000 или 2432902008146640000. Какому?
- 17] В клетках квадрата  $3 \times 3$  расставлены числа (не обязательно целые) так, что в любой строчке и в любом столбце сумма чисел равна 2, а в любом квадрате  $2 \times 2$  сумма чисел равна 3. Какие числа стоят в квадрате?
- 18] Тетрадка стоит 10 рублей. Восемь детей купили тетрадки, у каждого осталось разное количество рублей (не нулевое), но ни у кого не хватало на ещё одну тетрадку. Дети сложили оставшиеся рубли, и их хватило в точности ещё на несколько тетрадок. Сколько денег оставалось у каждого из детей до складывания?
- 19] Среди чисел от 1 до 56000 — каких чисел больше — тех, которые делятся на 7, но не делятся на 8 или тех, которые делятся на 8?
- 20] Из полного кувшина, вмещающего 300 грамм концентрированного сока, отлили третью часть и столько же долили воды. Затем из кувшина отлили четвертую часть разведенного сока и снова долили воды. После этого отлили еще третью часть, но водой не доливали. Сколько оказалось в кувшине сока и воды?
- 21] Варя и Артур сели рисовать котиков. Варя рисует котиков в 1,5 раза быстрее, но она торопится на олимпиаду, поэтому у неё в два раза меньше времени, чем у Артура. Всего они нарисовали 28 котиков. Определите, сколько всего котиков нарисовал Артур.
- 22] Работники должны были вскопать несколько одинаковых грядок. В первый день работники вскопали 10 грядок, причем каждый вскопал одинаковое количество (не обязательно целое число грядок). На следующий день некоторые работники заболели COVID-19 и на работу вышло только 7 человек. Пришедшие работали половину рабочего дня с такой же производительностью, как и в первый день, и доделали оставшуюся работу. Сколько всего грядок было на подсобном участке?
- 23] Доказать, что если  $a + \frac{1}{a}$  — целое, то и  $a^2 + \frac{1}{a^2}$  — тоже целое
- 24] Даны различные числа  $x$  и  $y$  такие, что  $\frac{x}{y} + x = \frac{y}{x} + y$ . Найдите  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ .

- 25] Какое число больше  $\frac{2020202024}{2020202030}$  или  $\frac{2121212125}{2121212131}$ . В решении этой задачи запрещается делить столбиком или на калькуляторе. Нужно обойтись вообще без деления.
- 26] Прямоугольник разрезали на девять квадратов, как показано на рисунке. Длины сторон прямоугольника и всех квадратов — целые числа. Какое наименьшее значение может принимать периметр прямоугольника?



- 27] Внутри большого квадрата находится маленький квадрат, соответственные стороны этих квадратов параллельны. Расстояния между некоторыми сторонами квадратов отмечены на рисунке. На сколько периметр большого квадрата больше, чем периметр маленького?



- 28] Прямоугольник разделён на 9 прямоугольных частей, площади некоторых частей указаны. Найдите площадь всего прямоугольника.

6	14	
	35	20
9		

- 29] На рисунке 9 прямоугольников, сумма их площадей равна 740. Найдите площадь самого большого прямоугольника.
