

Уравнения в целых числах

Методы решения:

- Разложить на *множители*;
- Посмотреть *остатки по модулю* (проверить *делимость*);
- Посмотреть на *степени вхождения простых* чисел;
- **Неравенства:**
 - Неравенство о *средних*,
 - **Зажать** между двумя квадратами (кубами),
 - **Здравый смысл**;

* Линейное Диофантово уравнение;

** Уравнение Пелля.

- 1 Решите уравнение $3x^2 + 2 = y^2$ в целых числах.
- 2 Найдите все натуральные n, k , для которых $n^3 + 13 = 2^k$.
- 3 Решите уравнение $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = 3$ в натуральных числах.
- 4 Найти все целые решения уравнения $y^k = x^2 + x$ ($k > 1, k \in \mathbb{N}$).
- 5 Найдите все целые решения уравнения $3x - 12y = 7$.
- 6 Найдите все простые числа p и q , для которых выполняется равенство $p^2 - 2q^2 = 1$.
- 7 Решить в простых числах уравнение $pqr = 7(p + q + r)$.
- 8 Решить в целых числах уравнение $xy = x + y$.
- 9 Решите уравнение в целых числах $x(x + 1)(x + 7)(x + 8) = y^2$.
- 10 Решите уравнение в целых числах $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$.
- 11 Решите в натуральных числах уравнение $1! + 2! + \dots + n! = m^2$.
- 12 Найдите все целые решения уравнения $3x + 11y = 7$.
- 13 Найдите все натуральные m и n , для которых $m! + 12 = n^2$.
- 14 Существует ли решение уравнения в натуральных числах $28x + 30y + 31z = 365$?
- 15 Найдите все простые p, q, r , для которых $p^q + q^p = r$.

16 Найдите все натуральные a, b, c, d , для которых $a! + b! + c! = d!$.

17 Найдите все целые m, n, k , для которых $3^m + 4^n = 5^k$.

18 Решите в натуральных числах уравнение: $x^3 + y^3 + 1 = 3xy$.

19 Найдите все целые a, b, c, d , для которых $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2abcd$.

20 Найдите все простые p и натуральные n , удовлетворяющие равенству

$$p^2 + n^2 = 3pn + 1.$$

21 Найдите все натуральные x, y и простые p такие что:

$$x^5 + y^4 = pxy.$$