

Теорема Хелли

- [1] На плоскости дано произвольное множество точек. Любые три из них можно накрыть кругом радиуса 1. Тогда 1 и все множество можно накрыть кругом радиуса 1.
- [2] Для произвольного выпуклого семиугольника все выпуклые пятиугольники с вершинами в вершинах семиугольника имеют общую точку.
- [3] Дана система из 100 линейных неравенств. Если любые три из них имеют общее решение, то и вся система имеет решение.
- [4] В выпуклом многоугольнике M для любых трёх сторон существует точка X внутри M такая, что основания высот из X на выбранные три стороны лежат на этих сторонах. Докажите, что внутри M существует точка Y , что из неё все перпендикуляры падают на стороны M .
- [5] Докажите, что внутри любого выпуклого семиугольника есть точка, не принадлежащая ни одному из четырехугольников, образованных четверками его соседних вершин.
- [6] На плоскости даны несколько параллельных отрезков. Известно, что для любых трех отрезков найдется прямая, их пересекающая. Тогда существует прямая, пересекающая все эти отрезки.
- [7] На координатной плоскости дано несколько вертикальных отрезков. Если для любых трех отрезков существует парабола $y = x^2 + px + q$, которая их пересекает, то найдется такая парабола, пересекающая сразу все отрезки.
- [8] На плоскости дано конечное семейство прямых. Известно, что любые три прямые можно пересечь кругом радиуса r . Тогда все прямые семейства можно пересечь кругом радиуса r .
- [9] На плоскости лежат несколько прямоугольников со сторонами, параллельными осям координат (не обязательно одинаковых), каждые два из которых пересекаются. Тогда все прямоугольники имеют общую точку.
- [10] Внутри ограниченной выпуклой фигуры всегда найдется точка, обладающая следующим свойством: любая прямая, проходящая через эту точку, делит площадь фигуры на части, отношение которых не превосходит 2.