

## Теорема Виета

**Теорема Виета.** Если числа  $x_1$  и  $x_2$  — корни квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , то

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 x_2 = q.$$

- 1 Пусть  $x_1, x_2$  — корни уравнения  $2x^2 - 9x + 1 = 0$ . Найдите значение выражения  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .
- 2 Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — корни квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$ . Выразите через  $p$  и  $q$  величины:
  - (a)  $x_1^2 + x_2^2$ ;
  - (b)  $x_1^3 + x_2^3$ .
- 3 Уравнение  $x^2 + 8x - 3 = 0$  имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ . Составьте уравнение, корнями которого являются числа  $2x_1 + 3$  и  $2x_2 + 3$ .
- 4 Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — корни квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$ . Напишите уравнения, корнями которых являются следующие пары чисел:
  - (a)  $x_1^2, x_2^2$ ;
  - (b)  $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$ ;
  - (c)  $\frac{x_2}{x_1}, \frac{x_1}{x_2}$ .
- 5 Докажите, что если для коэффициентов уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  выполняется равенство  $a + b + c = 0$ , то  $x_1 = 1$ , а  $x_2 = \frac{c}{a}$ .
- 6 При каких  $p, q$  уравнению  $x^2 + px + q = 0$  удовлетворяют два различных числа  $2p$  и  $p + q$ ?
- 7 Решить систему уравнений  $a^2 + b^2 = 5, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$ .
- 8 Известно, что корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$  — целые числа, а  $p$  и  $q$  — простые числа. Найдите  $p$  и  $q$ .
- 9 Корни уравнения  $x^2 + ax + 1 = b$  — целые, отличные от нуля, числа. Докажите, что число  $a^2 + b^2$  является составным.
- 10 Про различные числа  $x, y, z$  известно, что выполняются равенства  $x^3 - 3x = y^3 - 3y = z^3 - 3z$ . Чему может равняться значение выражения  $xy + yz + zx$ ?