

Движения

- [1] Существует ли а) ограниченная, б) неограниченная фигура на плоскости, имеющая среди своих осей симметрии две параллельные не совпадающие прямые?
- [2] Верно ли следующее утверждение: "Если четырёхугольник имеет ось симметрии, то это либо равнобедренная трапеция, либо прямоугольник, либо ромб"?
- [3] Города A и B находятся по одну сторону от реки l (будем считать реку прямой). Вася хочет выйти из города A , набрать воды в реке l и вернуться в город B . Покажите как нужно идти Васе, чтобы пройти наименьшее расстояние и достичь своей цели.
- [4] Два равносторонних треугольника ABC и CDE имеют общую вершину. Найдите угол между прямыми AD и BE .
- [5] Два квадрата $ABCD$ и $DEFG$ имеют общую вершину. Докажите, что $AE \perp GC$.
- [6] На сторонах треугольника ABC внешним образом построены правильные треугольники A_1BC , AB_1C и ABC_1 . Докажите, что $AA_1 = BB_1 = CC_1$.
- [7] Рассмотрим всевозможные равносторонние треугольники PKM , вершина P которых фиксирована, а вершина K лежит в данном квадрате. Найдите геометрическое место вершин M .
- [8] В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C отмечена точка N на стороне BC так, что $\angle ANC = \angle BNM$, где M — середина стороны AB . Докажите, что точка N делит отрезок BC в отношении $2 : 1$.
- [9] Есть четырёхугольник $ABCD$, симметричный относительно своей диагонали AC . На его стороне AB построили равносторонний треугольник AEB во внешнюю сторону, а на стороне BC — равносторонний треугольник BCF во внутреннюю сторону. Докажите, что точки E, F и D лежат на одной прямой.
- [10] Докажите, что прямые, проведенные через середины сторон вписанного четырехугольника перпендикулярно противоположным сторонам, пересекаются в одной точке.
- [11] Точки K и L — середины сторон AB и BC правильного шестиугольника $ABCDEF$. Отрезки KD и LE пересекаются в точке M . Площадь треугольника DEM равна 12. Найдите площадь четырёхугольника $KBLM$.
- [12] В квадрате $ABCD$ отмечена точка P на стороне BC и точка Q на стороне CD . Докажите, что равенство $PQ = BP + DQ$ выполнено тогда и только тогда, когда $\angle PAQ = 45^\circ$.
- [13] На сторонах AB, BC, CD, AD квадрата $ABCD$ отметили такие точки K, L, M, N соответственно, что $AK = AN = BL = CM$. Докажите, что $\angle LMC = \angle MKN$.

- [14] На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ выбраны точки P и Q соответственно таким образом, что $\angle PAQ = \angle QAD$. Докажите, что $AP = DQ + BP$.
- [15] Точка E расположена на диаметре AB окружности радиуса R . Точки C и D лежат на окружности в одной полуплоскости относительно AB так, что $\angle DEA = \angle CEB = 60^\circ$. Найдите длину отрезка CD .
- [16] Внутри равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отмечена точка D такая, что $\angle ADC = 2\angle ABC$. Через точку D проведена прямая — внешняя биссектриса треугольника ADC . Докажите, что расстояние от точки B до этой прямой ровно в два раза меньше, чем $AD + BC$.