

## Информация и веса

**Загадка:** Я загадал целое число от 1 до 3. На один вопрос я могу ответить «Да», «Нет» и «Не знаю». За один вопрос угадайте, какое число я загадал.

- [1] Есть (а) 3; (б) 9 монет, из которых ровно одна более лёгкая фальшивка. За наименьшее число взвешиваний на чашечных весах найдите её.
- [2] Есть 4 гири разных масс, за наименьшее число взвешиваний на чашечных весах упорядочите их по массе.
- [3] Есть 5 гирь разных масс, за наименьшее число взвешиваний на чашечных весах упорядочите их по массе.
- [4] Имеется (а) 5; (б) 6 с виду одинаковых шаров, из которых два радиоактивные. Дозиметром можно проверить на радиоактивность любую группу шаров. За какое наименьшее число проверок можно выявить оба радиоактивных шара?
- [5] Среди 81 монеты есть только золотые и серебряные. Одна из этих монет фальшивая. Все настоящие монеты весят одинаково, а фальшивая монета тяжелее настоящей, если она золотая, и легче, если она серебряная. Какое наименьшее количество взвешиваний на двухчашечных весах без гирь необходимо, чтобы однозначно определить фальшивую монету.
- [6] Есть 10 мешков монет (в любом либо настоящие, весят по 10 г; либо фальшивые, по 11 г). Как за наименьшее число взвешиваний на весах со стрелкой узнать, в каких из них фальшивые монеты, если:
  - а) мешок с фальшивками ровно один;
  - б) неизвестно число мешков с фальшивками.
- [7] Даны  $n > 1$  чашечных весов без гирь, из которых ровно одни сломаны: их показания произвольны. К сожалению, не известно, какие именно весы неисправны.
  - (а) Докажите, что из  $3^k$  монет нельзя гарантированно определить фальшивую монету за  $k$  взвешиваний.
  - (б) Докажите, что из  $3^k$  монет нельзя гарантированно определить фальшивую монету за  $k + 1$  взвешиваний.
- [8] При каком наименьшем  $n$  среди  $n$  весов, из которых ровно  $k$  сломанных, можно из 10 монет определить одну фальшивую (количество взвешиваний не ограничено)?
- [9] Даны трое чашечных весов без гирь, из которых ровно одни сломаны: их показания произвольны, и мы не знаем, какие весы неисправны. Докажите, что из  $3k$  монет можно определить одну фальшивую (легче настоящих) не более, чем за  $2k + 1$  взвешивание.

- 10 У Васи есть два запасных телефона Nokia 3310, которые ему не жалко. В вашином городе есть 101-этажный небоскреб, с которого Вася может скидывать свои телефоны. Какое наименьшее количество скидываний потребуется Васе, чтобы узнать, упав с какого этажа Nokia 3310 перестает работать навсегда, или убедиться в исключительной прочности телефона?