

8 класс

II тур

1. На основании AD трапеции $ABCD$ нашлась такая точка E , что $AE = EC$ и $BE = ED$. Докажите, что точка пересечения диагоналей трапеции лежит на биссектрисе угла BEC .
2. Найдите все такие натуральные n , что десятичная запись числа n^2 начинается с числа n .
3. По кругу стоят 300 стаканов, некоторые из них — с водой, а остальные с березовым соком, причём нет трех стаканов подряд с одинаковой жидкостью. За ход можно отпить из одного стакана. Можно ли за 200 проб гарантированно определить содержимое всех стаканов?
4. Можно ли так расположить на плоскости четыре квадрата попарно разных размеров, чтобы любые два квадрата имели общую вершину, а никакие три общих вершин не имели?
5. У Саши есть 80 кусков пластилина. За один ход он может склеить три любых куска в один, после чего разделить этот кусок на три одинаковых по весу куска. Докажите, что Саша может добиться того, чтобы через несколько ходов среди имеющихся у него кусков пластилина не нашлось бы трех кусков попарно разного веса.
6. Дано натуральное число m . Сумма нескольких натуральных чисел равна m^2 . Докажите, что количество чисел, которые являются делителем хотя бы одного из них, меньше чем $2m$.
7. Существует ли выпуклый многоугольник, который можно разрезать непересекающимися (во внутренних точках) диагоналями на треугольники равной площади хотя бы тремя разными способами?