

Принцип Дирихле

Принцип Дирихле - Если кролики рассажены в клетки, причём число кроликов больше числа клеток, то хотя бы в одной из клеток находится более одного кролика.

- [1] В ковре размером 4×4 метра моль проела 15 дырок. Всегда ли можно вырезать коврик размером 1×1 , не содержащий внутри дырок? (Дырки считаются точечными).
- [2] В клане «Гремнины» учатся 38 человек. Докажите, что среди них найдутся четверо, родившихся в один месяц.
- [3] Обязательно ли среди двадцати пяти монет достоинством 1, 2, 5 и 10 коинов найдётся семь монет одинакового достоинства?
- [4] Какое наибольшее число королей можно поставить на шахматной доске так, чтобы никакие два из них не били друг друга?
- [5] В клетках таблицы 3×3 расставлены числа -1 , 0 , 1 . Докажите, что какие-то две из восьми сумм по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям будут равны.
- [6] Внутри правильного шестиугольника со стороной 1 расположено 7 точек. Докажите, что среди них найдутся две точки на расстоянии не больше 1.
- [7] В каждой вершине куба написано число 1 или число 0. На каждой грани куба написана сумма четырёх чисел, написанных в вершинах этой грани. Может ли оказаться, что все числа, написанные на гранях, различны?
- [8] На плоскости нарисовано 12 прямых, проходящих через точку O . Докажите, что можно выбрать две из них так, что угол между ними будет меньше 17° .
- [9] В мешке 70 шаров, отличающихся только цветом: 20 красных, 20 синих, 20 жёлтых, остальные – чёрные и белые. Какое наименьшее число шаров надо вынуть из мешка, не видя их, чтобы среди них было не менее 10 шаров одного цвета?
- [10] В мешке лежат шарики двух разных цветов: черного и белого. Какое наименьшее число шариков нужно вынуть из мешка вслепую так, чтобы среди них заведомо оказались два шарика одного цвета?
- [11] 10 школьников на олимпиаде решили 35 задач, причем известно, что среди них есть школьники, решившие ровно одну задачу, школьники, решившие ровно две задачи и школьники, решившие ровно три задачи. Докажите, что есть школьник, решивший не менее пяти задач.
- [12] В квадрат со стороной 1 метр бросили 51 точку. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть квадратом со стороной 20 см.

- [13] Дано 8 различных натуральных чисел, не больших 15. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть три одинаковых.
- [14] Даны n точек. Некоторые из них соединены отрезками. Докажите, что найдутся две точки, из которых выходит поровну отрезков.
- [15] Докажите, что в любой компании найдутся два человека, имеющие одинаковое число друзей (из этой компании).
- [16] Докажите, что равносторонний треугольник нельзя покрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками.
- [17] Какое наибольшее число полей на доске 8×8 можно закрасить в чёрный цвет так, чтобы в каждом уголке из трёх полей было по крайней мере одно незакрашенное поле?
- [18] Докажите, что среди любых шести человек есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.
- [19] В дискуссии приняли участие 15 депутатов. Каждый из них в своем выступлении раскритиковал ровно k из оставшихся 14 депутатов. При каком наименьшем k можно утверждать, что найдутся два депутата, которые раскритиковали друг друга?