# 8 класс

## Первый день

8.1 Натуральное число, большее 1000000, даёт одинаковые остатки при делении на 40 и на 125. Какая цифра может стоять у этого числа в разряде сотен?

8.2 Числа $x$ и $y$, не равные 0, удовлетворяют неравенствам $x^2 - x > y^2$ и $y^2 - y > x^2$. Какой знак может иметь произведение $xy$ (укажите все возможности)?

8.3 В группе из 79 школьников у каждого не более 39 знакомых, причем у любого мальчика есть знакомая девочка, а у любой девочки — знакомый мальчик. Может ли оказаться, что все девочки из этой группы имеют в ней поровну знакомых мальчиков, а все мальчики — поровну знакомых девочек? Все знакомства — взаимные.

8.4 Петя и Вася играют в игру. Вася кладёт в ряд 150 монет: некоторые «орлом» вверх, некоторые — «решкой». Петя своим ходом может показать на любые три лежащие подряд монеты, после чего Вася обязан перевернуть какие-то две монеты из этих трёх по своему выбору. Петя хочет, чтобы как можно больше монет лежали «решкой» вверх, а Вася хочет ему помешать. При каком наибольшем $k$ Петя сможет независимо от действий Васи добиться того, чтобы хотя бы $k$ монет лежали «решкой» вверх?

8.5 $CL$ — биссектриса треугольника $ABC$. $CLBK$ — параллелограмм. Прямая $AK$ пересекает отрезок $CL$ в точке $P$. Оказалось, что точка $P$ равноудалена от диагоналей параллелограмма $CLBK$ Докажите, что $AK \geqslant CL$.

# 8 класс

## Второй день

8.6 У уголка из трёх клеток центральной назовём клетку, соседнюю по стороне с двумя другими. Существует ли клетчатая фигура, которую можно разбить на уголки из трех клеток тремя способами так, чтобы каждая ее клетка в одном из разбиений была центральной в своем уголке?

8.7 Точка $M$ — середина стороны $AC$ равностороннего треугольника $ABC$. Точки $P$ и $R$ на отрезках $AM$ и $BC$ соответственно выбраны так, что $AP = BR$. Найдите сумму углов $ARM$, $PBM$ и $BMR$.

8.8 Сначала Саша прямолинейными разрезами, каждый из которых соединяет две точки на сторонах квадрата, делит квадрат со стороной 2 на 2020 частей. Затем Дима вырезает из каждой части по кругу. Докажите, что Дима всегда может добиться того, чтобы сумма радиусов этих кругов была не меньше 1.

8.9 Дано натуральное число $n$, большее 2. Докажите, что если число $n!+n^3+1$ — простое, то число $n^2+2$ представляется в виде суммы двух простых чисел.

8.10 В квадратной таблице $2021 \times 2021$ стоят натуральные числа. Можно выбрать любой столбец или любую строку в таблице и выполнить одно из следующих действий:

1) Прибавить к каждому выбранному числу 1.

2) Разделить каждое из выбранных чисел на какое-нибудь натуральное число.

Можно ли за несколько таких действий добиться того, чтобы каждое число в таблице было равно 1?