

## Разнобой

- 1 Серия для шестиклассников, выданная на первом занятии январской математической смены, состоит из 7 задач. Из 16 ребят каждый сдал больше половины серии. Докажите, что какую-то задачу решило не менее 10 человек.
- 2 Найдите последнюю цифру числа  $7^{49}$ .
- 3 Одним взмахом меча Богатырь И. Муромец может отсечь З. Горынычу одну голову или сразу 10 голов (конечно, если их было не меньше 10). Однако, если после отсечения осталось чётное число голов, то число голов сразу же удваивается. Изначально, у З. Горыныча 444 головы. Может ли Богатырь отрубить З. Горынычу все его головы?
- 4 Вова забыл номер телефона (8 931 \* \* \* \* \*) своей девушки Маши, но помнит, что дальше в нем были только девятки и двойки, причем двоек было больше, чем девяток. Также он вспомнил, что номер (как 11-значное число) делился на три и на четыре. Помогите Вове вспомнить номер Маши.
- 5 Ы и Ъ — только такие две буквы есть в алфавите некоторого племени. Каждая конечная последовательность из этих букв является словом и что-то да значит. От замен следующих буквосочетаний в словах смысл слова не меняется: ЫЫЬ  $\Leftrightarrow$  ЪЬ, ЪЫЫ  $\Leftrightarrow$  ЪЫЫ, ЪЫЬ  $\Leftrightarrow$  ЪЬ, ЪЬЬ  $\Leftrightarrow$  ЪЫ (замену можно делать в любом месте слова). Обязательно ли смысл у слов ЪЫЫ и ЪЫЬ одинаков?
- 6 Могут ли все три числа  $a, b, c$  быть меньше  $-1$ , если известно, что
- $$ab + a + b = c?$$
- 7 Гриша вычислил сумму первых 2024 чисел из ряда  $9, 99, 999, \dots$ . Сколько различных цифр содержит результат?
- 8 Олег лёг спать в 10 вечера и завел будильник (со стрелками и циферблатом на 12 делений) на 7 утра. Ночью в некоторый момент будильник, до этого работавший исправно, сломался, и его стрелки пошли в обратную сторону (с прежней скоростью). Тем не менее, утром будильник прозвенел точно в положенное время. Во сколько сломался будильник?
- 9 Докажите, что из чисел  $x + y - 2z$ ,  $x + z - 2y$ ,  $y + z - 2x$  хотя бы одно неотрицательно.
- 10 Одно утверждение среди следующих неверно. Найдите его:
- если точный квадрат делится на 6, то он делится на 36;
  - если точный квадрат делится на 7, то он делится на 49;
  - если точный квадрат делится на 8, то он делится на 64.

- 11 Максим отметил несколько клеток в квадрате  $12 \times 12$  так, что в любом а) прямоугольнике  $1 \times 3$ ; б)  $L$ -тетрамино есть отмеченная клетка. Какое наименьшее число клеток мог отметить Максим?
- 12 Проверь свою наблюдательность. В условиях задач скрыто некоторое *послание*. Какое?