

## 9-3

## Второй день

9.5 Класс из 32 учеников на зимние каникулы поехал в лагерь в Комарово, где было 5 комнат. После смены выяснилось, что любые 2 ребёнка, жившие в одной комнате, стали ненавидеть друг друга. На весенние каникулы класс поехал в лагерь в Рощино, где было 6 комнат. Докажите, что ребят не удастся расселить так, чтобы дети, живущие в одной комнате пока что не испытывали ненависть друг к другу.

9.6 Докажите неравенство:

$$[x] \cdot \{x\} \leq \frac{x^2}{4}$$

9.7 Дан приведённый квадратный трёхчлен  $f(x)$ . Оказалось, что трёхчлены  $f(x) + 2022x - 2023$  и  $f(x) - 2023x + 2022$  не имеют корней. Докажите, что  $2023 \cdot f(x) - 2022$  тоже не имеет корней.

9.8 Дан выпуклый четырёхугольник  $ABCD$  такой, что его противоположные стороны равны. На стороне  $BC$  выбраны точки  $E$  и  $F$  так, что  $E$  лежит между  $B$  и  $F$ . Диагонали четырёхугольника пересекаются в точке  $O$ . Прямые  $AE$  и  $DF$  касаются окружности, описанной около треугольника  $AOD$ . Докажите, что они касаются и окружности, описанной около треугольника  $EOF$ .