

## Равносоставленные многоугольники

**Определение 1** Две фигуры **равновелики**, если у них одинаковые площади.

**Определение 2** Два многоугольника **равносоставлены**, если один из них можно разрезать на части, из которых можно сложить другой (без наложений, используя все части).

**Теорема 1 (Бойяи–Гервина)** Любые два равновеликих многоугольника равносоставлены.

- [1] Докажите что произвольный треугольник равносоставлен какому-то прямоугольнику
- [2] Докажите *транзитивность* равносоставленности (если фигуры  $A$  и  $B$  равносоставлены, и фигуры  $B$  и  $C$  равносоставлены, то фигуры  $A$  и  $C$  равносоставлены).
- [3] Докажите, что два равновеликих параллелограмма с общим основанием равносоставлены.
- [4] Докажите, что любые два равновеликих прямоугольника равносоставлены.
- [5] Докажите, что любой треугольник равносоставлен некоторому прямоугольнику со стороной 1.
- [6] Докажите **теорему Бойяи–Гервина**.

**Определение 3** Фигуры называются **равнодополняемыми**, если их можно получить, отрезая от равных фигур одну или несколько равных частей.

- [7] Докажите, что равнодополняемые фигуры равновелики.
- [8] Докажите, что параллелограмм равнодополняем некоторому прямоугольнику.
- [9] Докажите, что равновеликие многоугольники равнодополняемы.
- [10] Перекроите прямоугольник  $1 \times 3$  в квадрат.
- [11] Перекроите квадрат в правильный треугольник, разрезав его не более, чем на 10 частей.
- [12] Перекроите прямоугольник  $3 \times 4$  в квадрат, разрезав его всего на 3 части.
- [13] Перекроите прямоугольник  $1 \times 3$  в квадрат, разрезав его не более чем на 6 частей.
- [14] Перекроите квадрат в 3 равных квадрата, разрезав его не более чем на а) 10 частей; б) 7 частей.
- [15] Докажите, что правильный пятиугольник можно разрезать на 4 части, из которых без просветов и наложений можно сложить прямоугольник.