Теорема Виета

Теорема Виета. Если числа x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $x^2+px+q=0$, то

$$\boxed{x_1+x_2=-p, \quad x_1x_2=q.}$$

$\boxed{1}$ Пусть x_1, x_2 — корни уравнения $2x^2-9x+1=0$. Найдите значение выражения $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$.

$\boxed{2}$ Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $x^2+px+q=0$. Выразите через p и q величины:

а) $x_1^2+x_2^2$;

б) $x_1^3+x_2^3$.

$\boxed{3}$ Уравнение $x^2+8x-3=0$ имеет корни x_1 и x_2. Составьте уравнение, корнями которого являются числа $2x_1+3$ и $2x_2+3$.

$\boxed{4}$ Пусть x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $x^2+px+q=0$. Напишите уравнения, корнями которых являются следующие пары чисел:

а) x_1^2, x_2^2; б) $\dfrac{1}{x_1}$, $\dfrac{1}{x_2}$; в) $\dfrac{x_2}{x_1}$, $\dfrac{x_1}{x_2}$.

$\boxed{5}$ Докажите, что если для коэффициентов уравнения $ax^2+bx+c=0$ выполняется равенство $a+b+c=0$, то $x_1=1$, а $x_2=\dfrac{c}{a}$.

$\boxed{6}$ При каких p, q уравнению $x^2+px+q=0$ удовлетворяют два различных числа $2p$ и $p+q$?

$\boxed{7}$ Решить систему уравнений $a^2+b^2=5$, $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{2}$.

$\boxed{8}$ Известно, что корни уравнения $x^2+px+q=0$ — целые числа, а p и q — простые числа. Найдите p и q.

$\boxed{9}$ Корни уравнения $x^2+ax+1=b$ — целые, отличные от нуля, числа. Докажите, что число a^2+b^2 является составным.

$\boxed{10}$ Про различные числа x, y, z известно, что выполняются равенства $x^3-3x=y^3-3y=z^3-3z$. Чему может равняться значение выражения $xy+yz+zx$?