Probabilitas(Peluang), Peluang Bersyarat, Peluang Bayes

Kelompok 3
4F - Informatika

INSPIRED BY mathspace

Anggota Kelompok

DINI
(2310631170012)

TEGUH MUHAMMAD N
(2310631170

DEVI RAHMAWATI A
(2310631170072)

DAVID NICOLAS N
(2310631170132)

RIZKINA FATIKHATUS S
(231063117

Topik Pembahasan

- Probabilitas, Percobaan, Ruang Sampel, dan Kejadian
- Peluang Satu Kejadian
- Peluang Dua Kejadian
- Peluang Bersyarat
- Dalil Peluang Total
- Peluang Bayes

Probabilitas, Percobaan, Ruang Sampel, dan Kejadian

PROBABILITAS (PELUANG)

Probabilitas adalah kemungkinan atau peluang terjadinya suatu peristiwa atau kejadian. Probabilitas dapat diukur dengan menggunakan angka (antara 0 sampai 1) atau persentase untuk menggambarkan seberapa besar kemungkinan terjadinya suatu peristiwa atau kejadian

PROBABILITAS (PELUANG)

Rumus Probabilitas :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Rumus Menentukan Banyaknya anggota Ruang Sampel :

$$\boxed{n(S) = A^n}$$

Keterangan :

P(A) : Peluang suatu Kejadian A
n(A) : Banyak kejadian yang diinginkan
n(S) : jJumlah Semua Kejadian Sampel

Contoh

Ketika kita melempar dadu biasa yang memiliki enam sisi, Setiap sisi memiliki probabilitas yang sama untuk muncul yaitu : 1/6. jadi ketika melempar dadu, kemungkinan mendapatkan angka tertentu misalkan 4 adalah 1/6.

PERCOBAAN

Percobaan adalah (experiment) atau Kegiatan suatu proses atau kegiatan yang memberikan beberapa suatu kejadian atau menghasilkan sebuah data

Contoh

PERCOBAAN	**HASIL**
Kegiatan melempar uang	1. Muncul Gambar 2. Muncul Angka
Pertandingan Sepak Bola	1. Menang 2. Kaalh
Mahasiswa/i	1. Lulus Terpuji 2. Lulus Sangat Memuaskan 3. Lulus Memuaskan

RUANG SAMPEL

Ruang sempel adalah himpunan dari titik sampel. Ruang sampel juga biasa disebut dengan semesta dan disimbolkan dengan huruf **S**.

Pada Ruang Sampel memuat atau memiliki Titik sampel suatu kejadian, Banyaknya element dalam ruang sampel disimbolkan dengan **n(S).**

Contoh

Ketika melemparkan 2 buah koin yang kemungkinan titik sampel muncul adalah ?

Penyelesaian :

munculnya **(AA), (AG), (GA), serta (GG)**. maka **Ruang sampel adalah S={(AA),(AG),(GA) dan (GG)} dan titik Sampelnya = n(S) = 4**

Ketika melempar 1 buah dadu, kemungkinan titik sampel yang muncul adalah ?

Penyelesaian :

munculnya **1,2,3,4,5,6** dengan demikian **ruang sampelnya adalah : {1,2,3,4,5,6}** dengan **banyaknya elemenn titik sampel (n(S)) = 6**

BAGAIMANA MENCARI RUANG SAMPEL ?

- Cara Tabel
- Cara Diagram Pohon
- Cara Pasangan Berurutan / Mendaftar

CARA MENDAFTAR

Pada pelemparan tiga uang koin sekaligus, misalkan muncul sisi angka (A) pada mata uang pertama, muncul sisi gambar (G) pada mata uang kedua, dan muncul sisi angka (A) pada mata uang ketiga. Kejadian ini dapat ditulis AGA.

Kejadian lain yang mungkin dari pelemparan tiga uang koin sekaligus adalah

AAA

AAG

GAA

AGG

GAG

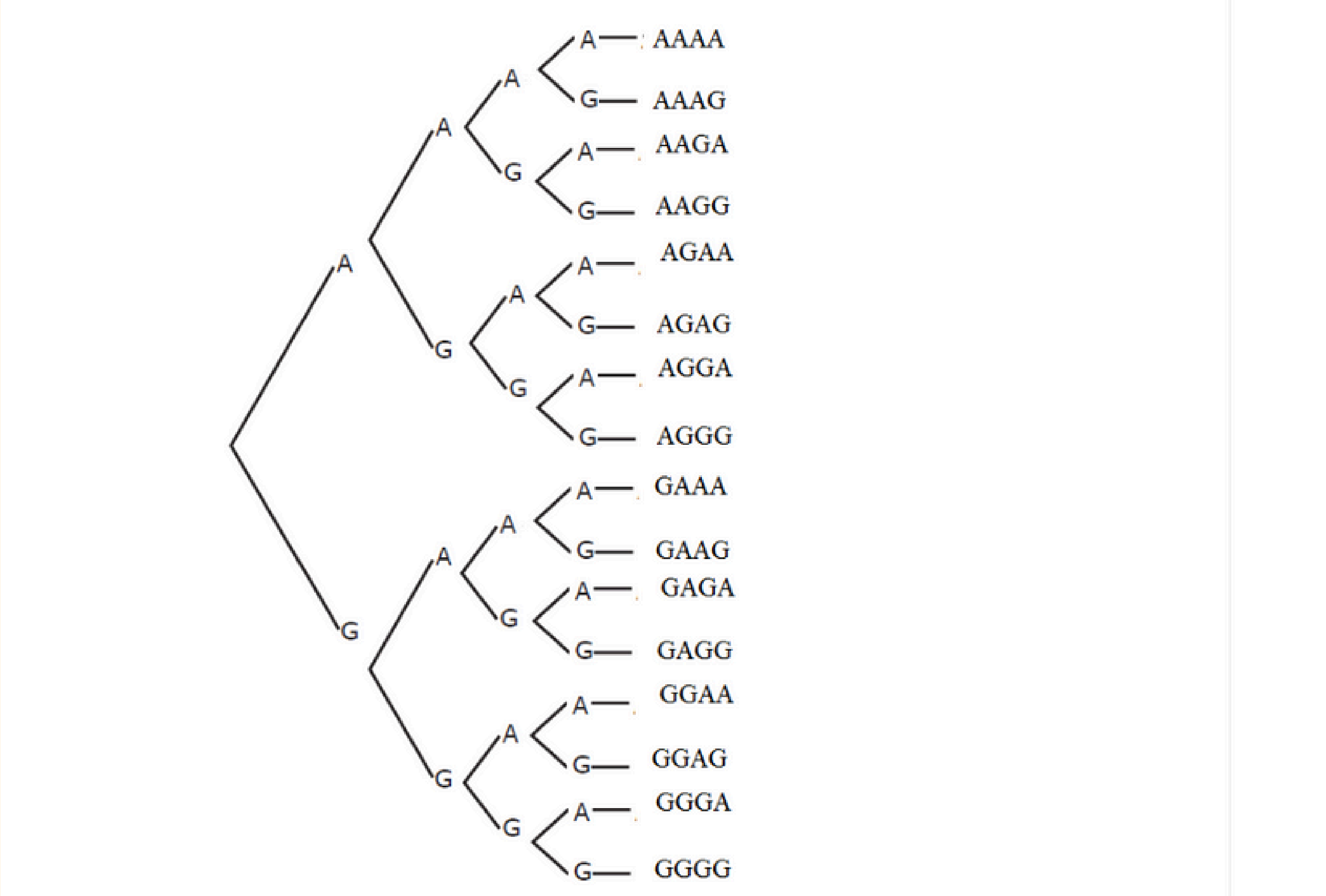
GGA

GGG

Jika ruang sampelnya ditulis dengan cara mendaftar, maka diperoleh S = {AAA, AAG, AGA, GAA, AGG, GAG, GGA, GGG} sehingga diperoleh banyaknya titik sampel adalah n(S) = 8

CARA DIAGRAM POHON / AKAR POHON

penentuan ruang sampel pelemparan empat keping uang koin sekaligus, gunakan penyelesaian dengan diagram pohon?



S = {AAAA, AAAG, AAGA, AAGG, AGAA, AGAG, AGGA, AGGG, GAAA, GAAG, GAGA, GAGG, GGAA, GGAG, GGGA, GGGG}

n(S) = 16.

CARA TABEL

percobaan melempar dua dadu sekaligus

S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

n(S) = 36

Dadu 1	Dadu 2					
	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

KEJADIAN

kejadian adalah suatu himpunan bagian dari ruang sampel, dimana Kejadian dinotasikan dengan **1 huruf Kapital seperti : A, B, C,......,Z.** Banyaknya Anggota Kejadian A dapat dinotasikan seperti **n(A),** ataupun banyak anggota kejadian B dinotasikan **n(B)** **d**an selanjutnya sama mengikuti elemnt Huruf Kapital

KEJADIAN

Kejadian Terbagai Menjadi 2 macam yaitu :

Kejadian Sederhana

Dapat dikatakan Bila suatu kejadian dapat dinyatakan sebagai sebuah himpunan yang hanya terdiri dari satu titik sampel

Kejadian Majemuk

Kejadian yang dapat dinyatakan sebagai gabungan dari beberapa kejadian sederhana

Contoh
Kejadian Sederhana

S= {Apel, Jeruk, Mangga, Pisang}
A = Terambilnya buah Apel
A = {Apel}

A adalah kejadian sederhana,

Contoh Majemuk

Sebuah kotak berisi 10 bola dengan warna berbeda:

- 4 bola merah
- 3 bola biru
- 3 bola hijau
-

Jika satu bola diambil secara acak, tentukan kejadian B yang menyatakan bahwa bola yang terambil adalah bola berwarna merah atau hijau.

Karena dalam kotak ada bola merah dan hijau, maka:
B={bola merah ∪ bola hijau}={bola merah, bola hijau}

KEJADIAN

Ruang Nol atau Himpunan Kosong adalah perkumpulan yang tidak memiliki unsur yang sama sekali. Dalam notasi matematika, himpunan kosong biasanya dilambangkan dengan ∅ atau {} .

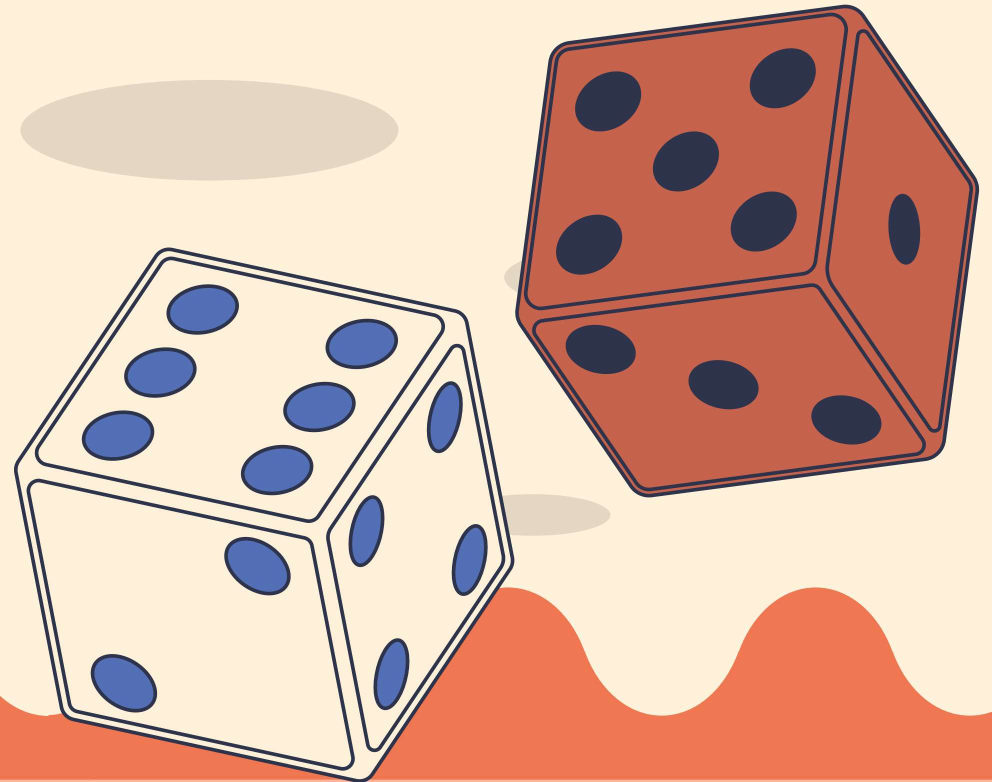
Contoh :

Diketahui himpunan C adalah himpunan yang berisi faktor dari 11 yang bukan bilangan prima selain 1.

Tentukan elemen-elemen himpunan C dan buktikan apakah C = ∅!

C={x | x adalah faktor bukan prima dari 11 selain 1}

c=∅



Peluang Satu Kejadian

Berdasarkan Aturan Perkalian, Permutasi, Kombinasi, dan Peluang Harapan

Aturan Perkalian

jika ada k_1 cara melakukan kegiatan 1, k_2 cara melakukan kegiatan 2, ... , dan k_n cara melakukan kegiatan n, maka keseluruhan kejadian dapat terjadi dengan $k_1 \times k_2 \times \cdots \times k_n$ cara

Biasanya digunakan untuk beberapa kejadian yang sekaligus terjadi

Contoh

Sebuah dadu dan sekeping uang logam akan dilemparkan secara bersamaan. Tentukan peluangnya untuk mendapatkan pasangan angka Ganjil dan angka pada koin logam tersebut!

jawab :

A1 = Angka ganjil pada dadu
= {1,3,5}
A2= Angka pada koin logam
= {a}

n (A1) = 3
n (A2)= 1
n (S1) = 6
n (S2)= 2

P(A1) = 3/6
= 1/2
P(A2) = 1/2

Jadi, peluang mendapatkan angka ganjil pada dadu dan angka pada koin logam adalah (1/2) x (1/2) = <u>1/4</u>

Faktorial

Faktorial dari bilangan bulat positif n yang dilambangakan dengan $n!$, adalah perkalian dari semua bilangan bilangan bulat positif yang kurang dari atau sama dengan n.

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$$

Contoh :

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$
$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$
$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

$$0! = 1$$

Contoh 1 :

Tentukan nilai dari $\frac{10!}{8!}$

Penyelesaian

$$\frac{10!}{8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{8!} = 10 \cdot 9 = 90$$

Contoh 2 :

Tentukan nilai dari $\frac{11!}{10!+9!}$

Penyelesaian

$$\frac{11!}{10!+9!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9!}{10.9!+9!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9!}{(10+1)9!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9!}{11 \cdot 9!} = 10$$

Permutasi Unsur Berbeda

Permutasi adalah cara menyusun suatu percobaan atau kejadian dengan memperhatikan urutan

$$_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

n= banyaknya elemen yang ada
r = banyaknya elemen yang diinginkan

Contoh 2 :

Diberikan 6 bola berwarna Merah, Kuning, Hijau, Kelabu, Ungu, dan Biru. selanjutnya akan dipilih dua bola secara acak. Tentukan peluang munculnya bola berwarna Merah dan Biru !

Penyelesaian

n = 6
r = 2

$$P_2^6 = \frac{6!}{(6-2)!}$$
$$= \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!}$$
$$= 6 \times 5$$
$$= 30$$

n(A) = 2!
= 2 x 1
= 2

n(S) = P_2^6
= 30

P(A) = 2/30
= 1/15

Permutasi Unsur Sama

Permutasi dengan unsur yang sama memiliki ciri khas di dalamnya, yaitu unsur atau elemen yang sama tidak boleh digunakan lebih dari satu kali.

$$ {}_nP_{r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n} = \frac{n!}{r_1!\, r_2!\, r_3! \ldots, r_n!} $$

n= banyaknya elemen yang ada
r = banyaknya elemen yang diinginkan

Contoh :

Tiga Bola berwarna Hijau dan tiga bola berwarna Merah akan disusun di lemari dalam satu baris. Misalkan D adalah kejadian susunan bola sehingga terdapat tiga bola dengan warna yang sama tersusun secara berurutan. Jika buku dengan judul yang sama tidak dibedakan, maka berapa peluang kejadian D?

Penyelesaian :

H = Hijau
M = Merah
D = Kejadian susunan bola sehingga terdapat tiga bola yang sama tersusun secara berurutan

susunan bola :
MMMHHH
HMMMHH
HHMMMH
HHHMMM
MHHHMM
MMHHHM

$n(D) = 6$

$n(S) = 6!/3! \times 3!$

$= 6 \times 5 \times 4 \times 3! \,/\, 3 \times 2 \times 1 \times 3!$

$= 20$

$P(D) = 6/20$

$= 3/10$

Permutasi Siklis

Permutasi siklis digunakan untuk menentukan banyaknya cara menyusun nunsur berbeda dalam kondisi melingkar. Secara matematis, dirumuskan sebagai berikut.

$$P_{\text{siklis}} = (n-1)!$$

Contoh :

Seorang ayah, seorang ibu, dan 3 orang anak duduk pada 5 kursi yang diatur melingkar sebuah meja bundar. Berapa peluang duduk jika ayah dan ibu harus selalu berdampingan?

Penyelesaian :

- Kemungkinan susunan posisi adalah 4! = 4 x 3 x 2 x 1 = 24
- Papa dan Mama menjadi satu entitas
- Total susunan posisi yang memungkinkan Papa dan Mama harus saling berdekatan adalah 3! = 3 x 2 x 1 = 6
- (ibu , ayah) dan (ayah, ibu) merupakan kondisi yang berbeda, sehingga total kemungkinan susunan posisi adalah 2 x 3! = 2 x 6 = 12

P(A) = 12/24
= 1/2

Kombinasi

Kombinasi adalah cara menyusun suatu percobaan atau kejadian
tanpa memperhatikan urutan

$$_{n}C_{r} = \frac{n!}{r!.(n-r)!}$$

n= banyaknya elemen yang ada
r = banyaknya elemen yang diinginkan

Contoh :

Pada sebuah kotak terdapat 20 buah bola yang terdiri dari: 8 buah bola berwarna merah, 12 buah bola berwarna putih. Jika kita ambil 2 buah bola dari kotak tersebut, maka berapa peluang untuk medapatkan sebuah bola merah dan bola putih?

Penyelesaian :

C(8,1) = 8! / 1! (8 - 1) !
= 8 x 7! / 1 x 7!
= 8

C(12,1) = 12! / 1! (12 - 1)!
= 12 x 11! / 1 x 11!
= 12

Jumlah kemungkinan satu bola Merah dan bola Putih adalah 8 x 12 = 96

C(20,2) = 20! / 2! (20 - 2) !
= 20 x 19 x 18! / 2 x 1 x 18!
= 190

P(A) = 96 / 190

Frekuensi Harapan

- **Frekuensi harapan** suatu kejadian A adalah hasil kali antara peluang kejadian A dengan banyaknya percobaan

$$FH(A) = P(A) \cdot n$$

$FH(A)$ = frekuensi harapan kejadian A

$P(A)$ = peluang kejadian A

n = banyaknya percobaan

Contoh 1 :

Suatu mata uang logam dilempar 20 kali. Tentukan frekuensi harapan munculnya Gambar(G).

Penyelesaian :

$$F\ H(A) = N \times P(G) = 20 \times \frac{1}{2} = 10\text{kali}$$

Jadi, frekuensi harapan munculnya

gambar itu adalah 10 kali.

Contoh 2 :

Sebuah kantong berisi 5 bola putih dan 3 bola kuning. Dari kantong itu diambil 2 bola secara acak dan setiap kali bola itu diambil akan dikembalikan lagi ke dalam kantong. Proses pengambilan seperti itu dilaksanakan sebanyak 112 kali. Berapakah frekuensi harapan yang terambil itu:

a.Keduanya bola putih
b.Keduanya bola kuning

Bola putih ada 5 dan bola kuning ada 3.

Jumlah bola putih dan bola kuning = 5+3=8.

Dari 8 bola diambil 2 buah bola, maka seluruhnya ada

$${}_8C_2 = \frac{8\times7}{2\times1} = 28 \text{ cara} \implies n(S) = 28$$

a. Misalnya A adalah kejadian munculnya keduanya bola putih.

2 bola putih dapat diambil dari 5 bola putih dalam:

$${}_5C_2 = \frac{5\times4}{2\times1} = 10 \text{ cara} \implies n(A) = 10$$

Peluang kejadian A adalah:

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

Jadi, frekuensi harapan yang terambil itu adalah keduanya bola putih adalah

$$\begin{aligned} Fh(A) &= N \times P(A) \\ &= 112 \times \frac{5}{14} \\ &= 40 \text{ kali} \end{aligned}$$

Misalnya B adalah kejadian munculnya keduanya bola kuning.

2 bola kuning dapat diambil dari 3 bola kuning dalam:

$${}_3C_2 = \frac{3 \times 2}{2 \times 1} = 3 \text{ cara} \Longrightarrow n(B) = 3$$

Peluang kejadian B adalah

$$\mathrm{P}(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{28}$$

Jadi, frekuensi harapan yang terambil itu keduanya bola kuning adalah:

$$\mathrm{Fh}(B) = N \times P(B)$$

$$= 112 \times \frac{3}{28}$$

$$= 12 \text{ kali}$$

Peluang Dua Kejadian

Saling Lepas, Tidak Saling Lepas dan Saling Bebas

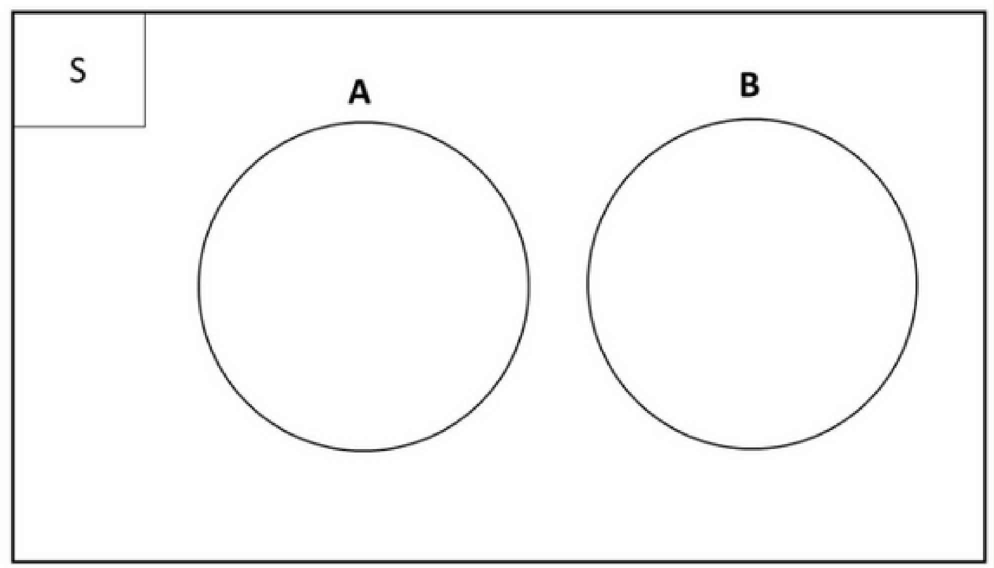
It is used to **represent** the population in a study.

Peluang Dua Kejadian yang Saling Lepas

Dua buah kejadian A dan B dikatakan gabungan dua kejadian saling lepas jika kejadian A dan B tidak mungkin terjadi bersamaan. Artinya, jika satu kejadian telah terjadi, maka kejadian lainnya tidak mungkin terjadi.

Rumus :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Keterangan:

- P(A)= Peluang Kejadian A

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

- P(B)=Peluang Kejadian B

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

Peluang Dua Kejadian yang Saling Lepas

Contoh : Dilemparkan sebuah dadu bermata 6 pada permainan ular tangga, tentukan peluang mendapatkan mata dadu bermata 1 atau 3

Jawab :

- N(S) = 6
- P(A) = Mata dadu berjumlah 1
- A ={1}
- N(A) = (1)
- P(B) = Mata dadu berjumlah 3
- B = {3}
- N(B) = (1)

Peluang mendapatkan dadu mata 1 atau 3:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

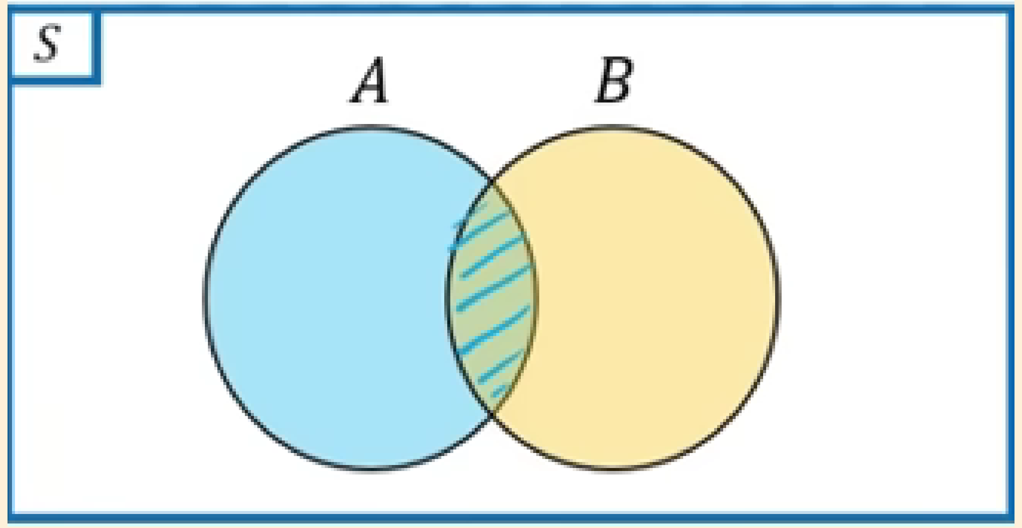
$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Peluang Dua Kejadian tidak Saling Lepas

Peluang Kejadian Tidak Saling Lepas adalah peluang dari dua atau lebih kejadian yang dapat terjadi secara bersamaan dalam suatu percobaan. Artinya, terdapat elemen atau hasil yang sama di antara kejadian-kejadian tersebut, sehingga ada kemungkinan keduanya terjadi sekaligus.

Rumus :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Keterangan:

- P(A)= Peluang Kejadian A
- P(B)=Peluang Kejadian B

Peluang Dua Kejadian yang Saling tidak lepas

Contoh : Dilemparkan sebuah dadu bermata 6 pada permainan monopoli, tentukan peluang memperoleh mata dadu genap atau kelipatan tiga

Jawab :

- N(S) = 6
- P(A) = Peluang mata dadu berjumlah genap
- A = {2,4,6,}
- N(A) = (3)
- P(B) =Peluang mata dadu kelipatan tiga
- B = {3,6}
- N(B) = (2)

Sehingga (A ∩ B) = { 6 }, berarti n(A ∩ B) = 1 dan $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{6}$

Jadi $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \text{ atau } B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Peluang Dua Kejadian yang Saling Bebas

Kejadian A dan kejadian B disebut saling bebas jika kejadian A tidak berpengaruh pada kejadian B dan sebaliknya.

Rumus :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Keterangan:

- P(A)= Peluang Kejadian A

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

- P(B)=Peluang Kejadian B

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

Put a check (✓) to

Peluang Dua Kejadian yang Saling Bebas

Contoh :

Dilemparkan sebuah dadu dan sebuah koin secara bersamaan,tentukan peluang mendapatkan bilangan prima pada dadu dan gambar pada koin

Jawab :

- S(dadu) = {1,2,3,4,5,6}
- N(S) = 6
- S(koin) = {A,G}
- N(S) = 2
- P(A) = Mata dadu bilangan prima
- A = {2,3,5}
- N(A) = (3)
- P(B) = gambar pada koin
- B={G}
- N(B) = (1)

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\frac{3}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Peluang Bersyarat

Peluang Bersyarat

Peluang kejadian bersyarat adalah peluang suatu kejadian terjadi yang dipengaruhi kejadian (syarat) lain.

Dua kejadian A dan B dikatakan tidak saling bebas jika kejadian A dan B dapat terjadi secara bersamaan. Munculnya kejadian A mempengaruhi peluang terjadinya B dan sebaliknya.

1. Peluang A dengan syarat kejadian B terlebih dahulu

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$P(B)\neq 0$

$P(A\cap B)=P(B).P(A|B)$

2. Peluang kejadian B dengan syarat kejadian A terjadi dahulu

$$P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$P(A)\neq 0$

$P(A\cap B)=P(A).P(B|A)$

Peluang Bersyarat

Keterangan :

Berarti kejadian A sebagai syarat, harus terjadi dulu ya.

Peluang Kejadian B dengan syarat A

Peluang Kejadian A irisan Kejadian B

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Peluang Kejadian A

Dimana :
P(B|A) adalah peluang kejadian bersyarat B dengan syarat A terjadi.
P(A∩B) adalah peluang kejadian B irisan A dan
P(A) adalah peluang kejadian A

Contoh soal :

Sebuah kotak berisi 9 bola hijau dan 6 bola kuning. Diambil 2 bola secara beruntutan tanpa mengembalikan bola pertama yang sudah diambil. Tentukan peluang terambil bola hijau pada pengambilan pertama dan bola kuning pada pengambilan kedua!

Jawab:

Misal

A = pengambilan bola hijau

B = pengambilan bola kuning

$P(A) = \frac{9}{15}$

$P(B|A) = \frac{6}{14}$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$$

$$= \frac{9}{15} \times \frac{6}{14}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{7}$$

$$= \frac{9}{35}$$

Jadi, P(hijau dan kuning) = $\frac{9}{35}$

Contoh soal :

Dua buah dadu dilempar undi bersama, Tentukan peluang muncul jumlah mata dadu lebih besar dari 9 dengan syarat dadu pertama muncul 5.

Jawab:

Ruang Sample : Muncul dadu pertama 5

: {(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)} $n(S) = 6$

Kejadian A adalah kejadian mata dadu berjumlah lebih dari 9 dalam ruang sampel tersebut.

:{(5,5),(5,6)} $n(A)=2$

Peluang $= \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

Jadi, Peluang munculnya jumlah dadu adalah $\dfrac{1}{3}$

Atau

Dua buah dadu dilempar undi bersama, Tentukan peluang muncul jumlah mata dadu lebih besar dari 9 dengan syarat dadu pertama muncul 5.

Jawab:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2/36}{6/36} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$P(A \cap B)$ =Peluang jumlah mata dadu lebih dari 9 dadu pertama 5

$= \frac{2}{36}$:{(5,5),(5,6)}

P(B) = Peluang dadu pertama 5

$= \frac{6}{36}$

Jadi, Peluang munculnya jumlah dadu adalah $\frac{1}{3}$

Penyelesaian Menggunakan Excel

Dadu 1	Dadu 2	Jumlah Mata Dadu	Jumlah > 9
5	1	6	Tidak
5	2	7	Tidak
5	3	8	Tidak
5	4	9	Tidak
5	5	10	Ya
5	6	11	Ya

Perhitungan	Nilai
Total Kejadian (N)	6
Kejadian Memenuhi Syarat (M)	2
Peluang Bersyarat (P)	33,33%

Dalil Peluang Total

Dalil Peluang Total

Teorema probabilitas total adalah hukum yang memungkinkan perhitungan probabilitas suatu kejadian berdasarkan probabilitas bersyarat dari partisi ruang sampel yang saling lepas.

Jadi, teorema probabilitas total digunakan untuk menghitung probabilitas suatu peristiwa tertentu berdasarkan informasi parsial tentang peristiwa tersebut.

Dalil Peluang Total

Jika terdapat himpunan kejadian {A1 , A2 ,...., An } yang membentuk partisi pada ruang sampel, maka peluang kejadian B sama dengan jumlah perkalian peluang masing-masing kejadian. Kejadian P(Ai) dengan probabilitas bersyarat P(B|Ai).

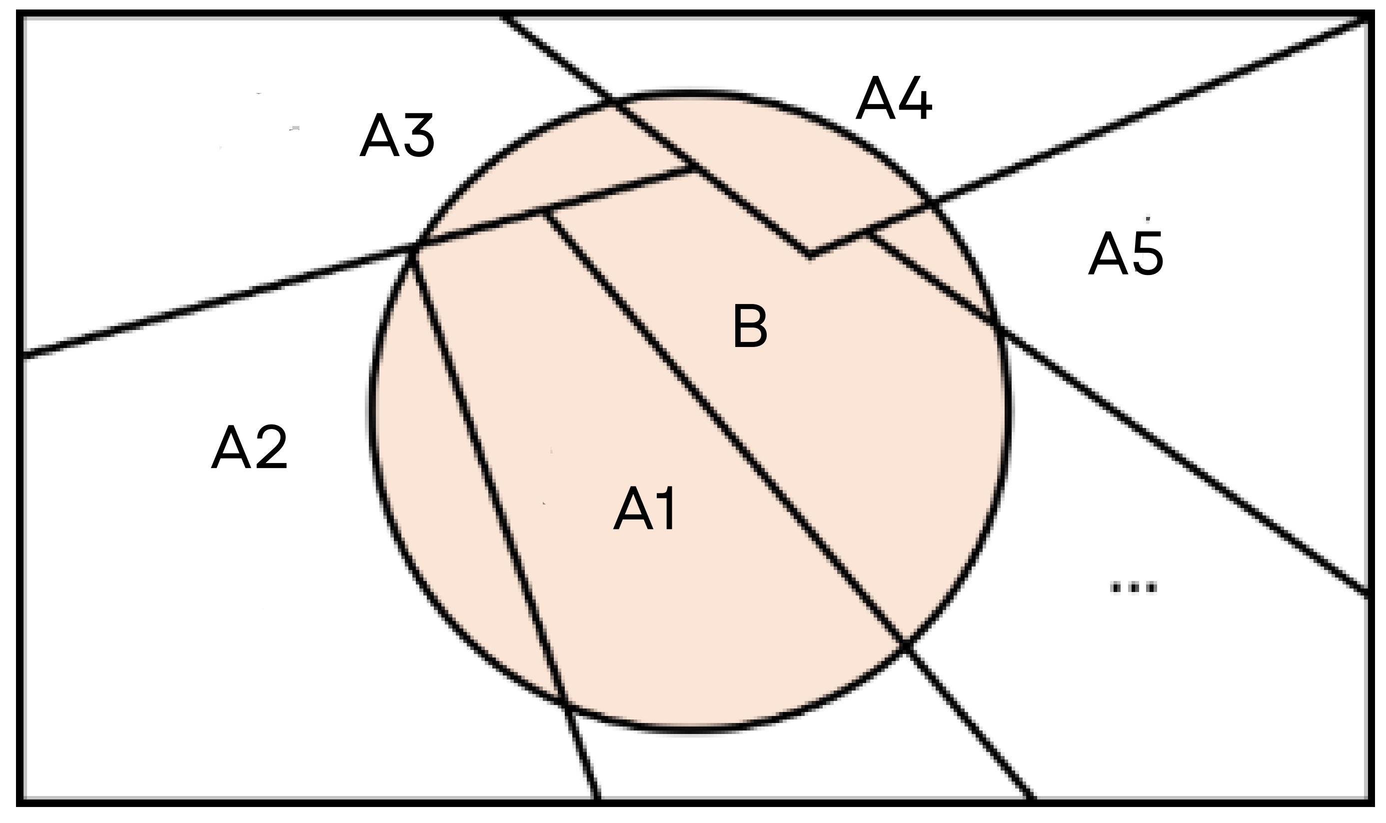
Dalil Peluang Total

$$P(B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2) + P(B|A_3) \cdot P(A_3)$$

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i) \cdot P(A_i)$$

- Keterangan:

- $P(B)$ adalah peluang terjadinya kejadian B.
- $P(B|A_i)$ adalah probabilitas bersyarat dari kejadian B pada kejadian tertentu A_i.
- $P(A_i)$ adalah peluang terjadinya kejadian A_i.



Contoh Soal

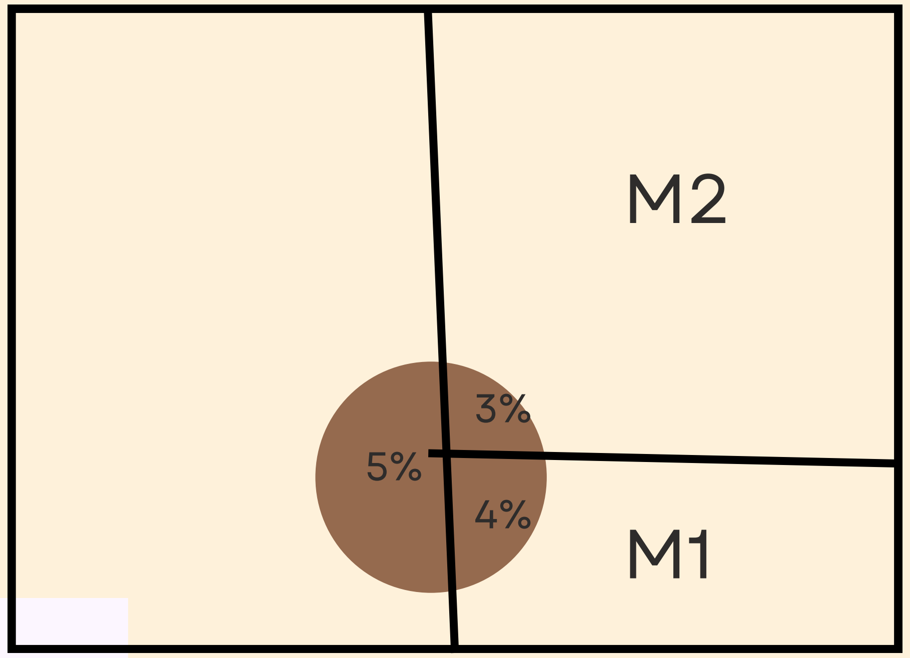
Di suatu pabrik, terdapat tiga buah mesin (yaitu M1, M2, dan M3) yang mengerjakan fungsi serupa. M1 menghasilkan 20% dari seluruh produk, M2 menghasilkan 30% dari seluruh produk, dan M3 menghasilkan 50% dari seluruh produk. Dari pengalaman diketahui bahwa M1 menghasilkan 4% produk cacat, M2 menghasilkan 3% produk cacat, dan M3 menghasilkan 5% produk cacat.

a) Sebuah produk yang dihasilkan pabrik itu diambil secara acak. Berapakah peluangnya produk tersebut cacat?

Verifikasi Syarat

- Setiap produk yang dihasilkan pabrik itu pasti dihasilkan dari mesin-mesin tersebut. yaitu $A1 \cup A2 \cup A3 \cup \ldots \cup Ai = S$ dipenuhi.
- Kedua, masing-masing produk pabrik tersebut dihasilkan oleh satu mesin saja jadi tidak mungkin suatu produk tertentu dihasilkan dari M1 dan M3 atau dari M2 dan M3. Jadi, syarat 2) dipenuhi, yaitu $Ai \cap Aj = \emptyset$ untuk setiap $i \neq j$. (saling lepas)
- Selanjutnya, $P(A1) \neq 0$, $P(A2) \neq 0$, dan $P(A3) \neq 0$.

Jawaban



Misalkan
B = kejadian terambilnya produk cacat.
Ai = kejadian terambilnya produk yang dihasilkan mesin Mi.
S = semua produk yang dihasilkan oleh ketiga mesin itu.

P(A1) = 20% = 0,2
P(A2) = 30% = 0,3
P(A3) = 50% = 0,5

P(B|A1) = 4% = 0,04
P(B|A2) = 3% =0,03
dan P(B|A3) = 5% = 0,05

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i) \cdot P(A_i)$$

P(B) = P(A1).P(B|A1) + P(A2).P(B|A2) + P(A3).P(B|A3)
P(B) = 0,2.0,04 + 0,3.0,03 + 0,5.0,05
P(B) = 0,008 + 0,009 + 0,025
P(B) = 0,042.

Jadi, peluang terambilnya produk cacat adalah 0,042.

Peluang Bayes

Peluang Bayes

Teorema Bayes merupakan suatu formula matematis yang menjelaskan mekanisme pembaruan probabilitas suatu hipotesis berdasarkan adanya bukti atau informasi baru.

Secara umum, teorema ini menyatakan sejauh mana tingkat kepercayaan subjektif terhadap suatu kejadian harus diperbarui secara rasional ketika diperoleh bukti tambahan

Peluang Bayes

Misalkan A1,A2,...,Ak membentuk partisi dari ruang sampel S sehingga P(Ai)≠0 untuk i∈{1,2,...,k}, maka untuk setiap kejadian B di S dengan P(B)≠0, berlaku

$$P(A_r|B) = \frac{P(A_r \cap B)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i \cap B)} = \frac{P(A_r) \cdot P(B|A_r)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i) \cdot P(B|A_i)}$$

untuk r∈{1,2,...,k}

Keterangan:

- $P(A_r|B)$ → Probabilitas bahwa kejadian A_r terjadi dengan syarat bahwa B telah terjadi (probabilitas bersyarat).
- $P(A_r)$ → Probabilitas terjadinya kejadian A_r tanpa memperhitungkan B (probabilitas awal atau prior).
- $P(B|A_r)$ → Probabilitas bahwa B terjadi dengan syarat bahwa A_r telah terjadi.
- $\sum_{i=1}^{k} P(A_i)P(B|A_i)$ → Probabilitas total dari kejadian B, diperoleh dengan menjumlahkan semua kemungkinan kejadian A_i yang menyebabkan B terjadi.

Contoh Soal

Di suatu pabrik, terdapat tiga buah mesin (yaitu M1, M2, dan M3) yang mengerjakan fungsi serupa. M1 menghasilkan 20% dari seluruh produk, M2 menghasilkan 30% dari seluruh produk, dan M3 menghasilkan 50% dari seluruh produk. Dari pengalaman diketahui bahwa M1 menghasilkan 4% produk cacat, M2 menghasilkan 3% produk cacat, dan M3 menghasilkan 5% produk cacat.

b). Berapakah peluang dari M2 jika diketahui produk yang diambil itu cacat?

Jawaban

$$P\left(A2\,|B|\right) = \frac{P\left(A2\right) \times P\left(B\,|A2|\right)}{P\left(B\right)}$$

$$P\left(A2\,|B\right) = \frac{0.3 \times 0.03}{0.042}$$

$$P\left(A2\,|B\right) = 0,2142$$

Jadi, Peluang dari M2 jika produk yang terambil itu cacat adalah 0,2142 atau 21,42%