Отчёт по лабораторной работе №2

Задача о погоне.

Волков Тимофей Евгеньевич

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Цель данной работы — рассмотреть построение математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска на примере задачи преследования браконьеров береговой охраной.

2 Задание

2.1 Вариант 17

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 7,6 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 2,6 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Постановка задачи

1. Примем за $t_0 = 0$, $x_{л0} = 0$ — место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{к0} = k$ ($k = 7.6$) — место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс — это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($tetha = x_{л0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 1).

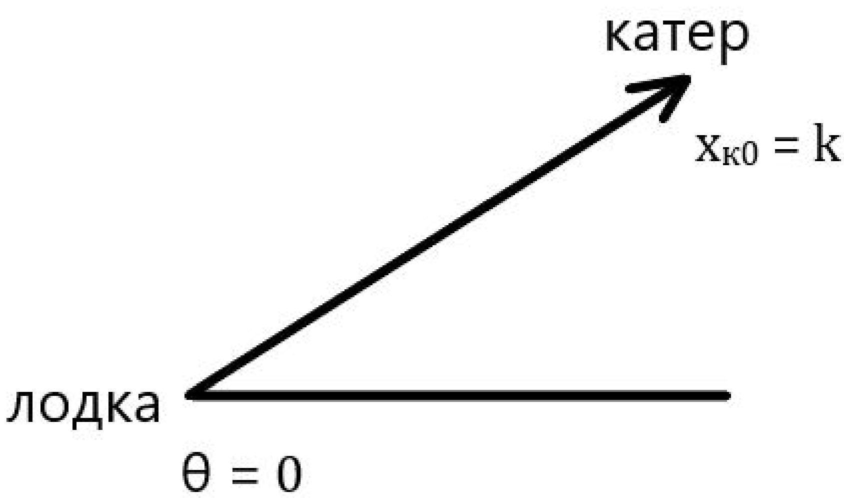

Figure 3.1: Рис. 1. Положение катера и лодки в начальный момент времени

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

   Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x, а катер k - x (или k + x, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x / v или k - x / 2.6v (во втором случае x + k / 2.6v). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

В первом случае:

$$x/v = (k - x)/2.6v$$

Во втором случае:

$$x/v = (x + k)/2.6v$$

Отсюда мы найдем два значения x_1 = k / 3.6 и x_2 = k / 1.6, задачу будем решать для двух случаев. 5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки v. Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r — радиальная скорость и v_t — тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, v_r = dr / dt. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем dr / dt = v.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости dtetha / dt на радиус r, v_r = r * (dtetha / dt)

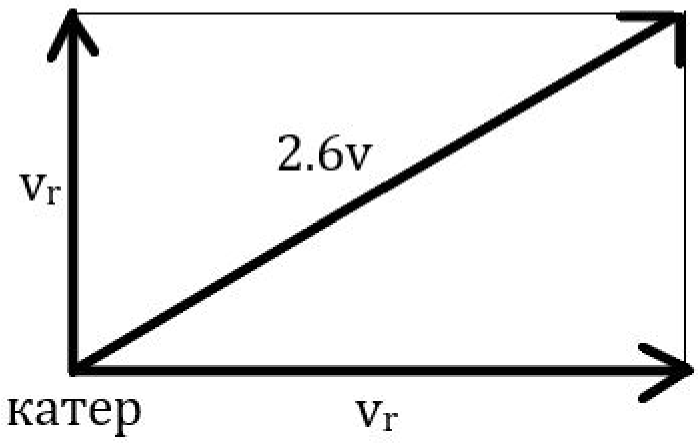

Figure 3.2: Рис. 2. Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Из рисунка видно: v_t = sqrt{6.76v^2 - v^2} = 2.4v (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем r * (dtetha / dt) = 2.4v

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$dr/dt = vr * (dtetha/dt) = 2.4v$$

с начальными условиями

$$tetha\,0\ = 0; r\,0\ = x\,1$$

или

$$tetha\,0\ = -pi; r\,0\ = x\,2$$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

$$dr/dtetha = r/2.4$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

3.2 Построение траектории

Начальные условия в первом случае (k = 7.6):

$$tetha\,0\ = 0; r\,0\ = 2.1$$

Во втором случае:

$$tetha\,0\ = -pi; r\,0\ = 4.75$$

Код в scilab (рис. 3).

```
s = 7.6;
fi = 3*%pi/4;

function dr=f(tetha, r)
    dr=r/2.4;
endfunction;

//r0 = s/3.6; //первый случай
//tetha0 = 0;

r0 = s/1.6;      //второй случай
tetha0 = -%pi;

tetha = 0:0.01:2*%pi;

r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

function xt=f2(t)
    xt=tan(fi)*t;
endfunction

t = 0:1:1000;

polarplot(tetha,r,style = color('green'));
plot2d(t,f2(t),style = color('red'));
```

Figure 3.3: Рис. 3. Код программы

Точка пересечения траектории в первом случае (14.75;-14.75) (рис. 4).

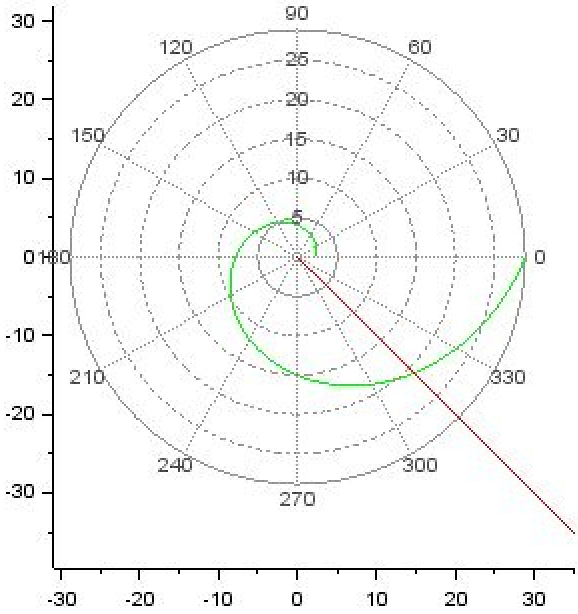

Figure 3.4: Рис. 4. Траектория движения катера и лодки в первом случае

Точка пересечения траектории во втором случае (122.9;-122.9) (рис. 5).

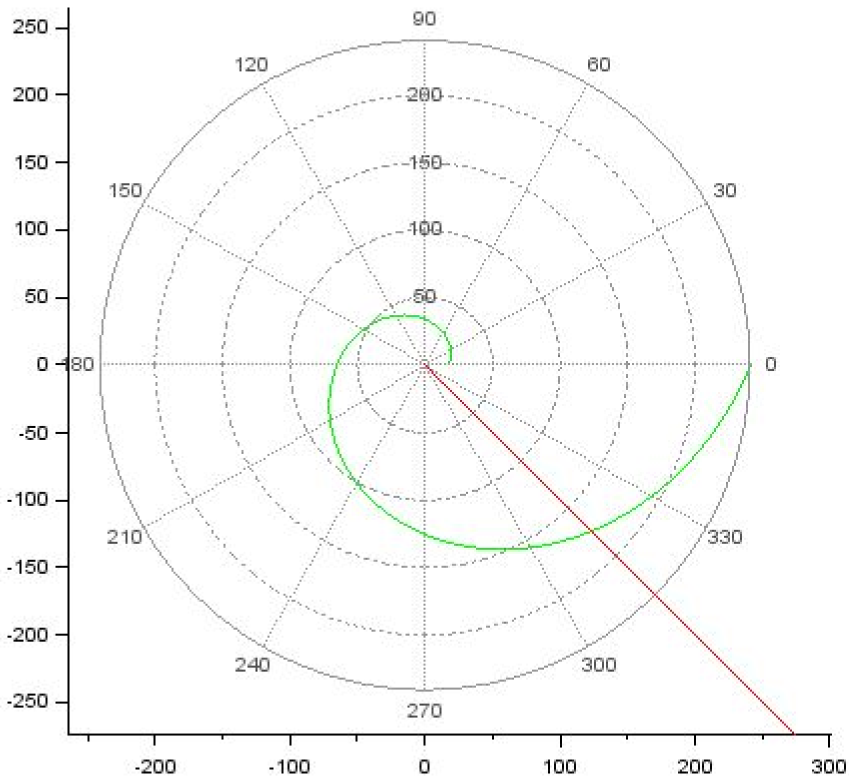

Figure 3.5: Рис. 5. Траектория движения катера и лодки во втором случае

4 Выводы

Рассмотрел построение математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.