

# **Отчёт по лабораторной работе №3**

**Модель боевых действий.**

Волков Тимофей Евгеньевич

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
2.1	Вариант 17 . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
3.1	Постановка задачи . . . . .	8
3.2	Построение графиков . . . . .	9
3.2.1	Модель боевых действий между регулярными войсками . .	9
3.2.2	Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>15</b>

## List of Tables

# List of Figures

3.1	Код программы . . . . .	11
3.2	График изменения численности войск . . . . .	12
3.3	Код программы . . . . .	13
3.4	График изменения численности войск . . . . .	14

# 1 Цель работы

Цель данной работы — рассмотреть некоторые простейшие модели боевых действий — модели Ланчестера.

## 2 Задание

### 2.1 Вариант 17

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 20 850 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 9 900 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$(dx)/(dt) = -0.71x(t) - 0.85y(t) + \sin(6t) + 1$$

$$(dy)/(dt) = -0.59x(t) - 0.73y(t) + \cos(7t) + 1$$

2. Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$(dx)/(dt) = -0.71x(t) - 0.85y(t) + 1.5\sin(2t)$$

$$(dy)/(dt) = -0.59x(t)y(t) - 0.73y(t) + 1.5\cos(t)$$

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Постановка задачи

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Рассмотри два случая ведения боевых действий: 1. Боевые действия между регулярными войсками 2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами: - скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство); - скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.); - скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$(dx)/(dt) = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$



$$(dy)/(dt) = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены  $-a(t)x(t)$  и  $-h(t)y(t)$ , члены  $-b(t)y(t)$  и  $-c(t)x(t)$  отражают потери на поле боя. Коэффициенты  $b(t)$  и  $c(t)$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $y$  и  $x$  соответственно,  $a(t)$   $h(t)$  — величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции  $P(t)$ ,  $Q(t)$  учитывают возможность подхода подкрепления к войскам  $X$  и  $Y$  в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$(dx)/(dt) = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$(dy)/(dt) = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

## 3.2 Построение графиков

В начальный момент времени страна  $X$  имеет армию численностью 20 850 человек, а в распоряжении страны  $Y$  армия численностью в 9 900 человек.

### 3.2.1 Модель боевых действий между регулярными войсками

Дано:

$$(dx)/(dt) = -0.71x(t) - 0.85y(t) + \sin(6t) + 1$$

$$(dy)/(dt) = -0.59x(t) - 0.73y(t) + \cos(7t) + 1$$

Тогда начальные условия:

$$x = 20850$$

$$y = 9900$$

$$a = 0.71$$

$$b = 0.85$$

$$c = 0.59$$

$$h = 0.73$$

$$P(t) = \sin(6t) + 1$$

$$Q(t) = \cos(7t) + 1$$

Код программы в Python (fig. 3.1).

```

import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math

x0 = 20850
y0 = 9900
t0 = 0

a = 0.71
b = 0.85
c = 0.59
h = 0.73

tmax = 1
dt = 0.05
t = np.arange(t0, tmax, dt)

def P(t):
    p = np.sin(6*t) + 1
    return p

def Q(t):
    q = np.cos(7*t) + 1
    return q

def syst(y, t):
    y1 = - a*y[0] - b*y[1] + P(t)
    y2 = - c*y[0] - h*y[1] + Q(t)
    return y1, y2

v0 = np.array([x0, y0])

y = odeint(syst, v0, t)

plt.plot(t, y)
plt.xlabel('время')
plt.ylabel('численность армии')

```

Figure 3.1: Код программы

График изменения численности войск (армия x — синий, армия y — оранжевый) (fig. 3.2).

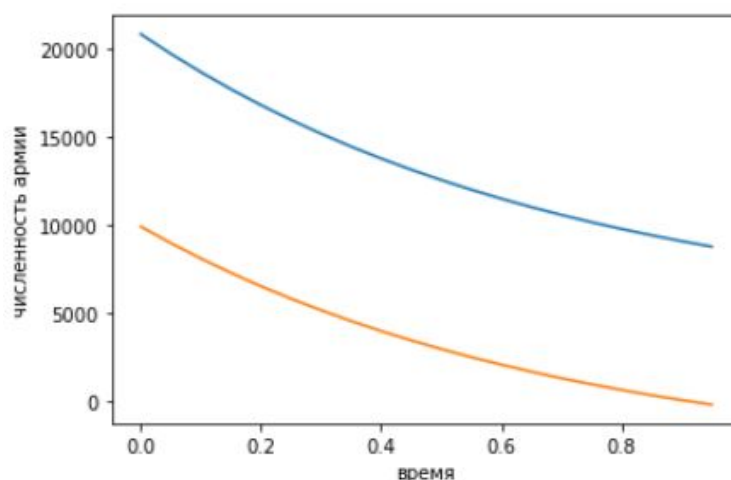


Figure 3.2: График изменения численности войск

### 3.2.2 Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Дано:

$$(dx)/(dt) = -0.71x(t) - 0.85y(t) + 1.5\sin(2t)$$

$$(dy)/(dt) = -0.59x(t)y(t) - 0.73y(t) + 1.5\cos(t)$$

Тогда начальные условия:

$$x = 20850$$

$$y = 9900$$

$$a = 0.71$$

$$b = 0.85$$

$$c = 0.59$$

$$h = 0.73$$

$$P(t) = 1.5\sin(2t)$$

$$Q(t) = 1.5\cos(t)$$

Код программы в Python (fig. 3.3).

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math

x0 = 20850
y0 = 9900
t0 = 0

a = 0.71
b = 0.85
c = 0.59
h = 0.73

tmax = 1
dt = 0.05
t = np.arange(t0, tmax, dt)

def P(t):
    p = 1.5*np.sin(6*t)
    return p

def Q(t):
    q = 1.5*np.cos(t)
    return q

def syst(y, t):
    y1 = - a*y[0] - b*y[1] + P(t)
    y2 = - c*y[0]*y[1] - h*y[1] + Q(t)
    return y1, y2

v0 = np.array([x0, y0])

y = odeint(syst, v0, t)

plt.plot(t, y)
plt.xlabel('время')
plt.ylabel('численность армии')
```

Figure 3.3: Код программы

График изменения численности войск (армия x — синий, армия y — оранже-

вый)(fig. 3.4).

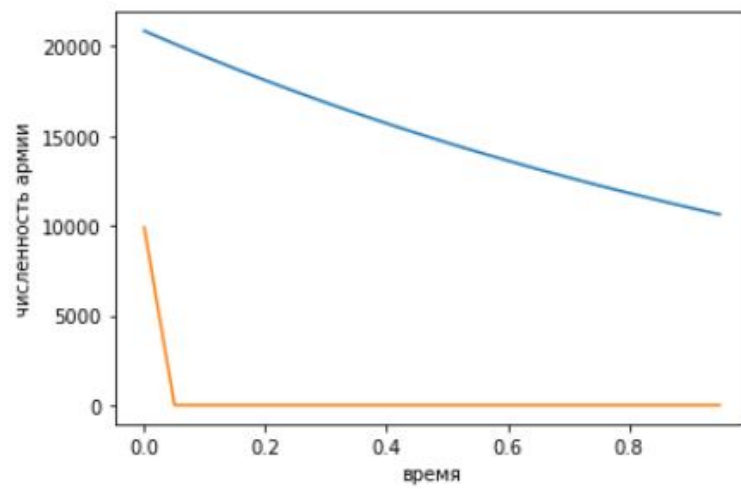


Figure 3.4: График изменения численности войск

## **4 Выводы**

Рассмотрел некоторые простейшие модели боевых действий.