

# **Отчёт по лабораторной работе №7**

**Эффективность рекламы.**

Волков Тимофей Евгеньевич

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
2.1	Вариант 17 . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>7</b>
3.1	Постановка задачи . . . . .	7
3.2	Построение графиков . . . . .	9
3.2.1	Первый случай . . . . .	9
3.2.2	Второй случай . . . . .	11
3.2.3	Третий слчай . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>16</b>

## List of Tables

# List of Figures

3.1	График решения уравнения модели Мальтуса . . . . .	8
3.2	График логистической кривой . . . . .	9
3.3	Код программы . . . . .	10
3.4	График распространения рекламы. Коэффициенты $\alpha_1 = 0.63$ , $\alpha_2 = 0.00013$ . . . . .	11
3.5	Код программы . . . . .	12
3.6	График распространения рекламы. Коэффициенты $\alpha_1 = 0.000035$ , $\alpha_2 = 0.98$ . . . . .	13
3.7	Код программы . . . . .	14
3.8	График распространения рекламы. $\alpha_1(t) = 0.65\sin(7t)$ , $\alpha_2(t) =$ $\cos(3t)$ . . . . .	15

# **1 Цель работы**

Цель данной работы — рассмотреть модель рекламной кампании.

## 2 Задание

### 2.1 Вариант 17

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $dn/dt = (0.63 + 0.00013n(t))(N - n(t))$
2.  $dn/dt = (0.000035 + 0.98n(t))(N - n(t))$
3.  $dn/dt = (0.65\sin(7t) + \cos(3t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 741$ , в начальный момент о товаре знает 4 человека. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Постановка задачи

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $dn/dt$  — скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:

$\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $\alpha_1(t) > 0$  — характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$dn/dt = \alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$$

(1)

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

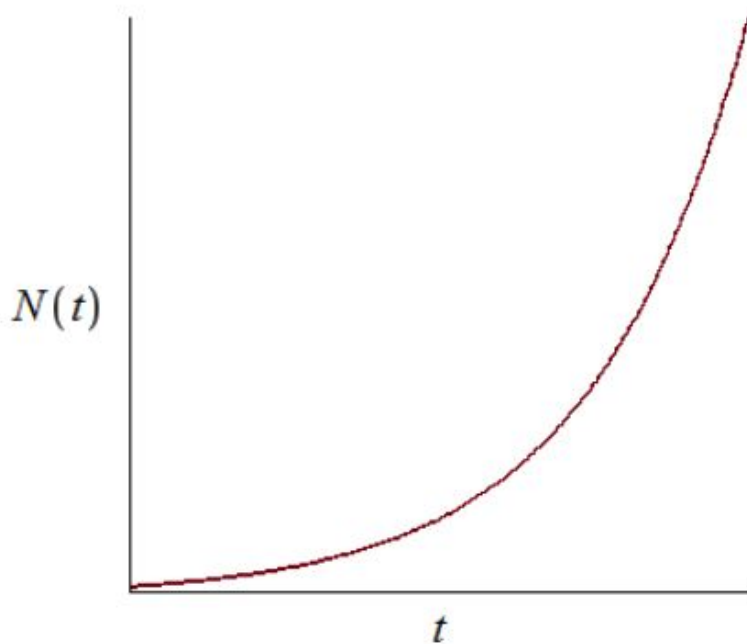


Figure 3.1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае, при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$



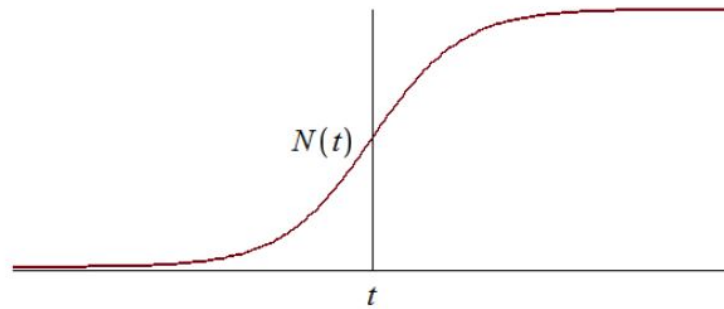


Figure 3.2: График логистической кривой

## 3.2 Построение графиков

$n(0) = 4$  — число информированных клиентов в начальный момент.

$N = 741$  — общее число потенциальных платежеспособных покупателей.

### 3.2.1 Первый случай

Дано:

$$dn/dt = (0.63 + 0.00013n(t))(N - n(t))$$

Тогда начальные условия:

$$\alpha_1 = 0.63$$

$$\alpha_2 = 0.00013$$

Код программы в Python (fig. 3.3).

```

import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math

x0 = 4
N = 741

t = np.arange(0, 30, 0.1)

def k(t):
    g = 0.63
    return g

def p(t):
    v = 0.00013
    return v

def f(x, t):
    xd = (k(t) + p(t)*x)*(N - x)
    return xd

x = odeint(f, x0, t)

plt.plot(t, x)
plt.grid('axis = "both"')

```

Figure 3.3: Код программы

График (fig. 3.4).

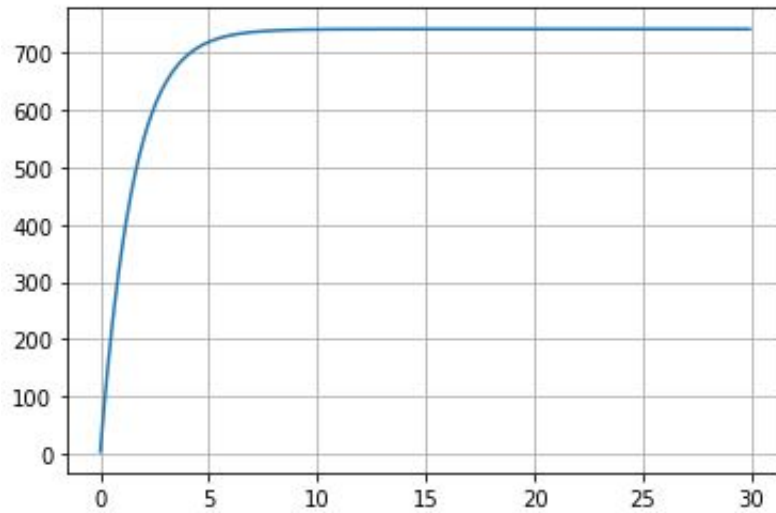


Figure 3.4: График распространения рекламы. Коэффициенты  $\alpha_1 = 0.63$ ,  $\alpha_2 = 0.00013$

### 3.2.2 Второй случай

Дано:

$$dn/dt = (0.000035 + 0.98n(t))(N - n(t))$$

Тогда начальные условия:

$$\alpha_1 = 0.000035$$

$$\alpha_2 = 0.98$$

Код программы в Python (fig. 3.5).

```

import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math

x0 = 4
N = 741

t = np.arange(0, 30, 0.1)

def k(t):
    g = 0.000035
    return g

def p(t):
    v = 0.98
    return v

def f(x, t):
    xd = (k(t) + p(t)*x)*(N - x)
    return xd

x = odeint(f, x0, t)

plt.plot(t, x)
plt.grid('axis = "both"')

```

Figure 3.5: Код программы

График (fig. 3.6).

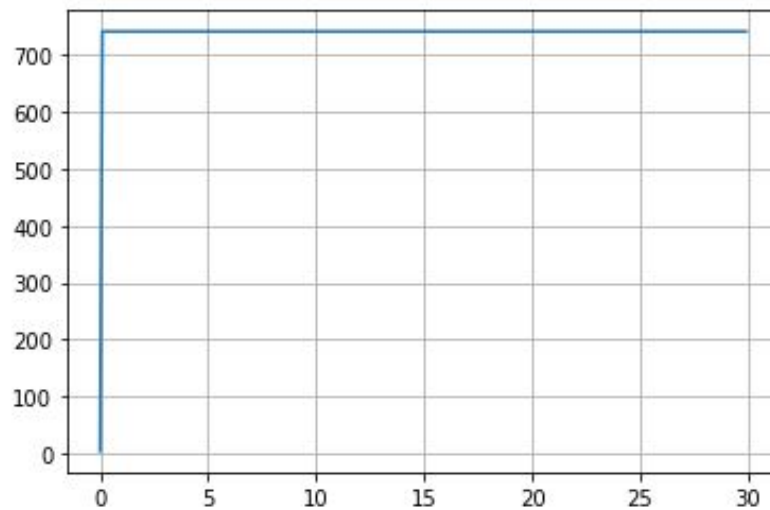


Figure 3.6: График распространения рекламы. Коэффициенты  $\alpha_1 = 0.000035$ ,  $\alpha_2 = 0.98$

### 3.2.3 Третий случай

Дано:

$$dn/dt = (0.65\sin(7t) + \cos(3t)n(t))(N - n(t))$$

Тогда начальные условия:

$$\alpha_1 = 0.65\sin(7t)$$

$$\alpha_2 = \cos(3t)$$

Код программы в Python (fig. 3.7).

```

import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
import math

x0 = 4
N = 741

t = np.arange(0, 30, 0.1)

def k(t):
    g = 0.65*np.sin(7*t)
    return g

def p(t):
    v = np.cos(3*t)
    return v

def f(x, t):
    xd = (k(t) + p(t)*x)*(N - x)
    return xd

x = odeint(f, x0, t)

plt.plot(t, x)
plt.grid('axis = "both"')

```

Figure 3.7: Код программы

График (fig. 3.8).

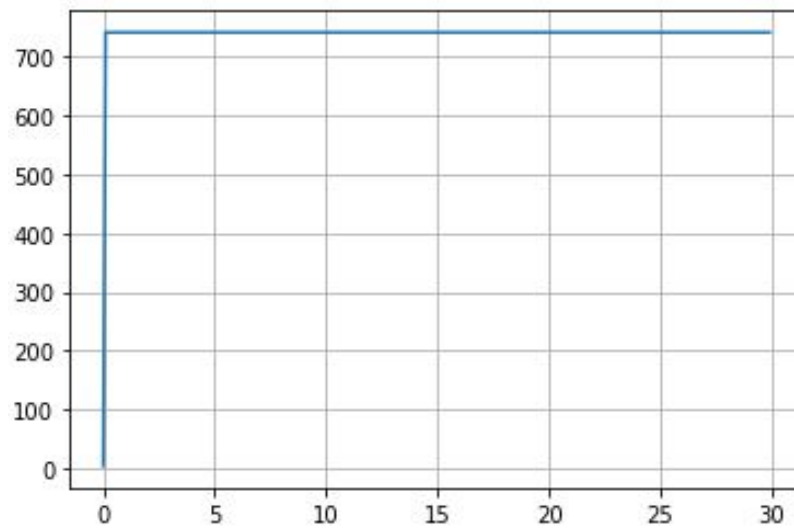


Figure 3.8: График распространения рекламы.  $\alpha_1(t) = 0.65\sin(7t)$ ,  $\alpha_2(t) = \cos(3t)$

## **4 Выводы**

Рассмотрел модель рекламной кампании.